Министерство науки и высшего образования РФ
Филиал федерального государственного бюджетного
образовательного учреждения высшего образования
«Воронежский государственный технический университет»
в г. Борисоглебске

Борисоглебский филиал

# МЕХАНИКА

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
к выполнению лабораторных работ по дисциплине «Физика»
для бакалавров машиностроительных и других технических направлений
очной и заочной форм обучения

Воронеж 2021

УДК 378(075.8):53
ББК 22.21я73

**Составители:** *Т. В. Зульфикарова, Л. И. Матвеева*

**Механика:** методические указания к выполнению лабораторных работ по дисциплине «Физика» для бакалавров машиностроительных и других технических направлений очной и заочной форм обучения/ Т. В. Зульфикарова; Борисоглебск: Филиал ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет»; сост.: Т. В. Зульфикарова. - Воронеж: Изд-во ВГТУ, 2021. - 29 с.

Методические указания предназначены для лабораторных работ по дисциплине «Физика» для бакалавров машиностроительных и других технических направлений и содержит описания шести лабораторных работ по разделу «Механика»

Предназначены для студентов технических направлений очной и заочной форм обучения.

Методические указания подготовлены в электронном виде и содержатся в файле МУ ЛР_Механика. pdf.

Библиогр.: 7 назв.

**УДК 378(075.8):53**
**ББК 22.21я73**

**Рецензент -** Б. Р. Кодиров, д-р пед. наук, профессор кафедры естественнонаучных дисциплин филиала ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет» в городе Борисоглебске

*Издается по решению редакционно-издательского совета Воронежского государственного технического университета*

## Оглавление

## Введение

Данные методические указания представляют собой руководство к лабораторным занятиям по физике для студентов машиностроительных и других технических направлений очной и заочной форм обучения. В него включены пять лабораторных работ по разделу «Молекулярная физика и термодинамика» общего курса физики.

В описаниях лабораторных работ содержится краткий теоретический материал для подготовки к работе, излагается методика проведения эксперимента, приводятся схемы приборов и экспериментальных установок, а также даются рекомендации по оценке погрешностей результатов эксперимента. Описание каждой работы практикума содержит вопросы, которые должны быть изучены при подготовке к работе, формы отчетных таблиц и контрольные вопросы. В приложения включены необходимые для расчетов справочные данные.

## Лабораторная работа № 1
## Введение в теорию измерений и погрешностей

**Цели работы:** познакомиться с простейшими измерительными приборами (штангенциркуль, микрометр); приобрести навыки прямых и косвенных измерений, оценки погрешностей величин, определяемых в ходе физического эксперимента.

**Приборы и принадлежности:** штангенциркуль, микрометр, деревянный брусок в форме прямоугольного параллелепипеда, металлическая пластина прямоугольной формы.

### Вопросы для подготовки к работе

1. Прямые и косвенные измерения физических величин.
2. Систематические и случайные ошибки.
3. Абсолютные и относительные погрешности.

### Краткая теория

Измерить физическую величину – означает узнать, сколько раз заключается в ней однородная с ней величина, принятая за единицу измерения. Измерять непосредственно физические величины можно лишь в редких случаях, например, при определении длин мерительными инструментами или масс – весами. Такие измерения называются *прямыми*. В большинстве случаев непосредственно измеряют не искомую величину, а некоторые другие величины, которые связаны с нею известными соотношениями. Искомая величина при этом вычисляется из результатов непосредственных измерений величин, входящих в формулу, которая устанавливает соотношения между измеряемыми величинами и искомой величиной. Такие измерения называются *косвенными*.

Например, плотность тела определяется по его массе и объему на основании известной формулы $\rho = \frac{m}{V}$; коэффициент внутреннего трения жидкости методом Стокса определяется путем измерения диаметра падающего шарика и скорости его равномерного движения в жидкости, т.е. измерения расстояния и времени и т.д.

Вследствие несовершенства измерительных приборов, а также несовершенства наших органов чувств все измерения можно производить только с той или иной степенью точности, таким образом, результаты измерений дают нам не истинное значение измеряемой величины, а лишь приближённое.

Прежде чем приступить к измерениям, необходимо определить пределы точности, которые могут быть достигнуты с данными приборами. Необходимо внимательно изучить приборы, определить точности каждого из них в отдельности и общую точность метода измерений. Обычно ошибка не превышает 1-2% измеряемой величины.

При измерениях и отсчётах экспериментатор совершает более или менее значительные ошибки (погрешности). Эти ошибки делятся на две группы: *систематические* и *случайные*.

Систематические погрешности обусловлены неисправностями измерительных приборов, неточностями выбранного метода измерения, неопытностью наблюдателя. Эти ошибки нельзя уменьшить увеличением числа измерений.

Причинами случайных ошибок являются несовершенство органов чувств человека, а также многие другие неконтролируемые факторы, сопутствующие измерениям. Случайные ошибки подчиняются законам вероятности, следовательно, многократные повторения одного и того же измерения уменьшают влияние этих ошибок, а среднее арифметическое большого числа результатов является наиболее близким к истинному значению измеряемой величины.

**Погрешности прямых измерений.** Пусть $N_1, N_2, \ldots N_k$ – результаты отдельных измерений, $k$ – число измерений. Тогда средний результат будет являться наиболее близким к истинному значению измеряемой величины.

$$N_{cp} = \frac{N_1 + N_2 + N_3 + \ldots + N_k}{k} \qquad (1)$$

Абсолютная величина отклонения результата каждого отдельного измерения от среднего значения называется *абсолютной ошибкой отдельного измерения*

$$\Delta N_i = |N - N_i| \text{ где } i=1,2,\ \ldots\ k.$$

*Средняя абсолютная ошибка измерений* вычисляется по формуле

$$\Delta N = \frac{\Delta N_1 + \Delta N_2 + \ldots + \Delta N_k}{k} \tag{2}$$

Отношения $\frac{\Delta N_1}{N_1}$, $\frac{\Delta N_2}{N_2}$, … носят названия *относительных ошибок отдельных измерений,* а отношение $\varepsilon = \frac{\Delta N}{N}$ — *средней относительной ошибкой измерений* (иногда её выражают в процентах: $\varepsilon = \frac{\Delta N}{N} \cdot 100\%$).

Результат обычно представляют с учётом погрешностей в виде

$$N = N_{ср} \pm \Delta N \tag{3}$$

Многократно повторять измерения для исключения случайных ошибок имеет смысл только в том случае, если случайные ошибки отдельных измерений превышают погрешность, даваемую прибором.

Точность прибора чаще всего определяется его устройством и градуировкой. Как правило, точность прибора ниже точности отсчета, который можно сделать по шкале прибора. Точность прибора указывается либо на самом приборе, либо в прилагаемом к нему паспорте.

Производя измерения, надо стремиться к тому, чтобы точность измерений приблизилась к точности прибора. В этом случае при повторных измерениях получается одно и то же значение измеряемой величины, а абсолютная ошибка равна приборной погрешности.

**Погрешности косвенных измерений.** Пусть искомая величина $N$ является функцией нескольких независимо измеряемых переменных: $N = f(A, B, C, \ldots)$. Так как ошибки измерений, как правило, достаточно малы по сравнению с измеряемыми величинами, то можно пренебречь квадратами погрешностей и для вычисления ошибок измерений пользоваться дифференциальным исчислением, заменяя минусы, получающиеся при дифференцировании, на плюсы.

В таблице приведены формулы для расчёта погрешностей сложных функций одной переменной и нескольких независимых переменных.

| *Функция* | *Абсолютная погрешность* | *Относительная погрешность* |
|---|---|---|
| | *Функции нескольких переменных* | |
| $N = A \pm B$ | $\Delta N = \Delta A + \Delta B$ | $\varepsilon = \frac{\Delta A + \Delta B}{A \pm B}$ |

| | | |
|---|---|---|
| $N = AB$ | $\Delta N = B\Delta A + A\Delta B$ | $\varepsilon = \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B}$ |
| $N = \frac{A}{B}$ | $\Delta N = \frac{A\Delta B + B\Delta A}{B^2}$ | $\varepsilon = \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B}$ |
| $N = ABC$ | $\Delta N = (BC\Delta A + AC\Delta B + AB\Delta C)$ | $\varepsilon = \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B} + \frac{\Delta C}{C}$ |
| $N = A^n$ | $\Delta N = n A^{n-1} \Delta A$ | $\varepsilon = n \frac{\Delta A}{A}$ |
| $N = \sin A$ | $\Delta N = \cos A \, \Delta A$ | $\varepsilon = ctg\, A \Delta A$ |
| $N = \cos A$ | $\Delta N = \sin A \Delta A$ | $\varepsilon = tg\, A \Delta A$ |

## **Описание метода и приборов**

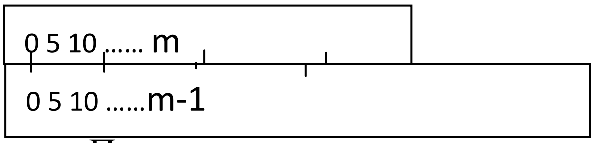
Для определения объёма прямоугольного параллелепипеда необходимо измерить его размеры: длину, ширину и высоту. Относительная погрешность измерений такова (0,5%), что позволяет использовать штангенциркуль с абсолютной погрешностью в десятые доли миллиметра. Штангенциркуль, наряду с обычной миллиметровой шкалой (масштабом), снабжён нониусом.

*Нониусом* называется дополнение к обычному масштабу, позволяющее повысить точность измерения в 10-20 раз.

*Линейный нониус* представляет собой небольшую линейку с делениями, которая может скользить вдоль основного масштаба.

Шкала нониуса устроена следующим образом: одно деление нониуса составляет $\frac{m-1}{m} = 1 - \frac{1}{m}$ делений масштаба (m – число делений нониуса).

Точность измерения в этом случае повышается до $\frac{1}{m}$ части наименьшего деления масштаба. Максимальная погрешность нониуса составляет $\frac{1}{m}$.




Процесс измерения штангенциркулем сводится к следующему. Поместим тело между неподвижным упором масштаба и подвижным упором нониуса. Зафиксируем положение нониуса на масштабе винтом. По шкале масштаба определим размер тела с точность до 1 мм, а затем с помощью нониуса повысим точность в m раз. Так как деления нониуса не равны делениям масштаба, то обязательно найдется такое деление нониуса $n$, которое наилучшим образом совпадет с делением масштаба. К отсчету по масштабу добавим отсчет по нониусу $\frac{n}{m}$.

Измерения длины *(a),* ширины *(b)* и высоты *(c)* параллелепипеда, во избежание случайных ошибок, следует произвести несколько раз. Средние результаты измерений позволят определить объём тела с наибольшей точностью

$$V = abc \tag{4}$$

Абсолютную погрешность объёма тела определим дифференцированием

$$\Delta V = bc\Delta a + ac\Delta b + ab\Delta c, \tag{5}$$

а относительную – по формуле

$$\varepsilon = \frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b} + \frac{\Delta c}{c}. \tag{6}$$

Погрешности независимых переменных $a$, $b$ и $c$ определим как суммы средних абсолютных ошибок измерения (2) и погрешности прибора $\frac{1}{m}$.

## Порядок выполнения работы

1. Убедитесь в исправности измерительного прибора во избежание систематических погрешностей. Для этого ослабьте зажимной винт и сдвиньте вплотную поверхности упоров штангенциркуля. Если ноль нониуса совпадает с нулем масштаба, – прибор исправен.

2. Измерьте штангенциркулем длину параллелепипеда не менее 5 раз (вдоль рёбер и посередине). Следите за тем, чтобы масштаб штангенциркуля располагался параллельно измеряемому ребру.

3. Аналогичным образом измерьте ширину и высоту исследуемого тела.

4. Результаты измерений внесите в таблицу.

| *№ изм* | *a, см* | *Δa, см* | *b, см* | *Δb, см* | *c, см* | *Δc, см* | *V, см³* | *ΔV, см³* | $\varepsilon = \frac{\Delta V}{V}$,% |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *1 … 5* | | | | | | | | | |
| *Ср.* | | | | | | | | | |

5. Определите средние арифметические значения длины, ширины и высоты параллелепипеда, а также его объём (4).

6. Определите погрешности измеряемых величин *(*$\Delta a$, $\Delta b$, $\Delta c$ ), а также погрешности объёма (5 ) и (6).

7. Сделайте выводы по работе.

## Контрольные вопросы

1. Какие измерительные приборы вы знаете? Какова их точность?

2. Объясните устройство и принцип работы измерительных приборов, снабженных нониусами (штангенциркуль, буссоль, кипрегель).

3. Как определить погрешности прямых измерений физических величин и погрешности косвенных измерений?

## Лабораторная работа № 2
## Определение плотности твердого тела

**Цель работы:** ознакомление с экспериментальными методами определения плотности твёрдых тел.

**Приборы и принадлежности:** штангенциркуль, лупа, мензурка, нить, измеряемая трубка.

### Вопросы для подготовки к работе

1. Особенности определения плотности твёрдых, жидких и газообразных веществ.
2. Экспериментальные методы, определения плотности твёрдых тел.
3. Экспериментальные формулы, измерение величин, входящих в них.

### Краткая теория

Различия в свойствах тел объясняется тем, что тела состоят из различных атомов или тем, что одинаковые атомы образуют разные пространственные структуры. Свидетельство этому - существование различных агрегатных состояний одного и того же вещества: твёрдого жидкого и газообразного.

Молекулы и атомы в твёрдом теле совершают беспорядочные колебания относительно положений, в которых силы притяжения и отталкивания со стороны соседних атомов уравновешены. В жидкости молекулы не только колеблются около положений равновесия, но и совершают перескоки из одного положения равновесия в другое. Эти перескоки молекул являются причиной текучести жидкости, её способности принимать форму сосуда.

Молекулы вещества в жидком состоянии расположены вплотную друг к другу, как и в твёрдом состоянии. Поэтому объемы жидкости и твёрдого тела мало зависят от внешнего давления. Постоянство занимаемого объёма является свойством, общим для жидкостей и твёрдых тел и отличающим их от газов. Поэтому плотности жидких и твёрдых тел являются стабильными величинами, их можно отыскать в справочных таблицах физических величин.

*Плотность* – это физическая величина, которая равна отношению массы тела к его объёму:

$$\rho = \frac{m}{V} \,. \tag{1}$$

Единицей плотности вещества в системе СИ является 1 кг/м$^3$.

Плотность одного и того же вещества в твёрдом, жидком и газообразном состояниях различна. При переходе вещества из одного агрегатного состояния в другое плотность изменяется скачкообразно. Плотность резко уменьшается при переходе вещества из жидкого состояния в газообразное и, как правило, увеличивается при переходе в твёрдую фазу (исключение составляют некоторые вещества: вода, чугун и др.).

В газах расстояние между атомами и молекулами в среднем значительно больше размеров молекул. Силы отталкивания на больших расстояниях очень малы, поэтому газы легко сжимаемы. Плотность идеального газа зависит от условий (давления и температуры), при которых он находится, и определяется из уравнения Менделеева – Клапейрона:

$$\rho = \frac{p\mu}{RT}, \qquad (2)$$

где $p$ – давление; $\mu$ – молярная масса; $R$ – универсальная газовая постоянная; $T$ – абсолютная температура.

## Описание метода и приборов

Существует множество способов определения плотности тел. Плотности жидкостей и твёрдых тел можно найти путем точного определения их массы и объема, а также с помощью плотномеров различного типа.

Для определения плотности можно использовать зависимость плотности тела от скорости распространения в нём звуковых волн. Так скорость одномерной продольной звуковой волны в сплошной упругой среде (жидкости или твердом теле) определяется выражением

$$\upsilon_{зв} = \sqrt{\frac{E}{\rho}},$$

где $\rho$ – плотность среды; $E$ – модуль упругости среды.

Процесс распространения звуковых волн с частотой в сотни или тысячи герц можно считать адиабатным, поэтому для идеальных газов $E = \gamma p$ (где $p$ – давление газа; $\gamma$ – показатель адиабаты). Следовательно,

$$\upsilon_{зв} = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}}.$$

О плотности можно судить по интенсивности $\gamma$- или $\beta$-излучения, прошедшего через вещество и т.п.

Если испытуемое тело имеет простую геометрическую форму (металлическая трубка), то можно использовать наиболее простой способ определения плотности (1).

Массу тела определяют взвешиванием, а объём вычисляют по формуле

$$V = \frac{\pi l}{4}\left(D^2 - d^2\right), \qquad (3)$$

где $l$ – длина трубки, $D$ и $d$ – внешний и внутренний диаметры трубки. Геометрические размеры трубки определяют с помощью штангенциркуля.

Для измерения длины $l$ трубку устанавливают между упорами штангенциркуля параллельно его масштабу. После снятия отсчёта измерения повторяют ещё несколько раз. Перед каждым очередным измерением трубку поворачивают около её оси на угол ($\sim 45^0$). Вычисляют среднее арифметическое значение полученных результатов.

Для определения внешнего диаметра $D$ трубку слегка зажимают между упорами, располагая её при этом перпендикулярно масштабу. Измеряют по два взаимно - перпендикулярных диаметра на одном и другом концах трубки. Результаты усредняют.

При определении внутреннего диаметра $d$ используют внутренние упоры штангенциркуля, которые разводят так, чтобы они плотно прилегали к внутренним стенкам трубки. Измерения производят аналогично. Результаты усредняют.

Абсолютная погрешность измерения плотности материала трубки определяется по формуле

$$\Delta\rho = \frac{\Delta m V + m\Delta V}{V^2}, \qquad (4)$$

где $\Delta m$ – погрешность массы, а $\Delta V$ – погрешность вычисления объёма. Учитывая неточность вычислений размеров трубки, $\Delta V$ определяют дифференцированием

$$\Delta V = \frac{\pi}{4}\left(\Delta l\left(D^2 - d^2\right) + 2l\left(D\Delta D - d\Delta d\right)\right). \qquad (5)$$

Здесь $\Delta l, \Delta D, \Delta d$ – погрешности прямых измерений. Относительная погрешность измерений объёма

$$\varepsilon = \frac{\Delta V}{V}. \qquad (6)$$

Объём трубки можно измерить также с помощью мензурки и воды. При погружении трубки в воду уровень воды повышается. По разности уровней жидкости до и после погружения в неё тела судят об объёме этого тела. При выборе мензурки следует учитывать размеры помещаемого в неё тела. Во избежание ударов о стенки мензурки, трубку необходимо привязать и плавно опустить, удерживая за конец нити. Погрешности измерений определяются так же по формулам (4) и (6), но погрешность $\Delta V$ будет погрешностью прямого измерения.

## Порядок выполнения работы

**Задание 1**

1. Взвесьте трубку из неизвестного металла на весах с точностью до 0,1г.

2. С помощью штангенциркуля измерьте длину трубки $l$, её внешний $D$ и внутренний $d$ диаметры. Все измерения выполняйте в соответствии с указаниями, данными ранее.

3. Результаты измерений внесите в таблицу.

| № п/п | $l$, *мм* | $\Delta l$, *мм* | $D$, *мм* | $\Delta D$, *мм* | $d$, *мм* | $\Delta d$, *мм* | $V$, *см*$^3$ | $\Delta V$, *см*$^3$ | $m$, *кг* | $\Delta m$, *кг* | $\rho$, *г/см*$^3$ | $\Delta\rho$, *г/см*$^3$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | | | | | | | | |
| … | | | | | | | | | | | | |
| 4 | | | | | | | | | | | | |
| Ср. | | | | | | | | | | | | |

4. Определите объём трубки по формуле (3), подставляя в неё средние значения измеренных величин.

5. По формуле (1) определите плотность материала, из которого изготовлена трубка и по возможности распознайте его.

6. По формулам (4), (5) и (6) оцените погрешности метода.

**Задание 2**

1. Взвесьте трубку на весах с точностью до 0,1 г.

2. Привяжите к трубке нить и с помощью нити осторожно опустите трубку в мензурку.

3. Налейте в мензурку воды так, чтобы трубка оказалась погружённой в неё. 4. Измерьте объём воды вместе с погружённым телом $V_1$ по шкале мензурки.

5. Осторожно вытащите за нить трубку из воды и измерьте объём воды $V_2$ по шкале мензурки.

6. Определите объём трубки как разность $V_1 - V_2 = V$.

7. Вычислите плотность материала трубки по формуле (1) и проверьте полученный результат по справочнику.

8. Оцените погрешность метода, учитывая, что погрешности измерения объёма воды равны $\Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V$ и складываются из погрешности прибора (мензурки) и половины цены деления.

$$\Delta\rho = \frac{\Delta m(V_1 - V_2) + 2m\Delta V}{(V_1 - V_2)^2}.$$

9. Сделайте выводы.

### Контрольные вопросы

1. Особенности строения вещества в твёрдом, жидком и газообразном состояниях.

2. Как изменяется плотность вещества при переходе из одного агрегатного состояния в другое?

3. Расчёт погрешностей в ходе выполнения лабораторных исследований плотности тела.

## Лабораторная работа 3
## Определение ускорения свободного падения с помощью математического маятника

**Цель работы**: ознакомление с экспериментальными методами определения ускорения свободного падения.

**Приборы и принадлежности**: стальной шарик с петлёй, подвешенный на нити; штатив, секундомер, рулетка.

### Вопросы для подготовки к работе

1. Назовите физические различия между силой тяжести и силой тяготения тела вблизи поверхности Земли. Каково направление силы тяжести?

2. Объясните зависимость ускорения силы тяжести от географической широты местности.

3. Рабочая формула для ускорения свободного падения $g$, измерение входящих в неё величин.

### Краткая теория

Гравитационная сила Земли обладает замечательным свойством – одинаково ускорять все тела, находящиеся вблизи её поверхности. Ускорение свободного падения согласно справочным данным составляет g=9,8 м /с$^2$, однако это лишь некоторое усреднённое (нормальное) значение.

В действительности ускорение свободного падения изменяется в зависимости от географической широты местности, наличия неоднородностей земной поверхности и других причин.

При описании механических явлений на Земле необходимо учитывать её суточное вращение с угловой скоростью

$$\omega = \frac{2\pi}{24 \cdot 3500} \approx 0{,}0000726\, c^{-1}.$$

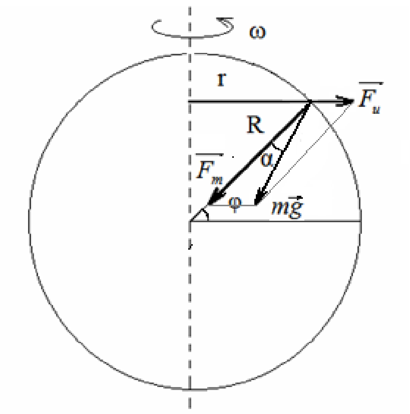
Система отсчёта, связанная с Землей, является неинерциальной, следовательно, наряду с силой тяготения, направленной к центру Земли, на тело действует центробежная сила инерции. Это приводит к тому, что сила тяжести тела на широте $\varphi$ определяется геометрической суммой $m\vec{g} = \vec{F}_m + \vec{F}_u$ и в общем случае по направлению не совпадает с силой тяготения.

Центростремительное ускорение тела, вызванное вращением Земли, равно

$$a = \omega^2 R \cos\varphi,$$

где $\varphi$ – географическая широта местности, а сила инерции

$$F_u = m\omega^2 R \cos\varphi. \tag{1}$$




Наибольший угол отклонения $\alpha$ соответствует широте $\varphi = 45^0$. Исключение составляют тела, находящиеся на полюсах ($\varphi = 90^0$) и на экваторе ($\varphi = 0^0$). На полюсе сила инерции отсутствует, поэтому силы тяготения $\vec{F}_m$ и тяжести $m\vec{g}$ равны по модулю и совпадают по направлению, а на экваторе одинаковы только по направлению, поэтому

$$mg = F_m - F_u.$$

Из-за малой скорости вращения Земли центробежная сила инерции не превышает 0,34% силы тяготения, следовательно, угол $\alpha$ мал, и зависимость ускорения силы тяжести от широты местности можно представить в виде

$$g = g_0 - \omega^2 R \cos^2\varphi, \tag{2}$$

где $g_0$ – ускорение, вызванное силой тяготения.

Измерения показали, что ускорение свободного падения на полюсе составляет $g_п$ = 9,832 м/с$^2$, а на экваторе – $g_э$= 9,78 м/с$^2$. Это не вполне подтверждается формулами (1) и (2). В теоретических расчётах не учтены такие факторы, как отличие полярного радиуса Земли от экваториального, неоднородности земной поверхности и др.

**Описание метода и приборов**

Для измерения ускорения свободного падения $g$ можно использовать различные физические маятники, простейшим из которых является математический. Математический маятник представляет собой тяжёлое тело малых размеров (стальной шарик), подвешенное на длинной нерастяжимой нити. Период малых колебаний маятника зависит от ускорения свободного падения g, длины нити $l$ и не зависит от массы $m$ колеблющегося тела

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

При малых колебаниях маятника скорость его движения невелика, поэтому сопротивление воздуха можно не учитывать и колебания считать гармоническими.

Если измерить длину нити $l$ и период колебаний маятника $T$, то искомую величину ускорения $g$ можно определить по формуле

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}. \tag{3}$$

Погрешность измерения периода можно уменьшить, увеличив число колебаний $n$:

$$\Delta T = \frac{\Delta t}{n}, \tag{4}$$

где $\Delta t$ – погрешность измерения всего времени колебаний.

Для уменьшения погрешности измерения длины маятника $l$ модернизируем эксперимент. В формуле (3) $l$ – расстояние от точки подвеса до центра масс шарика. Принимая величину $l$ равной длине нити, в расчёт вносят дополнительную погрешность, соответствующую радиусу шарика $r = \frac{d}{2} \approx 10\,мм$. Чтобы избежать этой ошибки, выполним эксперимент дважды при разных длинах нити ($l_1$ и $l_2$).

Периоды колебаний маятника составят

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1 + r}{g}},\ T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2 + r}{g}}.$$

Отсюда

$$g = \frac{4\pi^2 (l_1 - l_2)}{T_1^2 - T_2^2}. \tag{5}$$

Относительная погрешность косвенного измерения ускорения свободного падения $g$ в данном случае зависит от разности длин нитей и составляет

$$\varepsilon_g = \frac{2\Delta l}{l_1 - l_2} + \frac{2\Delta T}{T_1 + T_2}. \tag{6}$$

## Порядок выполнения работы

1. Закрепите нить с подвешенным на ней шариком на штативе и измерьте длину нити ($l_1$) рулеткой. Длина нити должна быть достаточной ($l_1 \approx 100$ см) для того, чтобы шарик можно было считать материальной точкой.

2. Отклоните нить вместе с шариком на малый угол $\alpha$ (не более $5^0$) и отпустите.

3. В момент наибольшего отклонения от положения равновесия включите секундомер и определите с помощью него время $t_1$ 20÷30 полных колебаний.

По формуле (4) рассчитайте период колебаний маятника. Повторите опыт 3-4 раза и результаты усредните.

4. Измените длину нити на 30÷40 см, измерьте её рулеткой $(l_2)$

5. Повторите пункты 2 и 3 с тем, чтобы определить период $T_2$ нового маятника длиной $l_2$.

6. Экспериментальные данные внесите в таблицу.

| № п/п | $l_1$, м | $t_1$, с | $T_1$, с | $l_2$, м | $t_2$, с | $T_2$, с | $g$, м/с$^2$ | $\Delta l$, м | $\Delta t$, с | $\Delta T$, с | $\varepsilon_g$ | $\Delta g$, м/с$^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | | | | | |
| Ср. | | | | | | | | | | | | |

7. По формуле (5) вычислите экспериментальное значение ускорения свободного падения.

8. Сравните полученное значение с теоретическим.

9. Оцените погрешности косвенных измерений $g$ по формуле (6) и сделайте выводы по работе.

## Контрольные вопросы

1. Можно ли назвать инерциальной систему отсчёта, связанную с Землёй?

2. Какие ещё экспериментальные методы определения ускорения свободного падения вы знаете?

3. Какие пути снижения погрешностей возможны в опыте с математическим маятником?

## Лабораторная работа № 4
## Изучение плоского движения маятника Максвелла

**Цель работы**: Сопоставление закономерностей поступательного и вращательного движений маятника Максвелла, проверка закона сохранения энергии.

**Приборы и принадлежности**: лабораторная установка с маятником Максвелла и набором колец, линейка, штангенциркуль.

### Вопросы для подготовки к работе

1. Закономерности поступательного и вращательного движений твёрдого тела.

2. Преобразование энергии при движении маятника Максвелла.

3. Расчётная формула для момента инерции, определение величин, входящих в неё.

**Краткая теория**

Движение твёрдого тела, в том числе движение плоской фигуры в её плоскости, можно бесчисленным множеством способов разложить на два движения, одно из которых переносное, а другое – относительное. За переносное движение фигуры обычно принимают её движение вместе с поступательно движущейся системой координат, начало которой совпадает с центром масс. Тогда относительное движение фигуры будет вращательным вокруг подвижной оси, перпендикулярной плоскости движения.

*Поступательным* называется такое движение, при котором все точки тела движутся вдоль одинаковых траекторий с равными скоростями и ускорениями.

При поступательном переносном движении ускорение тела (в том числе центра масс) определяется вторым законом Ньютона:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \text{ или } \vec{F} = m\vec{a}, \tag{1}$$

где $m$ – мера инертности тела, масса; $\vec{F}$ – равнодействующая всех приложенных к телу сил.

Если $\vec{F} = const$, то и ускорение $\vec{a} = const$, а скорость и перемещение тела изменяются по законам:

$$\vec{v} = \vec{v_0} + \vec{a}t,\ \vec{S} = \vec{v_0}t + \frac{\vec{a}t^2}{2}. \tag{2}$$

Причиной ускоренного относительного вращения является уже не сила, а величина, характеризующая её вращательный эффект – момент силы, мерой инертности тела – момент инерции $I$. Ускорение вращательного движения тела определяется согласно основному закону динамики вращения

$$\vec{\varepsilon} = \frac{\vec{M}}{I}, \tag{3}$$

где $\vec{M}$ – момент всех приложенных к телу сил.

При поступательном движении тела в плоскости *XOY* ось относительного вращения остаётся параллельной оси *OZ*, поэтому $M_z = I\varepsilon_z$.

Если $\vec{M} = const$, то вращательное ускорение $\vec{\varepsilon} = const$, при этом угловая скорость и угловое перемещение изменяются аналогично (2):

$$\vec{\omega} = \vec{\omega}_0 + \vec{\varepsilon}t;\ \vec{\varphi} = \vec{\omega}_0 t + \frac{\vec{\varepsilon}t^2}{2}. \tag{4}$$

Работа равнодействующей $\vec{F}$ на переносном перемещении $\vec{S}$ ($A=\vec{F}\vec{S}$) приводит к появлению кинетической энергии поступательного движения

$$E_k = \frac{mv^2}{2},$$

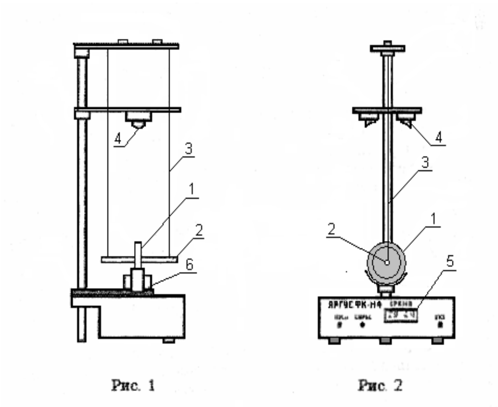
а работа ($A = M_z\varphi$) момента силы $M_z$ на относительном угловом перемещении $\varphi$ – к появлению кинетической энергии вращения $E_k = \frac{I\omega^2}{2}$.

Таким образом, энергия плоского движения тела равна

$$E_k = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}.$$

## Описание метода и приборов

Мятник Максвелла представляет собой диск 1, жёстко соединенный с осевым стержнем 2, который подвешен на двух симметричных параллельных нитях 3. Нити 3 с одной стороны продеты в отверстия стержня 2 на одинаковых расстояниях от диска 1, что исключает их скольжение при вращении. Другие концы нитей укреплены на штативе прибора. Чтобы привести маятник в движение, его поднимают (сообщают потенциальную энергию).



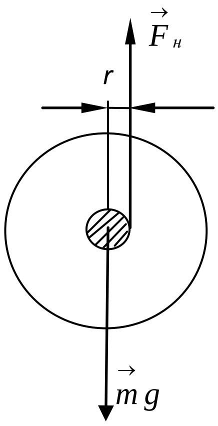

$$E_n = mgh, \qquad (5)$$

где $m$ – масса маятника (диска 1 и стержня 2), $h$ – высота, на которую поднимается ось маятника в результате наматывания нитей 3 на боковую поверхность стержня 2. Важно, чтобы в процессе наматывания нитей они оставались слегка натянутыми, витки нитей располагались плотно друг к другу, а ось маятника сохраняла горизонтальное положение.

Для фиксации маятника в верхнем положении прибор снабжён электромагнитом 4. При отключении электромагнита 4 нажатием кнопки «Пуск» одновременно включается счётчик времени, имеющий гетерохронный индикатор 5 и позволяющий обеспечивать высокую точность измерения времени падения маятника под действием силы тяжести $m\vec{g}$. В нижней точке падения расположен фотодатчик 6, выключающий блок отсчёта времени.

В процессе падения маятник совершает плоское движение, его потенциальная энергия переходит в кинетическую, величина которой в нижней точке составляет

$$E_k = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2},$$




где $v = at$ – наибольшая поступательная скорость маятника; $\omega = \frac{v}{r}$ – соответствующая вращательная скорость; $r$ – радиус осевого стержня маятника.

Ускорение поступательного движения маятника $a$ можно определить по формуле пути при равноускоренном движении

$$h = v_0 t + \frac{at^2}{2}.$$

При $v_0 = 0$, $h = \frac{at^2}{2}$, отсюда

$$a = \frac{2h}{t^2}. \tag{7}$$

Проверим закон сохранения механической энергии маятника при движении вниз. Для этого определим момент инерции маятника из основного закона динамики вращательного движения

$$M = I\varepsilon. \tag{8}$$

Здесь $M$ и $\varepsilon$ – проекции векторов $\vec{M}$ и $\vec{\varepsilon}$ на ось, перпендикулярную плоскости движения.

Вращательный момент создаётся силами натяжения нитей $M = F_н r$, а они в свою очередь влияют на поступательное движение центра масс маятника. Из уравнения $m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{F}_{\text{í}}$ находим $F_{\text{í}} = m(g-a)$, $M = mr(g-a)$.

Учитывая, что поступательное $a$ и вращательное $\varepsilon$ ускорения связаны зависимостью $a = \varepsilon r$, получим $mr(g-a) = I\frac{a}{r}$, или

$$I = mr^2\left(\frac{g}{a} - 1\right). \tag{8}$$

Экспериментальное значение момента инерции $I$ с учётом выражения (7) равно

$$I_э = mr^2\left(\frac{gt^2}{2h} - 1\right) \tag{9}$$

Теоретическое значение момента инерции маятника зависит от его формы, размеров и массы. Массу маятника можно определить взвешиванием, момент инерции диска $I$ определяется по формуле

$$I_т = \frac{mR^2}{2}, \tag{10}$$

где $R$ – радиус диска, а моментом инерции тонкостенного тонкого стержня 2 пренебрегают (т. к. $r << R$).

Момент инерции маятника можно изменить с помощью съёмных колец разной массы, которые входят в комплект установки. Момент инерции кольца массой $m_к$ с внутренним и внешним радиусами $R_1$ и $R_2$ равен

$$I_{mk} = \frac{1}{2} m_k \left( R_1^2 + R_2^2 \right) \quad (11)$$

## Порядок работы

1. Взвесьте маятник и съёмные кольца к нему ($m$, $m_{к1}$ и $m_{к2}$), с помощью штангенциркуля измерьте их радиусы ($r$, $R$, $R_1$, $R_2$).

2. Измерьте высоту $h$ падения маятника с помощью линейки.

3. Чуть натягивая нити и вращая маятник в одну или другую стороны, накрутите нити 3 на стержень 2 так, чтобы диск 1 маятника коснулся электромагнита и был зафиксирован им.

4. Нажмите кнопку «Пуск» и определите время движения маятника. Опыт повторите 5 раз, а время движения усредните.

5. По формуле (9) вычислите экспериментальное значение момента инерции $I_э$ маятника.

6. Сравните экспериментальное значение $I_э$ с теоретическим $I_т$, определённым по формуле (10). Объясните причины расхождения этих значений.

7. Наденьте на диск маятника первое кольцо и повторите пункты 3-5. Вычислите момент инерции первого кольца $I_{эк1} = I_{э1} - I_э$.

8. Сравните момент инерции первого кольца $I_{эк1}$ с теоретическим значением $I_{тк1}$, определённым по формуле (11).

9. Снимите первое кольцо и установите второе. Повторите опыт. Определите $I_{эк2}$ и $I_{тк2}$. Сопоставьте полученные значения.

## Контрольные вопросы

1. Мера инертности тела при поступательном и вращательном движениях. Моменты инерции тел простой геометрической формы.

2. Вывод экспериментальной формулы момента инерции маятника. Оценка погрешностей экспериментальных значений.

3. Как определить потерю энергии маятника после одного или нескольких колебаний?

# Лабораторная работа № 5
# Определение моментов инерции симметричных твердых тел с помощью трифилярного подвеса

**Цель работы:** ознакомление с экспериментальным методом определения моментов инерции симметричных твёрдых тел.

**Приборы и принадлежности:** трифилярный подвес, секундомер, штангенциркуль, набор тел, подлежащих измерению (диск, стержень, полый цилиндр и т.д.).

## Вопросы для подготовки к работе

1. Поступательное и вращательное движения, число степеней свободы.
2. Расчетные формулы для момента инерции, теорема Гюйгенса–Штейнера.

## Краткая теория

Твёрдые тела удобно рассматривать как совокупность материальных точек, взаимное расположение которых остаётся неизменным при движении этих тел. Любое сложное движение твёрдого тела можно представить как сумму двух движений – поступательного и вращательного. При п*оступательном* движении любая прямая, жестко связанная с телом, остаётся параллельной самой себе. При в*ращении* тела вокруг неподвижной (относительно выбранной системы отсчёта) оси все его точки (кроме лежащих на оси) описывают окружности, центры которых находятся на оси вращения, а плоскости перпендикулярны этой оси. В декартовой системе координат поступательное движение можно представить как сумму независимых поступательных движений по трем координатным осям, а вращение тела – как сумму вращательных движений вокруг этих осей.

Таким образом, свободное движение твёрдого тела складывается из шести независимых движений – трёх поступательных и трёх вращательных. Число независимых движений, из которых складывается движение твёрдого тела, принято называть *числом степеней свободы*. Твёрдое тело, следовательно, имеет 6 степеней свободы. Если тело вращается вокруг неподвижной (закреплённой) оси, то оно имеет одну степень свободы.

Уравнение динамики вращательного движения твёрдого тела вокруг неподвижной оси z в инерциальной системе отсчета имеет вид:

$$I\vec{\varepsilon} = \overrightarrow{M}, \tag{1}$$

где $I$ – момент инерции тела относительно заданной оси, $\vec{\varepsilon}$ – угловое ускорение тела; $\overrightarrow{M}$ – суммарный момент внешних сил относительно той же оси.

Момент инерции определяется по формуле

$$I = \int r^2 dm = \int\limits_V \rho r^2 dV,$$

где $\rho$ – плотность вещества; $dV$ – физически бесконечно малый объем, занимаемый массой $dm$.

Из сопоставления выражения (1) с уравнением динамики поступательного движения тела в инерциальной системе отсчета

$$m\vec{a} = \vec{F} \qquad (2)$$

видно, что при вращательном движении роль результирующей силы играет суммарный момент внешних сил относительно оси вращения, роль линейного ускорения – угловое ускорение, а роль массы тела – момент инерции тела относительно оси вращения. В рамках классической механики момент инерции $I$ со временем не изменяется, то есть $I = const$. Поэтому выражение (1) можно записать так:

$$\vec{M} = I\vec{\varepsilon} = I\frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(I\vec{\omega}\right), \qquad (3)$$

где $\vec{\omega}$ – угловая скорость тела.

Произведение $I\vec{\omega}$ называется *моментом импульса* тела относительно неподвижной оси:

$$\vec{L} = I\vec{\omega}.$$

С учетом сказанного уравнение (3) запишется в виде

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} \qquad (4)$$

Запишем выражение для кинетической энергии вращающегося тела на основе аналогии. Для тела, движущегося поступательно, имеем:

$$K_{пост.} = \frac{p^2}{2m},$$

где $p$ – величина импульса тела, $m$ – масса тела.

При вращательном движении роль импульса тела играет момент импульса, а роль массы – момент инерции тела относительно оси вращения. Тогда получаем:

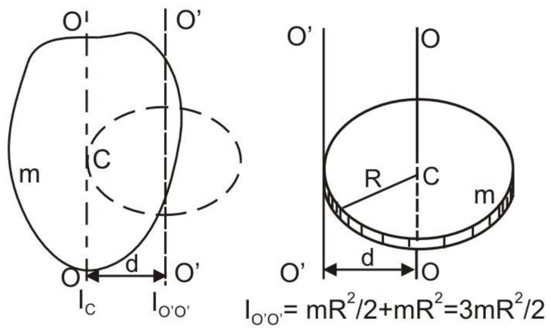
$$K_{вр} = \frac{L^2}{2I} = \frac{I^2\omega^2}{2I} = \frac{I\omega^2}{2}$$

$$K_{вр} = \frac{I_z\omega^2}{2}. \qquad (5)$$

Если известен момент инерции твёрдого тела относительно некоторой оси, проходящей через центр масс тела, то можно определить момент инерции относительно любой параллельной ей оси. Для этого следует воспользоваться *теоремой Гюйгенса – Штейнера: момент инерции тела I относительно произ-*

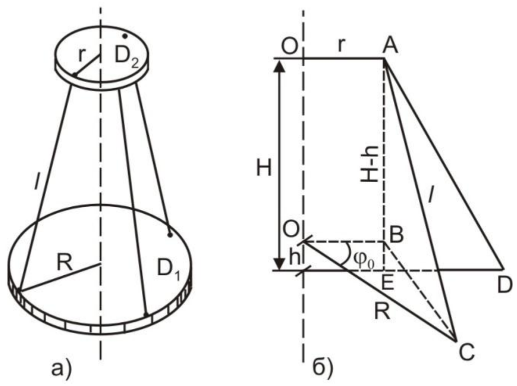
*вольной оси равен моменту инерции тела $I_C$ относительно параллельной оси, проходящей через центр масс, плюс произведение массы тела на квадрат расстояния между осями:* $I_{O'O'} = I_C + md^2$.

## Описание метода и прибора




Трифилярный подвес представляет собой круглую платформу $D_1$, которая подвешена на трех симметрично расположенных нитях, укрепленных на диске $D_2$ меньшего диаметра, чем диаметр платформы.

Платформа может совершать крутильные колебания вокруг вертикальной оси *O-O*, перпендикулярной к её плоскости и проходящей через её середину. Поэтому центр тяжести всей системы будет перемещаться вдоль оси вращения. Если платформа, вращаясь в одном направлении, поднялась на максимальную высоту *h*, то приращение её потенциальной энергии в поле силы тяжести




$$\Delta\Pi = mgh, \tag{6}$$

где *m* – масса платформы. Кинетическая энергия платформы в этом положении равна нулю.

Вращаясь в другом направлении, платформа возвратится в положение равновесия с кинетической энергией

$$\Delta K = \frac{I\omega_0^2}{2}, \tag{7}$$

где *I* – момент инерции платформы $D_1$ относительно оси *OO;* $\omega_0$ – её угловая скорость в момент прохождения положения равновесия.

Если пренебречь потерей энергии, вызванной силами трения, то по закону сохранения энергии:

$$mgh = \frac{I\omega_0^2}{2}. \tag{8}$$

Поскольку при малых смещениях из положения равновесия система совершает гармонические колебания, то зависимость углового смещения платформы от времени можно записать в виде:

$$\varphi(t) = \varphi_0 \sin(\omega t) = \varphi_0 \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right), \tag{9}$$

где $T$ – период собственных колебаний (время одного полного колебания); $t$ – время, начало отсчёта которого совпадает с моментом прохождения системой положения равновесия ($\alpha = 0$).

Угловую скорость платформы получим, продифференцировав формулу (9) по времени:

$$\omega(t) = \frac{2\pi}{T}\varphi_0 \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right), \tag{10}$$

причём

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}\varphi_0 \tag{11}$$

– амплитудное значение угловой скорости, достигаемое платформой в момент прохождения ею положения равновесия.

Подставив (11) в (8), получим:

$$mgh = \frac{1}{2} I \left(\frac{2\pi\varphi_0}{T}\right)^2. \tag{12}$$

Высоту поднятия платформы легко найти из геометрических соображений (рис. 4б). Действительно, из треугольников OBC и ABC имеем

$$(BC)^2 = R^2 + r^2 - 2Rr\cos\varphi_0, \tag{13}$$

$$(BC)^2 = l^2 - (H - h)^2, \tag{13а}$$

$$H = \sqrt{l^2 - (R - r)^2}. \tag{13б}$$

Приравнивая правые части (13) и (13а), пренебрегая $h^2$ по сравнению с $2Hh$ и учитывая (13б), получим

$$h = \frac{Rr}{H}\sin^2\frac{\varphi_0}{2}. \tag{14}$$

Так как рассматриваются малые угловые смещения, то синус угла можно заменить величиной угла и формулу (14) записать в виде

$$h = \frac{Rr\varphi_0^2}{2\sqrt{l^2 - (R - r)^2}}. \tag{15}$$

Подставив (15) в (12), найдем выражение для момента инерции трифилярного подвеса:

$$I = \frac{mgRrT^2}{4\pi^2\sqrt{l^2 - (R - r)^2}}. \tag{16}$$

Поскольку $l^2 >> (R - r)^2$, то окончательно имеем:

$$I = \frac{mgRrT^2}{4\pi^2 l}. \tag{17}$$

Здесь $T = \frac{t}{N}$, $t$ – время колебаний, $N$ – число колебаний. С учетом этого (17) запишется в виде

$$I = \frac{mgRrt^2}{4\pi^2 lN^2} \quad (18)$$

По формуле (18) опытным путём можно определить как момент инерции самой платформы, так и момент инерции помещённого на неё тела, поскольку все величины в (18) можно измерить.

Вращательный импульс, необходимый для возбуждения крутильных колебаний платформы, задаётся поворотом верхнего диска. Этим достигается почти полное отсутствие других (не крутильных) колебаний системы, наличие которых затрудняет измерение периода колебаний. Следует отметить, что поскольку развитая выше теория справедлива только для малых колебаний, то при измерениях необходимо пользоваться колебаниями с амплитудой *не более 5-6°*.

**Порядок выполнения работы**

1. Измерить при помощи масштабной линейки и штангенциркуля радиусы $r$, $R$ верхней $D_2$ и нижней $D_1$ платформ и длины $l$ всех нитей подвеса.

2. Определить на технических весах массу $M$ нижней платформы $D_1$**.**

3. Установить подвес в состояние покоя и поворотом нижнего диска $D_1$ сообщить платформе вращательный импульс. Измерить время $t_0$ 30-и колебаний пустой платформы.

4. По формуле (18) вычислить момент инерции $I_0$ пустой платформы.

5. Определить на технических весах массу $m$ цилиндра.

6. Установить цилиндр в центр платформы и сообщить ей вращательный импульс. Измерить время $t_1$ 30-и полных колебаний нагруженной платформы.

7. По формуле (18) вычислить момент инерции $I_1$ нагруженной платформы, принимая её массу $m_1$ равной сумме масс цилиндра и платформы:

$$m_1 = M + m.$$

8. Вычислить момент инерции груза относительно оси ОО, проходящей через центр масс и параллельной образующей цилиндрической поверхности.

$$I_ц = I_1 - I_0.$$

9. Установить на платформу два цилиндра, расположив их симметрично и на равных расстояниях от центра платформы.

10. Измерить масштабной линейкой расстояние $a$ между продольной осью симметрии цилиндров и центром платформы.

11. Измерить время $t_2$ 30-и полных колебаний нагруженной платформы.

12. По формуле (18) вычислить момент инерции $I_2$ нагруженной платформы.

13. Вычислить момент инерции груза относительно оси $O'O'$, параллельной оси $OO$ и находящейся от неё на расстоянии $a$:

$$I = \frac{I_2 - I_0}{2}$$

14. Все измеренные и вычисленные данные внести в таблицу.

| № | *M, кг* | *m, кг* | *l, м* | *a, м* | *r, м* | *R, м* | $t_0$*, с* | $I_0$*, кг·м*$^2$ | $t_1$*, с* | $I_1$*, кг·м*$^2$ | $t_2$*, с* | $I_2$*, кг·м*$^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *1* | | | | | | | | | | | | |
| *2* | | | | | | | | | | | | |
| *3* | | | | | | | | | | | | |
| *Ср.* | | | | | | | | | | | | |

15. Вычислить величину $I' = I_ц + ma^2$.

16. Вычислить погрешности величин $I$ и $I'$ по следующим формулам:

$$\Delta I = \frac{1}{2}(\Delta I_2 + \Delta I_0),$$

$$\Delta I' = \Delta I_{ö} + \Delta(ma^2) = \Delta I_1 + \Delta I_0 + \Delta(ma^2),$$

$$\varepsilon_{I_0} = \frac{\Delta m}{M} + \frac{\Delta R}{R} + \frac{\Delta r}{r} + 2\frac{\Delta t}{t_0} + \frac{\Delta l}{l},$$

$$\Delta I_0 = \varepsilon_{I_0} I_0;\ \Delta I_1 = \varepsilon_{I_1} I_1;\ \varepsilon_{I_1} = \frac{\Delta m}{m_1} + \frac{\Delta R}{R} + \frac{\Delta r}{r} + 2\frac{\Delta t}{t_1} + \frac{\Delta l}{l},$$

$$\Delta I_2 = \varepsilon_{I_2} I_2;\ \varepsilon_{I_2} = \frac{\Delta m}{m_2} + \frac{\Delta R}{R} + \frac{\Delta r}{r} + 2\frac{\Delta t}{t_2} + \frac{\Delta l}{l},$$

$$\varepsilon_{(ma^2)} = \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta a}{a}.$$

17. Сравнить интервальные оценки величин $I$ и $I'$.

## Контрольные вопросы

1. Выведите расчётную формулу для момента инерции платформы.

2. Выведите формулу для расчета момента инерции цилиндра относительно оси, проходящей через центры его оснований (продольная ось симметрии).

3. Штангенциркулем измерьте радиус R цилиндра. Рассчитайте теоретическое значение его момента инерции относительно продольной оси симметрии

и сравните с полученным значением. Объясните, чем вызвано несовпадение теоретического и экспериментального результатов.

## Лабораторная работа № 6
## Определение модуля Юнга металлической проволоки

**Цель работы**: Изучение упругих свойств тел. Определение модуля упругости E проволоки на приборе Лермантова.

**Приборы и принадлежности**: прибор Лермантова, исследуемая проволока, набор грузов, микрометр, рулетка, теодолит на треножнике, линейка.

### Вопросы для подготовки к работе

1. Закон Гука, область его применимости.

2. Метод определения абсолютных деформаций с помощью прибора Лермантова.

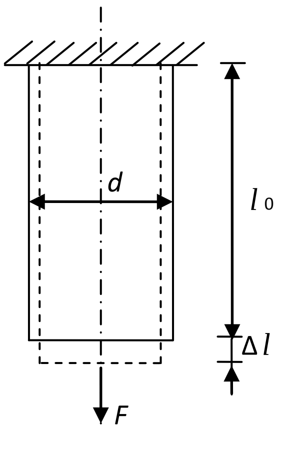
3. Формула для определения модуля упругости (Юнга).

### Краткая теория

Под действием внешних сил твёрдое тело изменяет форму и размеры (объём), т. е. деформируется. Различают упругие и пластические деформации тела.

*Упругие деформации* исчезают после прекращения действия силы. *Пластические деформации,* напротив, сохраняются после исчезновения взаимодействия.

Все реальные твёрдые тела даже при малых деформациях в большей или меньшей степени обладают пластическими свойствами. Однако если нагрузка не превышает некоторого предела (предела упругости), пластическими свойствами тела можно пренебречь и считать его упругим.




Рассмотрим упругую стадию деформации тела.

Пусть под влиянием силы $F$ стержень длиной $l_0$ с поперечным сечением $S$ удлинился на величину $\Delta l$. Изменение линейных размеров тела в направлении действующей силы называется *абсолютной деформацией (удлинением). Относительным удлинением* называют отношение абсолютного удлинения к первоначальной длине стержня:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_i}. \qquad (1)$$

В процессе деформации тела в нем возникают внутренние напряжения, которые будем считать равномерно распределёнными по площади $S$ поперечного сечения:

$$\sigma = \frac{F}{S}. \tag{2}$$

Согласно закону Гука, при малых деформациях зависимость между внутренним напряжением и относительной деформацией имеет линейный характер:

$$\sigma = E\varepsilon \tag{3}$$

где $E$ – коэффициент пропорциональности, называемый модулем упругости (модуль Юнга).

Решая совместно уравнения (1)–(3), получим

$$\frac{F}{S} = E\frac{\Delta l}{l_0},$$

отсюда

$$E = \frac{F l_0}{S\Delta l} = \frac{\sigma}{\varepsilon}. \tag{4}$$

Модуль Юнга, как и механическое напряжение, измеряется в паскалях (Па).

Зависимость между действующей силой и абсолютной деформацией стержня также линейна (закон Гука)

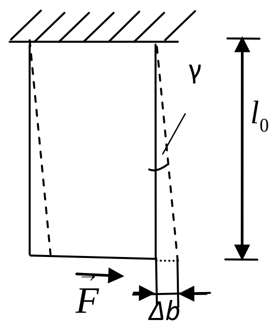
$$F = \frac{ES}{l_0}\Delta l = k\Delta l,$$

где $k = \dfrac{ES}{l_0}$ – коэффициент жёсткости стержня.

Удлинение стержня сопровождается уменьшением его поперечных размеров $d$ на величину $\Delta d$. Деформация поперечного сжатия связана с деформацией продольного растяжения соотношением

$$\mu = \frac{\varepsilon_{\perp}}{\varepsilon} = \frac{\Delta d}{d}\frac{l_0}{\Delta l}.$$

Здесь $\mu$ – коэффициент Пуассона, $\varepsilon_{\perp} = \dfrac{\Delta d}{d}$ – относительная поперечная деформация стержня.




Если силу $F$ приложить в плоскости нижнего (незакреплённого) сечения стержня, то будем наблюдать деформацию сдвига $\Delta b$ (абсолютный сдвиг).

Относительным сдвигом называют тангенс угла сдвига $\gamma$ тела $tg\gamma = \dfrac{\Delta b}{l_0}$. При малых упругих деформациях $\gamma \approx tg\gamma$.

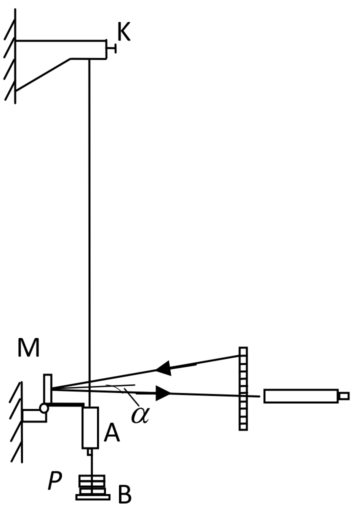
Деформация сдвига приводит к возникновению в каждой точке тела тангенциального упругого напряжения $\tau = \dfrac{F}{S}$, которое пропорционально деформации сдвига $\gamma$:

$$\tau = G\gamma ,$$

где G – модуль сдвига. Модуль сдвига и модуль Юнга связаны отношением

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)}.$$

**Описание метода и приборов**




Для определения модуля упругости металлической проволоки на установке Лермантова, один конец её закрепляют в неподвижном кронштейне K, а к другому концу прикрепляют цилиндрический пригруз, на который подвешивают платформу B, предназначенную для добавочных грузов P.

Деформация растяжения проволоки измеряется по углу поворота стержня, жестко соединённого с зеркальцем M и опирающегося на пригруз A свободным концом. Если длина стержня $b$, то при удлинении проволоки на $\Delta l$ зеркальце вместе со стержнем повернется на малый угол $\alpha$, для которого справедливо равенство

$$\alpha \approx tg\alpha = \frac{\Delta l}{b}.$$

Отсюда

$$\Delta l = \alpha b.$$

Поворот зеркальца *M* при удлинении проволоки определяют с помощью теодолита и линейки. Их устанавливают на одинаковом расстоянии *D* от зеркальца таким образом, чтобы освещённая шкала была хорошо видна в отражённом от зеркальца луче. При повороте зеркальца на малый угол $\alpha$ луч смещается вниз на угол $2\alpha$

$$2\alpha \approx tg2\alpha = \frac{\Delta L}{D},$$

где $\Delta L = \Delta nc$; $\Delta L$ – смещение луча по шкале линейки; $\Delta n$ – разность отсчетов по шкале с нагрузкой и без нагрузки; *c* – цена деления шкалы.

В итоге получаем

$$\Delta l = \frac{\Delta L b}{2D} \quad . \qquad (5)$$

С увеличением нагрузки до предела упругой работы материала деформация проволоки $\Delta l$ возрастает, а модуль упругости (4) остаётся постоянным.

**Порядок выполнения работы**

1. Длину проволоки $l_0$ измерьте рулеткой с точностью до 5 мм, а диаметр $d_n$ – микрометром. Повторите измерения несколько раз, вычислите среднее арифметическое значение. Площадь поперечного сечения проволоки определите по формуле $S = \frac{\pi d_n^2}{4}$.

2. Установите зеркальце М на горизонтальной оси вращения так, чтобы его положение было вертикальным, а стержень (рычаг) свободно касался цилиндрического пригруза А. Измерьте линейкой длину рычага $b$.

3. Расположите теодолит на треноге и линейку на одинаковых расстояниях от зеркальца ($D \approx 2$ м) приблизительно на той же высоте. Убедитесь, что линейка отчетливо видна в отражённом от зеркальца луче. Измерьте рулеткой расстояние с точностью до 10 мм.

| $l_0$, м | $d_n$, м | $S$, м$^2$ | $b$, м | $D$, м |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |

4. Снимите отсчёт по шкале линейки при ненагруженной платформе В.

5. Последовательно нагружайте проволоку грузами $P$, $2P$, $3P$, $4P$ (где $P = mg = 0{,}1\,кг \cdot 9{,}8\frac{м}{с^2} = 0{,}98\,Н$) и снимайте отсчёты с помощью оптической системы со шкалы линейки.

6. Так же постепенно разгрузите проволоку, снимая отсчёты на всех этапах. Сравните отсчёты попарно при одинаковых нагрузках на проволоку, и если они отличаются, то усредните их.

7. По формуле (5) определите абсолютные деформации проволоки $\Delta l$, а по формуле (2) – механические напряжения.

8. Полученные данные внесите в таблицу.

| *№ п/п* | $F$, *Н* | *Отсчеты n* | | *Разность отсч.* $\Delta n$ | | $\Delta n$ *ср.* | $\Delta l$ | $\sigma = \frac{F}{S}$, *Па* | $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$ | $E$ | $\varepsilon_E$ | $\Delta E$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | *при нагр.* | *при разгр.* | *при нагр.* | *при разгр.* | | | | | | | |
| *1.* | 0 | | | | | | | | | | | |
| *2.* | $P$ | | | | | | | | | | | |
| *3.* | $2P$ | | | | | | | | | | | |
| *4.* | $3P$ | | | | | | | | | | | |

| | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5. | $4P$ | | | | | | | | | | | |

9. Постройте график зависимости $\sigma - \varepsilon$.

10. Определите модули упругости проволоки по формуле (4). Результаты усредните.

11. Оцените относительные погрешности измерения по формуле

$$\varepsilon_E = \frac{\Delta F}{F} + \frac{\Delta l_0}{l_0} + \frac{2\Delta d_n}{d_n} + \frac{\Delta \Delta L}{\Delta L} + \frac{\Delta b}{b} + \frac{\Delta D}{D}.$$

12. Найдите абсолютную погрешность результата. Сделайте выводы по работе, сравнив интервальную оценку экспериментального значения модуля Юнга с его табличным значением.

**Контрольные вопросы**

1. Виды деформаций кристаллических твёрдых тел.
2. Физическая природа упругих и пластических деформаций тел.
3. Продольные и поперечные деформации. Связь модуля сдвига с модулем Юнга. Коэффициент Пуассона.
4. Вывод расчётной формулы и формулы погрешности косвенного измерения модуля Юнга.

## Библиографический список

1. Савельев, И.В. Курс общей физики: Учебное пособие. В 3-х т. Т.1. Механика. Молекулярная физика [Текст] / И. В. Савельев. – М.: Наука, 1986. – 432 с.

2. Гершензон, Е. М. Механика: Учеб. пособие [Текст] / Е. М. Гершензон, Н.Н. Малов, А. Н. Мансуров. – М.: Издательский центр «Академия», 2001. – 384 с.

3. Поль, Р. В. Механика, акустика и учение о теплоте [Текст] / Р. В. Поль.- М.: Наука,1971. – 480 с.

4. Гершензон, Е. М.. Курс общей физики: Молекулярная физика [Текст] / Е. М. Гершензон, Н. Н. Малов, А. Н. Мансуров, В. С. Эткин. – М.: Просвещение, 1982. – 207 с.

5. Кикоин, А. К. Молекулярная физика [Текст] /А. К. Кикоин, И. К. Кикоин. – М.: Наука, 1976. – 490 с.

6. Руководство к лабораторным занятиям по физике [Текст] / Под ред. Л. Л. Гольдина. – М.: Наука, 1973. – 688 с.

7. Физический практикум. Механика и молекулярная физика [Текст] / Под ред. В. И. Ивероновой. – М.: Наука, 1967. – 352 с.

# МЕХАНИКА

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
к выполнению лабораторных работ по дисциплине «Физика»
для бакалавров машиностроительных и других технических направлений
очной и заочной форм обучения

Составители:
**Зульфикарова** Татьяна Владимировна,
**Матвеева** Людмила Иосифовна

Подписано к изданию 09.11.2021.

Уч.-изд. л. 2,1

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет»
394026 Воронеж, Московский просп., 14