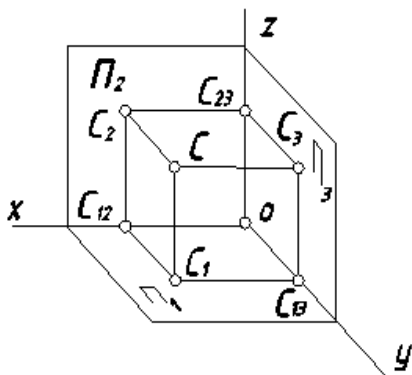


А.В. Кузовкин А.В. Бесько В.Н. Семькин
В.Н. Проценко Ю.С. Золототрубова
И.Н. Касаткина

СБОРНИК ЗАДАЧ И УПРАЖНЕНИЙ ПО НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ И ИНЖЕНЕРНОЙ ГРАФИКЕ

Учебное пособие



Воронеж 2015

ФГБОУ ВПО «Воронежский государственный
технический университет»

А.В. Кузовкин А.В. Бесько В.Н. Семькин
В.Н. Проценко Ю.С. Золототрубова И.Н. Касаткина

СБОРНИК ЗАДАЧ И УПРАЖНЕНИЙ
ПО НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ
И ИНЖЕНЕРНОЙ ГРАФИКЕ

Утверждено Редакционно-издательским советом
университета в качестве учебного пособия

Воронеж 2015

УДК 515 (076.5)

Сборник задач и упражнений по начертательной геометрии и инженерной графике: учеб. пособие [Электронный ресурс]. - Электрон. текстовые и граф. данные (22,3 Мб) / А.В. Кузовкин, А.В. Бесько, В.Н. Семькин, В.Н. Проценко, Ю.С. Золототрубова, И.Н. Касаткина. - Воронеж: ФГБОУ ВПО «Воронежский государственный технический университет», 2015.- 1 электрон. опт. диск (CD-ROM): цв. – Систем. требования: ПК 500 и выше; 256 Мб ОЗУ; Windows XP; SVGA с разрешением 1024x768; MS Word 2007 или более поздняя версия; CD-ROM дисковод; мышь. – Загл. с экрана.

В учебном пособии кратко изложены теоретические вопросы и задачи по начертательной геометрии, а также дан широкий спектр упражнений, задач и карт по всем основным разделам инженерной графики.

Издание соответствует требованиям Федерального государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования по всем направлениям и формам обучения.

Библиогр.: 9 назв.

Рецензенты: кафедра машин и аппаратов химических производств Воронежского государственного университета инженерных технологий (зав. кафедрой д-р техн. наук, проф. С.Ю. Панов);

канд. техн. наук, доц. Е.А. Балаганская

© Кузовкин А.В., Бесько А.В., Семькин В.Н., Проценко В.Н., Золототрубова Ю.С., Касаткина И.Н., 2015

© Оформление. ФГБОУ ВПО «Воронежский государственный технический университет», 2015

ВВЕДЕНИЕ

Курс инженерной графики призван научить студентов правильно изображать на чертеже изделия и читать чертежи этих изделий. Программа курса содержит:

- 1) теоретические положения начертательной геометрии, необходимые для изображения предметов на плоскости;
- 2) отдельные практические вопросы выполнения и чтения чертежей.

Учебное пособие включает разделы инженерной графики, необходимые для закрепления теоретической базы курса и ознакомления студентов:

- 1) с методом отображения пространственных фигур на плоскости (построения проекций);
- 2) со способами решения на этом чертеже различных задач, позволяющих определить метрические характеристики геометрических фигур и позиционные отношения между фигурами.

Материалы сборника распределены по разделам, соответствующим тематике читаемых лекций, с таким расчетом, чтобы часть задач решалась на практических занятиях, в аудиториях, а часть – самостоятельно дома.

Процесс решения задач целесообразно производить в следующем порядке:

- 1) анализ текстового условия задачи, включающей поиск ключевых слов, что дает первый импульс к верной последовательности поисковых действий;
- 2) анализ графического условия, включающий классификацию геометрических элементов, обуславливающую частный или общий (стандартный) алгоритм решения;

3)

3) выработка плана решения на основе освоенных из

лекционного курса алгоритмов, собственного представления пространственных ситуаций конкретной задачи. Полезно привлекать моделирование;

4) аккуратное техническое исполнение решения, когда необходимо компоновать проекции и тексты, соблюдать положения ГОСТ по толщине линий, написанию букв и цифр индексов.

Важно использование качественного, хорошо подготовленного к работе чертежного инструментария.

Анализировать задачу — значит расчленив ее на определенные части, путем логических рассуждений.

Целью анализа является установление связи между данными и искомыми элементами. В отдельных случаях имеет смысл начать разбор задачи с конца, то есть, полагая задачу решенной и считая искомые элементы найденными, находить их связь с заданными условиями элементами.

Исследование задачи преследует цель установить возможное количество решений и способы решений, от которых оно зависит.

Пространственный план решения содержания последовательности элементарных операций, необходимых для решения задачи. Рекомендуется записывать план решения задачи (алгоритм решения).

Построение есть графическое выполнение намеченного плана.

Целью доказательства является показ того, что полученный результат удовлетворяет всем требованиям задачи и все сделанные построения согласуются с содержанием соответствующих теорем. Это особенно ценно, если учесть, что для всех предлагаемых задач не содержится ответов.

В основе контроля лежат инвариантные свойства парал-

лельного проецирования.

При графическом решении задачи точность ответа зависит не только от выбора правил 4 ути решения, но и от точности выполнения графических оений.

Выработка такого подхода к решению задач обеспечит студенту изучение теоретического материала по курсу, даст возможность лучше понять и усвоить то или иное положение стандартов и проверить свои знания при самостоятельной работе. С целью резкого сокращения затрат времени на оформление задач графические условия даны так, чтобы можно было решить поставленную задачу непосредственно на заданном изображении или на свободном поле чертежа.

При построениях в ходе решения необходимо руководствоваться требованиями ГОСТа 2.303—68 «Линии».

При выполнении надписей соблюдать требования ГОСТ 2.304—81 «Шрифты чертежные».

Следует помнить, что аккуратность выполнения геометрических построений является не самоцелью, а непременным условием получения правильного решения.

1. СИМВОЛИКА И ОБОЗНАЧЕНИЯ

I группа . Обозначение геометрических понятий и фигур

№ пп	Обозначение	Значение
I	2	3
1	$\Pi_1 \quad \Pi_2 \quad \Pi_3$	Плоскости проекций основные: горизонтальная, фронтальная и профильная.
2	$\Pi_4 \quad \Pi_5$ и т.д.	Плоскости проекций дополнительные
3	$X \quad Y \quad Z$	Оси проекций в натуре, а также оси натуральной системы координат.
4	$X_{12} \quad Y_{13} \quad Z_{23}$	Оси проекций на комплексном чертеже
5	S_{14}, S_{23}, S_{45} и т.д.	Оси проекций на дополнительные плоскости
6	O	Начало координат в натуре
7	O_{123}	Начало координат на комплексном чертеже
8	S	Центр проекций
9	s	Направление проецирования
10	p	Параллельное проецирование
11	P_s^p	Параллельное проецирование на плоскость в направлении
12	A, B, C и т.д.	Точки пространства.



1	2	3
13	A^I, A^{II}, A^{III} и т.д.	Последовательность точек
14	$A_1, A_2,$ $A_3; C_1, C_2, C_3;$ B_1, B_2, B_3	Проекции точек на основе плоскости проекции
15	A_4, A_5, A_6 и т.д.	Последовательность точек на дополнительной плоскости проекции
16	$(AB); (CD)$ a, b, c и т.д.	Прямые линии в пространстве
17	a_1, a_2, a_3, a_4 и т.д. $(A_1B_1), (A_2B_2)$ и т.д.	Проекции прямой линии
18	$[AB]; [CD]$	Лучи, исходящие из точек A и C в пространстве
19	$[AB]; [CD]$ и т.д.	Отрезки прямых линий в пространстве
20	$[A_1B_1]; [A_2B_2]$ $[A_3B_3]; [A_4B_4]$	Проекция отрезка прямой линии
21	$ AB $	Длина отрезка AB ; расстояние от точки A до точки B
22	$ A, a $	Расстояние от точки A до прямой a
23	$ A, \lambda $	Расстояние от точки A до плоскости λ
24	M, N, P	Следы прямой линии
25	$M_1, M_2, M_3; P_1,$ $P_2, P_3; N_1, N_2, N_3$	Проекции следов прямой линии

1	2	7 3
26	h, f, p	Горизонтальные, фронтальные и профильные прямые в пространстве
27	h_1, h_2, h_3 f_1, f_2, f_3 p_1, p_2, p_3	Горизонтальные, фронтальные и профильные прямые на комплексном чертеже
28	$\alpha, \lambda, \beta, \gamma, \delta$ и т.д.	Плоскости в пространстве
29	(ABC)	Плоскость, проходящая через точки A, B, C
30	h, f, p	Следы плоскости
31	h_1, h_2, h_3 f_1, f_2, f_3 p_1, p_2, p_3	Проекции следов плоскостей
32	F_{12}, Q_{23}, H_{13}	Точки схода следов на комплексном чертеже
33	i	Ось вращения в пространстве
34	i_1, i_2, i_3	Проекции оси вращения
35	$\overline{\overline{A_1, A_2}}$ $\overline{\overline{B_1, B_2}}$	Проекции точки после первого вращения
36	$\overline{\overline{\overline{A_1, A_2}}}$ $\overline{\overline{\overline{B_1, B_2}}}$	Проекции точки после второго вращения

37	$\overline{A_1, B_1, a_1}$ $\overline{a_2, n_1, n_2}$	Точки и прямые линии после совмещения с плоскостью проекций
----	--	---

II группа. Обозначение отношений между геометрическими образами.

№ пп	Знак	Его значение и пример чтения
I	2	3
1	=	1. результат действия, равенство / АВ / = / ВС / - длины отрезков АВ и ВС равны 2. совпадают: (АВ) = (СЕ) – прямая, проходящая через точки А и В, совпадает с прямой проходящей через точки С и Е.
2	\cong	Конгруэнтны: $\angle ABC \cong \angle DEF$ - угол ABC конгруэнтен углу DEF
3	\sim	Подобны: $\Delta ABC \sim \Delta MKT$
4	F	Перемещение
5	f	Преобразование
6	f^{-1}	Обратное перемещение
7	E	Тождественное преобразование
8	Z_0	Центральная симметрия с центром O
9	S_i	Осевая симметрия с осью i
10	S_0	Симметрия относительно плоскости δ
11	\parallel	Параллельные: $a \parallel b$; прямые a и b параллельные

12		Скрещиваются:
13		Перпендикулярные

Символы тес⁹ - множественные

1	\in ϵ	Знаки принадлежности
2	\supset \subset	Знаки включения
3	\cup	Объединение множеств
4	\cap	Пересечение множеств
5	\forall	Квантор общности “для всякого, для любого, для всех”
6	\wedge	Соответствует союзу “и”
7	\vee	Соответствует союзу “или”
8	\Rightarrow	Знак логического следствия
9	\Leftrightarrow	Знак логической эквивалентности “только в том случае, если”
10	$/$	Отрицание действия
11	\square	Знак, который ставится в начале и в конце доказательства

10

12

2. АКСОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ПРОЕКЦИИ ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Перечислить основные виды стандартных аксонометрических проекций.

2. Как располагаются оси:

а) в прямоугольной изометрии;

б) в прямоугольной диметрии.

3. Во что проецируется окружность в прямоугольных аксонометрических проекциях?

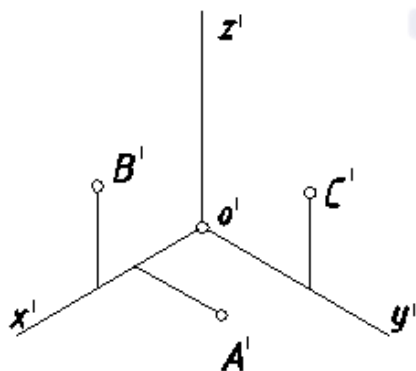
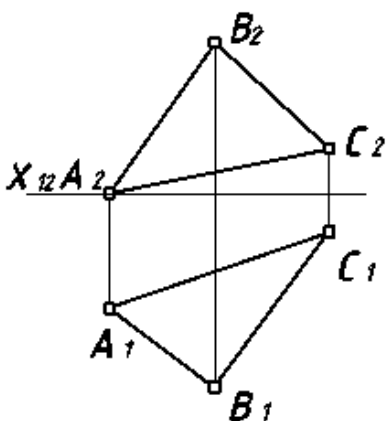
4. Чему равны коэффициенты искажения по осям:

а) в прямоугольной изометрии;

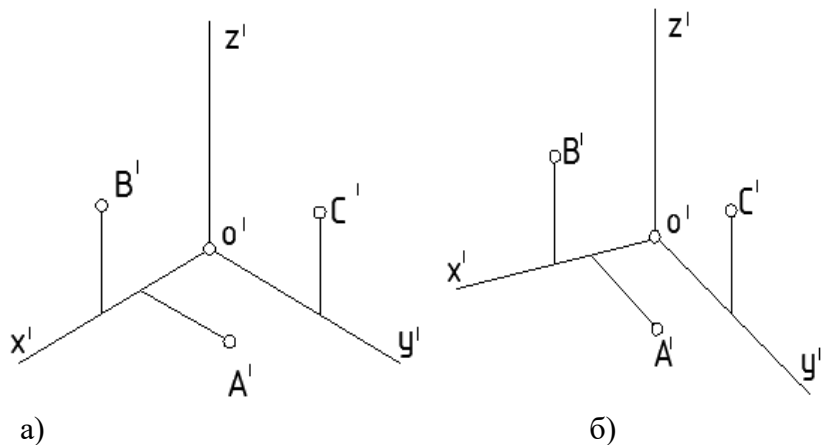
б) в прямоугольной диметрии.

5. Правила нанесения штриховки в разрезах на аксонометрических проекциях.

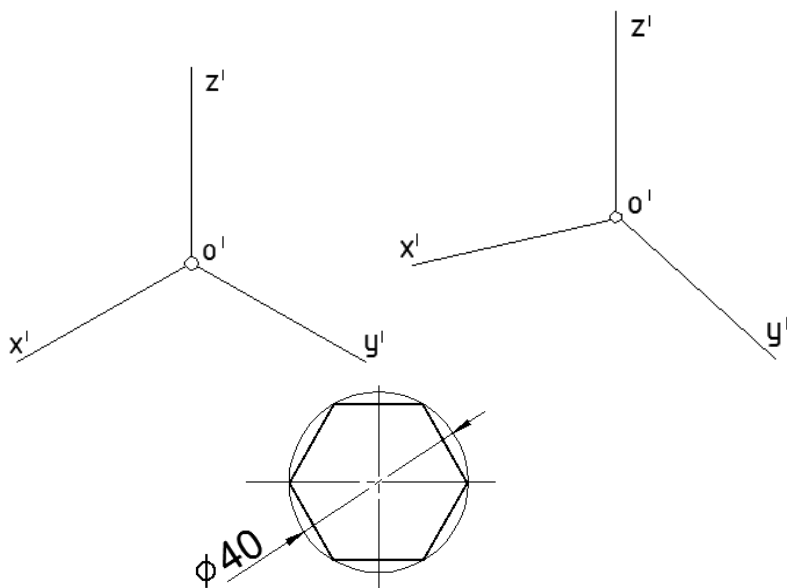
1. Построить заданный треугольник в прямоугольной изометрии.



2. Построить в прямоугольной изометрии и диметрии изображение окружностей, лежащих в плоскостях проекций, радиусом 15мм с центрами в точках А, В, С.



3. Построить заданный шестиугольник во всех трех плоскостях в прямоугольной изометрии и диметрии.



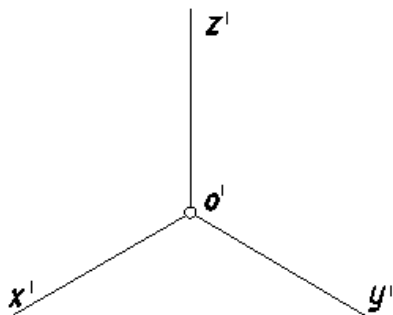
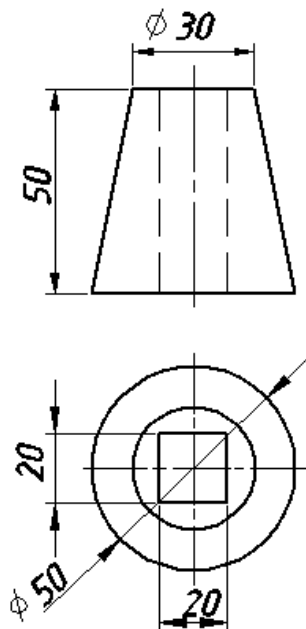
a)

b)

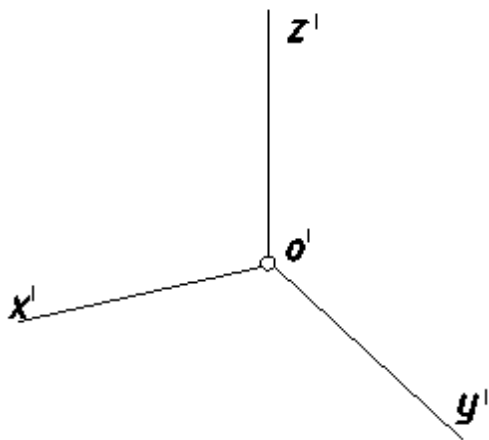
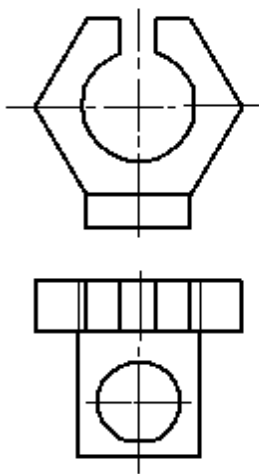
12

15

4. Построить заданное геометрическое тело в прямоугольной изометрии с вырезом четверти.



5. Построить заданное тело в прямоугольной диметрии.



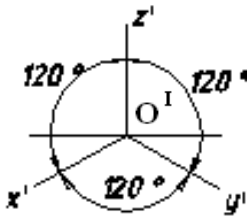
Карты самоконтроля

Тема: Аксонометрические проекции

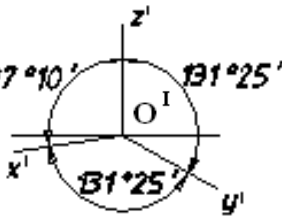
1. Укажите триметрический коэффициент искажения по осям.

$$\begin{array}{ccc} \underline{U = V = W} & \underline{U \neq V \neq W} & \underline{U = V \neq W} \\ 1 & 2 & 3 \end{array}$$

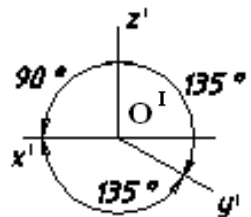
2. Какие из приведенных осей определяют прямоугольную изометрическую проекцию?



1

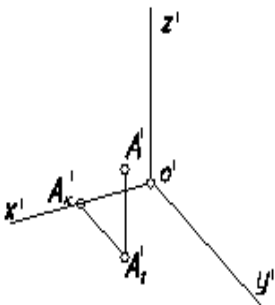


2

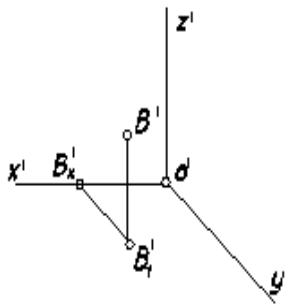


3

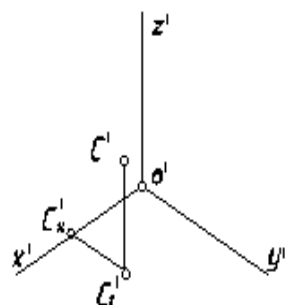
3. На каком из приведенных ниже чертежей изображена точка в прямоугольной проекции?



1



2



3

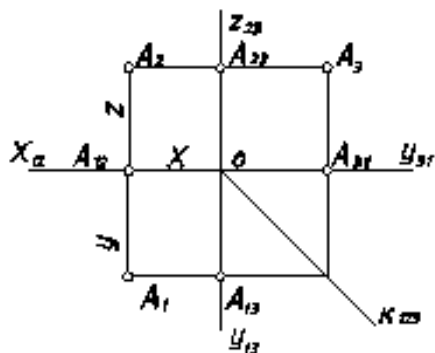
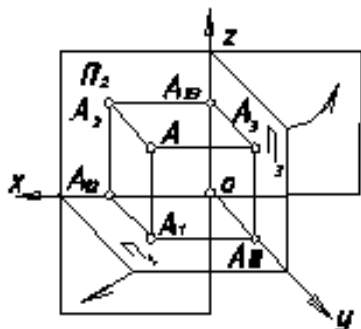
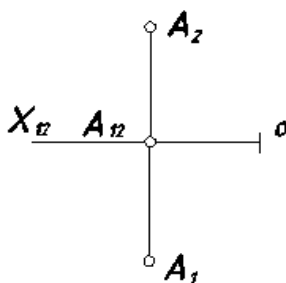
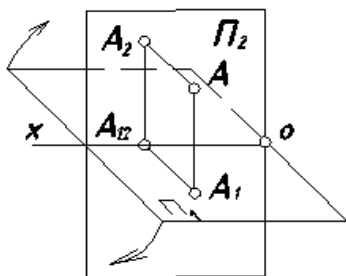
3. КОМПЛЕКСНЫЙ ЧЕРТЁЖ ТОЧКИ

Для комплексного чертежа существуют следующие положения:

1. Фронтальная и горизонтальная проекции точки всегда лежат на одной вертикальной линии связи $|A_2A_1| \perp X_{12}$.

2. Фронтальная и профильная проекции точки расположены на одной горизонтальной линии связи $|A_2A_3| \perp Z_{23}$.

3. Расстояние $|A_2A_{12}|$ от фронтальной проекции точки до оси X_{12} определяет высоту точки над горизонтальной плоскостью проекций, численное значение которой определяется координатой $\langle\langle Z \rangle\rangle$



4. Расстояние между $|A_1A_{12}|$ от горизонтальной проекции точки до оси X_{12} определяет глубину точки, т.е. расстояние до

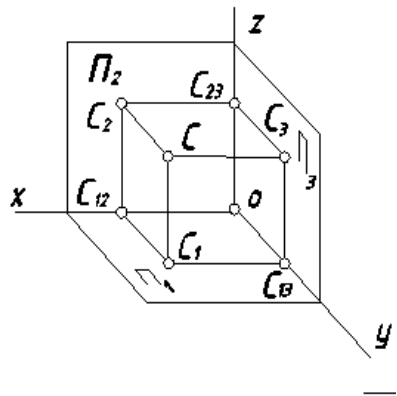
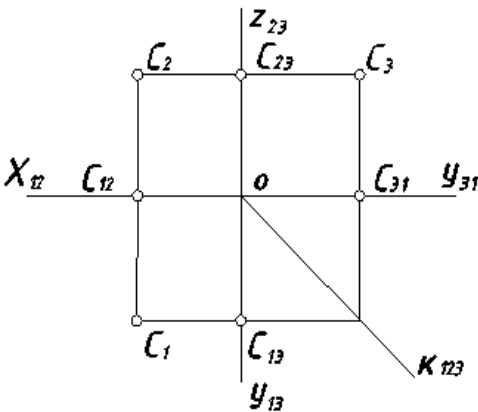
фронтальной плоскости и измеряется координатой “Y”.

5. Аналогично, координата “X” определяет широту точки, т.е. расстояние от точки до профильной плоскости проекции.

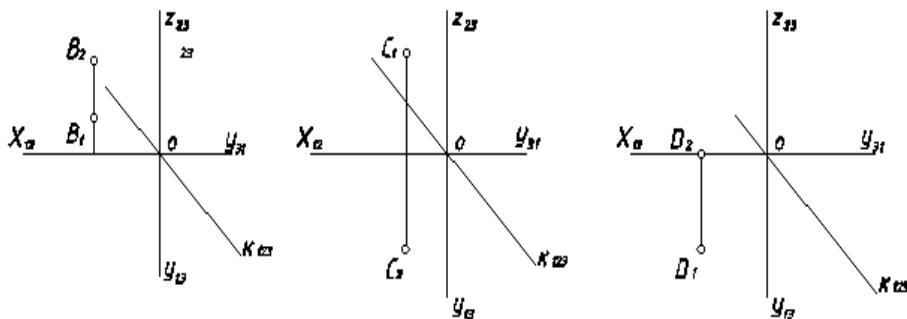
ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Как располагаются в пространстве плоскости проекции Π_1 Π_2 Π_3 ?
2. На чем основан способ построения комплексного чертежа?
3. Какими координатами определяется фронтальная проекция точки?
4. Какими координатами определяется горизонтальная проекция точки?
5. Как проекции точек связаны на комплексном чертеже?
6. Какие величины определяют высоту, глубину и широту точки?

6. Построить изображение точек А (25, 20,15) и В (20, 25,0) на комплексном чертеже и во фронтальной диметрии по образцу точки С (35, 10, 30).



7. Построить третью проекцию точек В, С и D по двум заданным. Определить четверти, в которых они расположены.

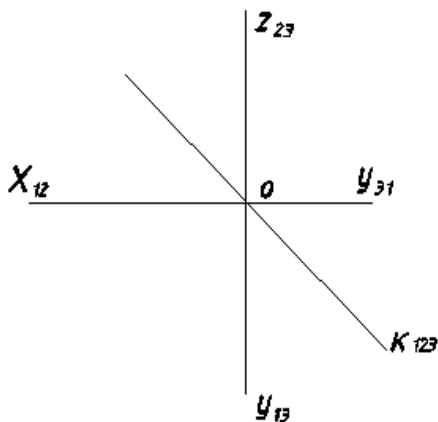


В-2 ЧЕТВ

С-

D-

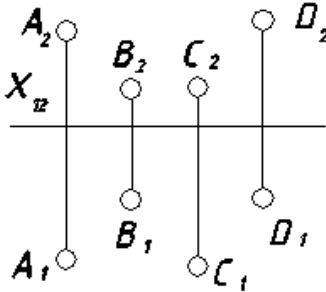
8. Построить проекции точек А, В, С, D так, чтобы точка А лежала в плоскости Π_2 ; точка В лежала в плоскости Π_1 ; точка С лежала на оси OX; точка D была равноудалена от плоскостей проекции Π_1 ; Π_2 ; Π_3 (величины координат взять произвольно)



9. Заданы проекции точек A, B, C, D.

Построить проекции:

- 1) точки E, расположенную ниже точки A на 15 мм.
- 2) точки N, расположенную выше точки B на 20 мм.
- 3) точки M, расположенную дальше точки C на 10 мм.
- 4) точки K, расположенную выше точки D на 5 мм.



- E (.....)
- N (.....)
- M (.....)
- K (.....)

10. Построить проекции точек:

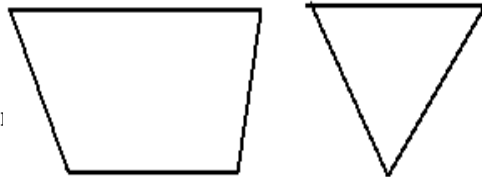
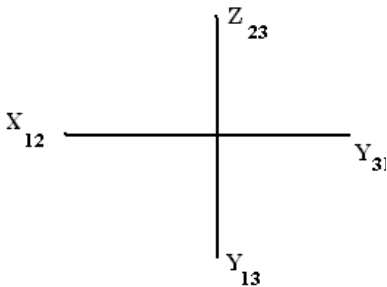
- а) A – в III четверти, если высота в два раза больше глубины;
- б) B – в IV четверти, если глубина в 2 раза больше высоты.

Широту взять произвольно.

11. Определить и записать, сколько вершин имеет изображенный многогранник. Обозначить вершины буквами.

к задаче 10

к задаче 11

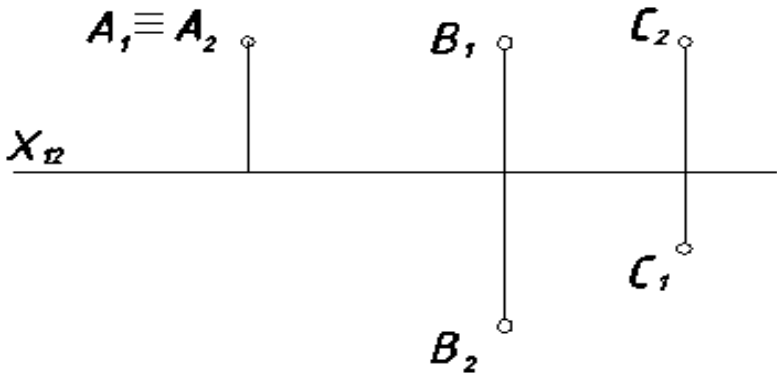


$n =$

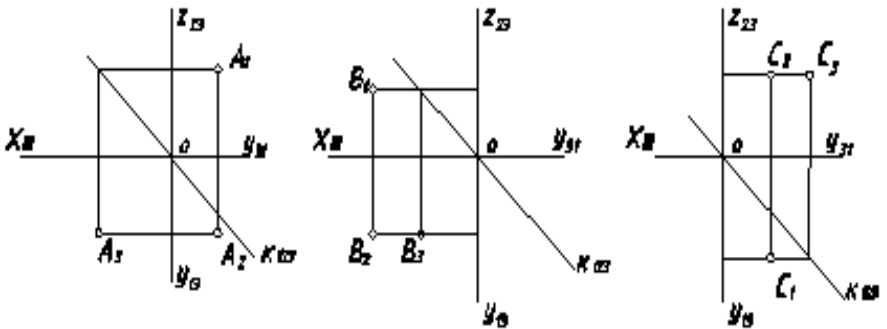
Карты самоконтроля

Тема: Комплексный чертёж точки

1. Какая из трех точек одинаково удалена от плоскостей проекции Π_1, Π_2, Π_3 в первой четверти?



2. Какая из трех точек расположена в седьмом октанте пространства?



1

2

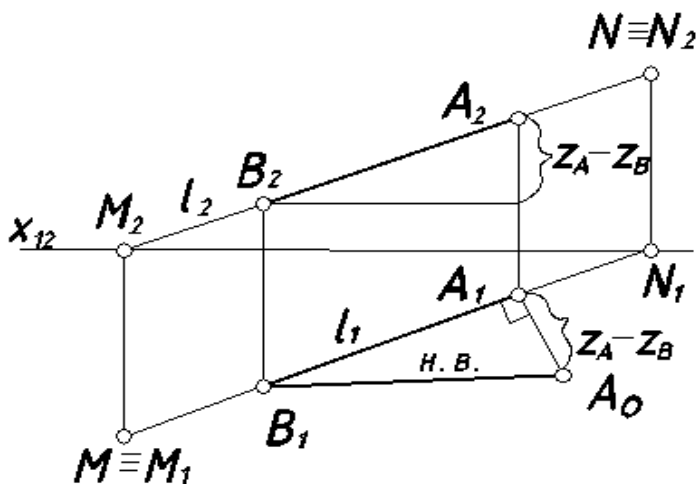
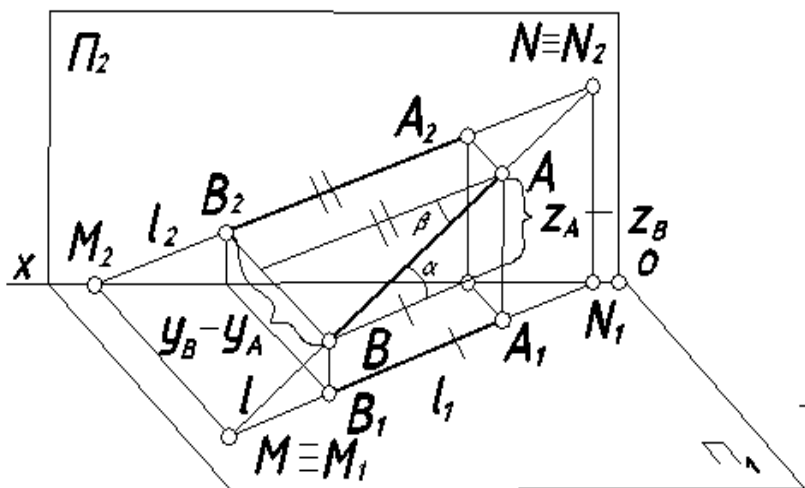
3

3. Какая из трех точек наиболее удалена от плоскости Π_3 ?

A (15, -10, -20) B (20, 5, 10) C (25, 10, 15)

4. КОМПЛЕКСНЫЙ ЧЕРТЕЖ ПРЯМОЙ

Проекция прямой определяется проекциями двух её точек



$$(M \in \Pi) \wedge (M \in L) \Rightarrow (M_2 \in X_{12}) \wedge (M_2 \in L) \Rightarrow M_2 = X_{12} \cap L_2; M_1 \in L_1$$

Различают прямые:

1. Общего положения.
2. Параллельные одной из плоскостей проекций (линии уровня).
3. Перпендикулярные одной из плоскостей проекций (проецирующие прямые).

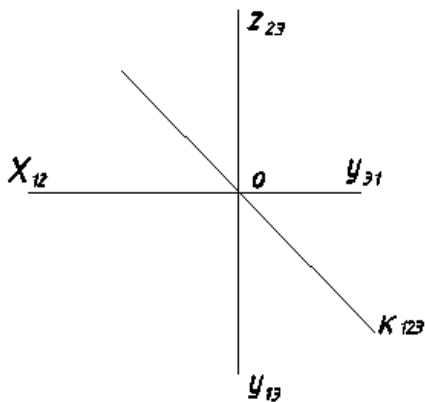
Прямая общего положения имеет три следа (М;N;Р).

Проекция отрезка всегда меньше его действительной величины. Натуральная величина отрезка определяется величиной гипотенузы прямоугольного треугольника, у которого одним из катетов будет любая из проекций, а другим – разность удаления концов отрезка от той плоскости проекций, на которой взят первый катет.

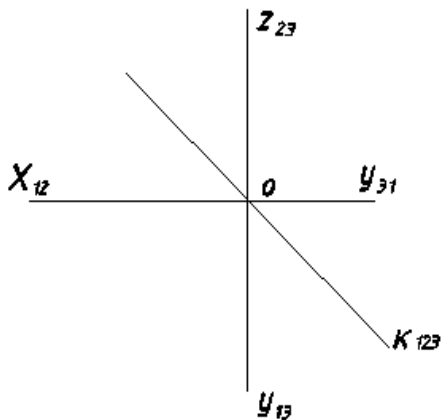
ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Каким образом можно задать прямую на комплексном чертеже?
2. Как располагаются на чертеже проекции прямой общего положения?
3. Какие прямые называются прямыми частного положения и как их проекции располагаются на чертеже?
4. Условия принадлежности точки прямой.
5. Как определяется натуральная величина отрезка прямой общего положения?
6. Что называется следом прямой?
7. Как располагаются на чертеже проекции прямых параллельных, пересекающихся, скрещивающихся?
8. Когда прямой угол проецируется на плоскость без искажения?

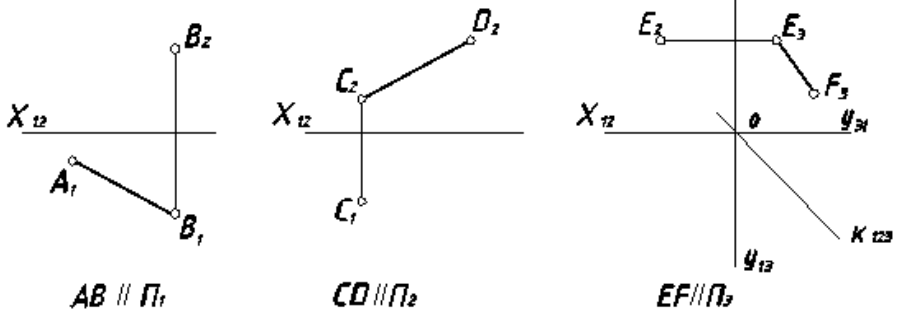
12. Построить проекции отрезка $[AB]$ по заданным координатам точек $A(30, 15, 10)$ и $B(5, 5, 25)$.



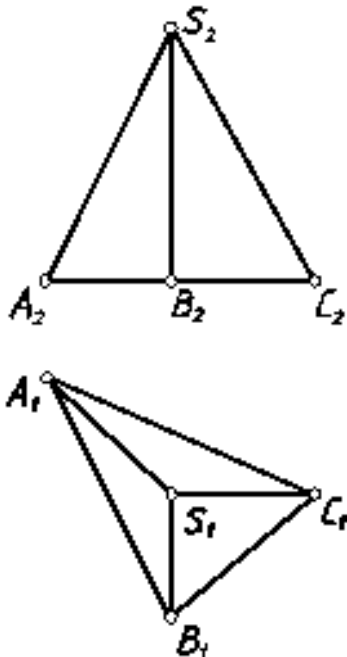
13. Построить профильно-проецирующую прямую $[BC]$ (длиной 30 мм), находящуюся от плоскости Π_2 в два раза дальше, чем от плоскости Π_1 .



14. Построить недостающие проекции прямых уровня. Отметить на чертеже угол наклона прямых к плоскостям проекций.



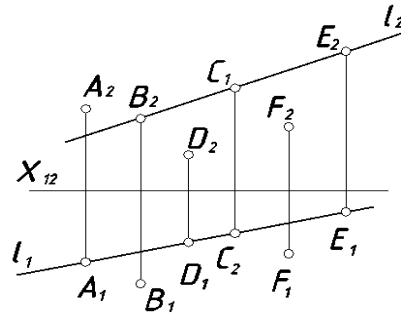
15. В треугольной пирамиде $SABC$ указать, какие её ребра являются горизонтальными, фронтальными и профильными прямыми.



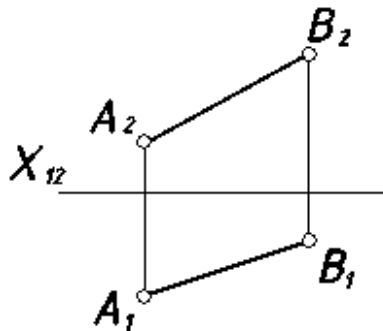
- AC- горизонтальная прямая
- SB-
- SC-
- BC-
- AB-

16. Указать точки, расположенные:

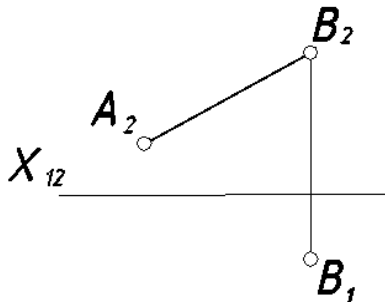
- а) на прямой;
- б) перед прямой;
- в) над прямой;
- г) под прямой.



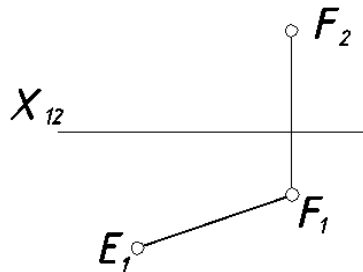
17. Определить натуральную величину отрезка $[AB]$ и углы наклона его к плоскостям Π_1 и Π_2 .



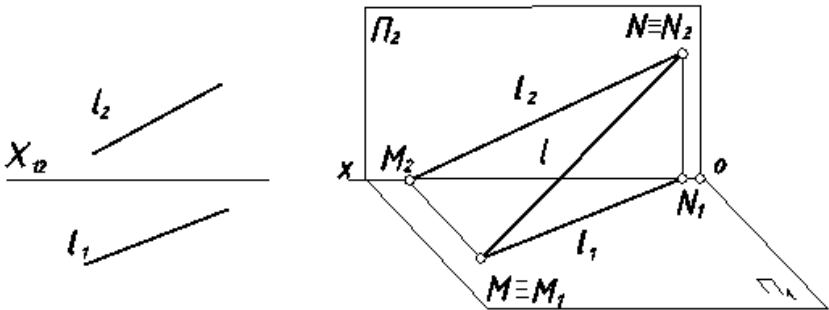
18. Угол наклона прямой с плоскостью Π_2 равен 30° . Найти недостающую проекцию этой прямой.



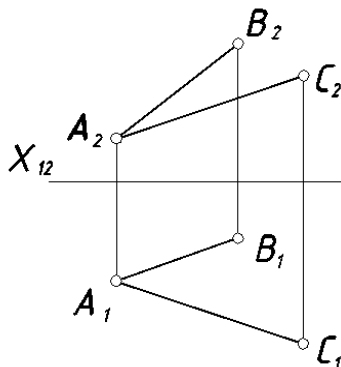
19. Определить недостающую проекцию точки E, находящуюся от точки F на расстоянии 40 мм.



20. Построить следы заданной прямой.

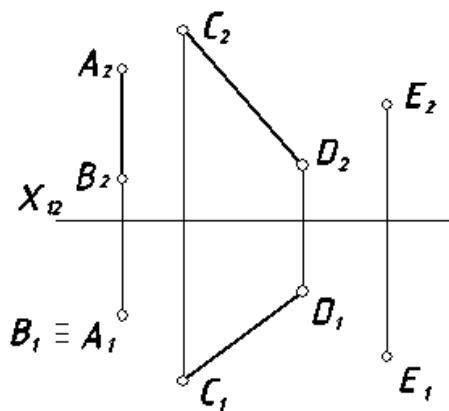


21. Прямые [AB] и [CA] пересечь горизонтальной прямой, отстоящей от плоскости Π_1 на 20 мм.



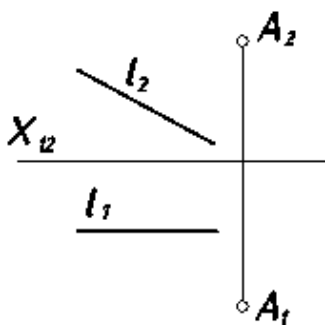
22. Через точку E провести пересекающую две дан-

ные прямые $[AB]$ и $[CD]$.

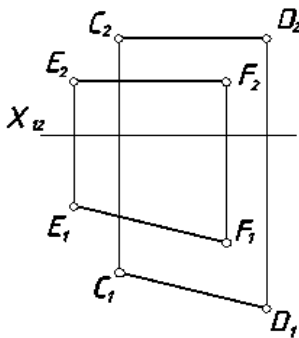


23. Определить расстояние:

а) от точки А до прямой l ;



б) между прямыми $[CD]$ и $[EF]$.



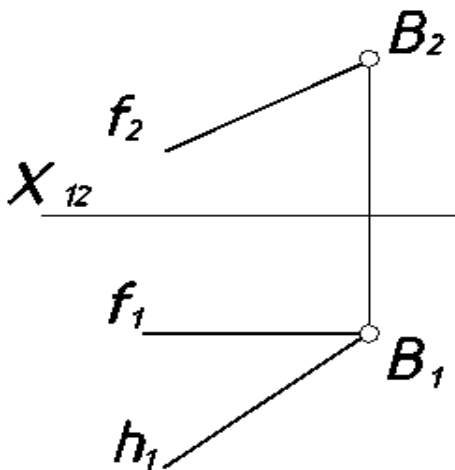
24. Построить прямоуголь-

26

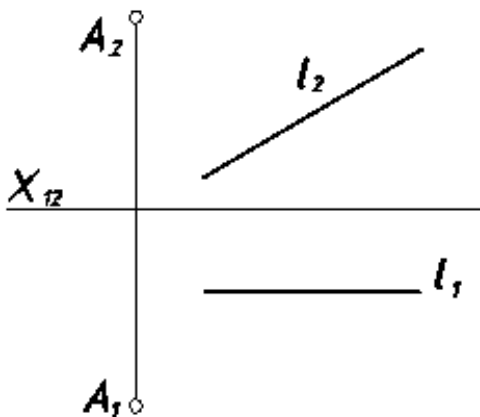
27

ный

равнобедренный треугольник ABC с катетом [AB]=30 мм на фронтальной прямой, если известно направление горизонтальной проекции (h_1) другого катета.



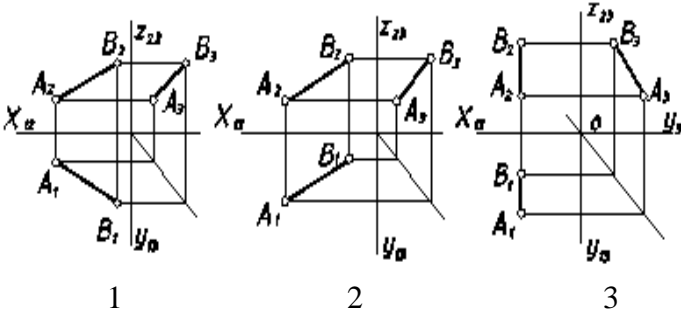
25. Построить квадрат ABCD со стороной [BC] на прямой l , которая параллельна плоскости Π_2 .



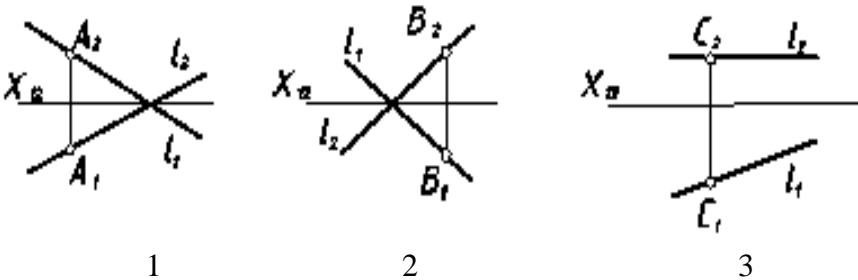
КАРТА САМОКОНТРОЛЯ

Тема: Комплексный чертёж прямой

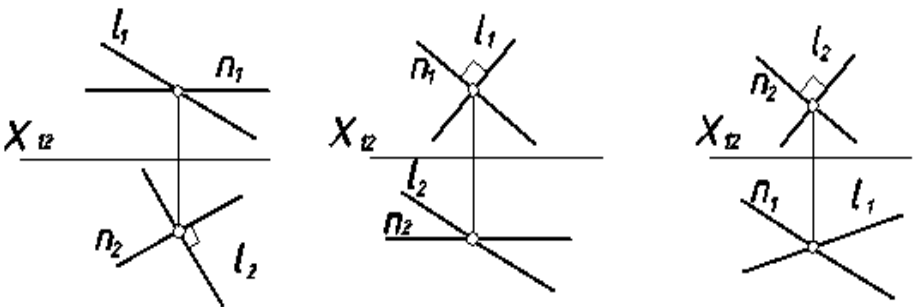
1. На каком из приведенных чертежей профильная проекция определена неверно?



2. Какая из трех точек лежит на прямой l ?



3. В каком случае прямая (l_1, l_2) пересекает прямую $n \parallel \Pi_2$ под углом?



1

2

3

28

32

5. ПЛОСКОСТЬ ТОЧКА И ПРЯМАЯ В ПЛОСКОСТИ

Точка лежит в плоскости, если она принадлежит какой-либо прямой, лежащей в данной плоскости.

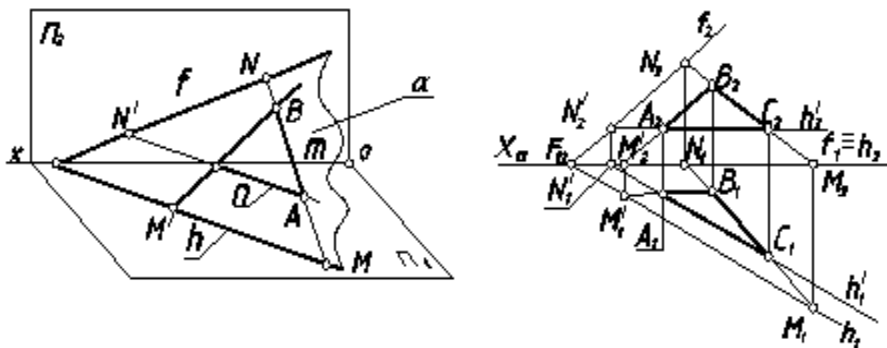
$$(A \in \lambda) \leftrightarrow (A \in n \subset \lambda)$$

Прямая принадлежит плоскости, если она проходит через две точки, принадлежащие данной плоскости, или через одну точку и параллельна какой-либо прямой, лежащей в плоскости или ей параллельной.

$$(m \subset \lambda) \leftrightarrow (m \in A \in \lambda) \wedge (m \in B \in \lambda)$$

или

$$(n \subset \lambda) \leftrightarrow (n \in A \in \lambda) \wedge (n \parallel h \subset \lambda)$$



Плоскость общего положения пересекает три плоскости проекций и, следовательно, имеет три следа. Следы прямых всегда лежат на соответствующих следах плоскости ($M \in h$, $N \in f$).

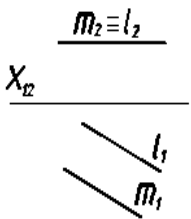
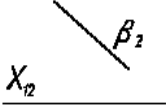
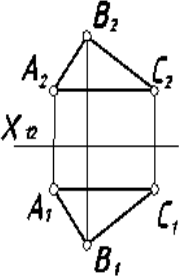
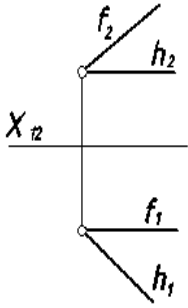
Для решения вопроса о принадлежности данной плоскости следует:

1. Провести через одну из проекций точки соответствующую проекцию прямой, принадлежащей плоскости.

2. Построить вторую проекцию этой прямой.
3. Выяснить, принадлежит ли другая проекция точки, построенной второй проекции прямой. Если да, то точка принадлежит плоскости.

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Способы задания плоскости в пространстве и на комплексном чертеже.
 2. Какие плоскости называются плоскостями частного положения и как они изображаются на комплексном чертеже?
 3. Условия принадлежности точки плоскости.
 4. Условия принадлежности прямой плоскости.
 5. Прямые особого положения в плоскости.
26. Записать символически, какими элементами задана каждая из плоскостей. Записать название плоскостей.

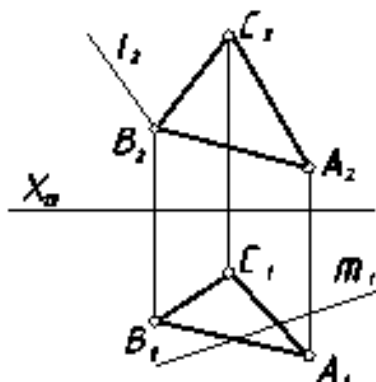
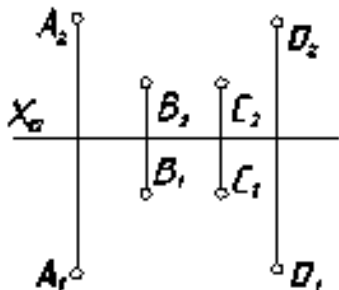
			
1. $\alpha(l \notin m); \alpha \parallel \Pi 1$ 2. Горизонтальная			

27. Определить, принадлежат ли заданные точки A, B, C, D одной из плоскостей.

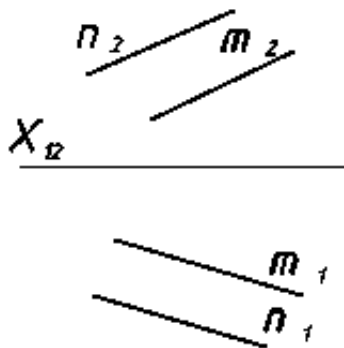
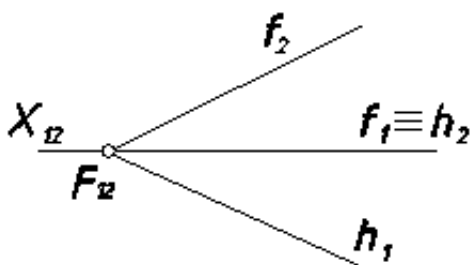
28. Построить проекции l_1 и m_2 прямых l и m , лежащих в плоскости $\triangle ABC$.

к задаче 27

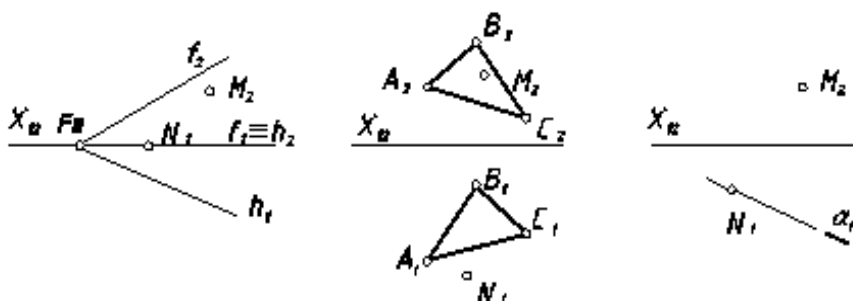
к задаче 28



29. Провести в заданных плоскостях горизонталь и фронталь.

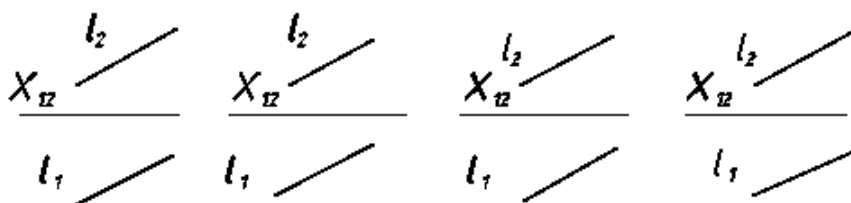


30. Определить недостающие проекции точек М и N, принадлежащих плоскости.

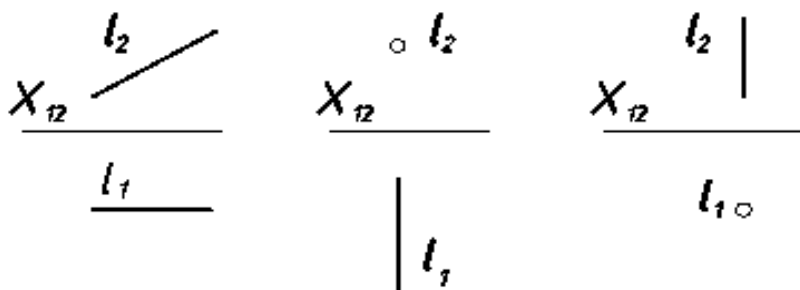


31. Заключить прямую в следующие плоскости.

а) $\lambda \perp \Pi_2$ б) $\lambda \perp \Pi_1$ в) $\lambda \perp \Pi_3$ г) λ – общего положения



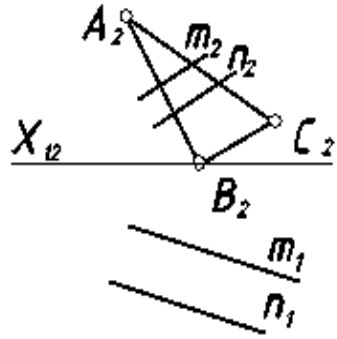
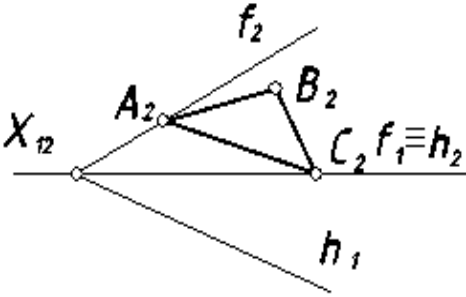
д) $\beta \parallel \Pi_2$ е) $\beta \parallel \Pi_1$ ж) $\beta \parallel \Pi_3$



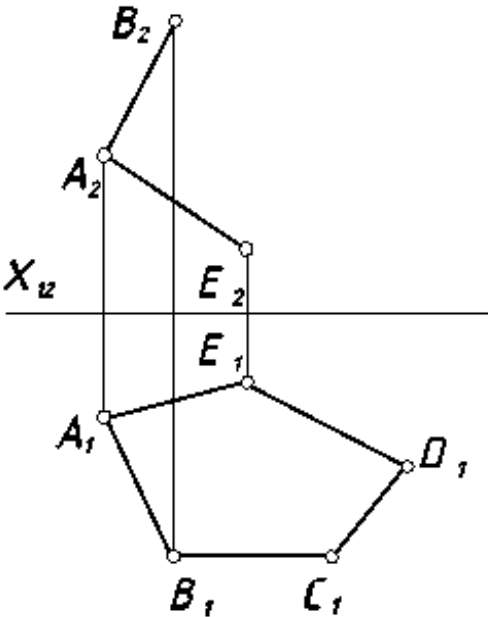
32. Построить проекции ABC, лежащего:

а) в плоскости $\alpha(f \cap h)$

б) в плоскости $\beta(n \parallel m)$



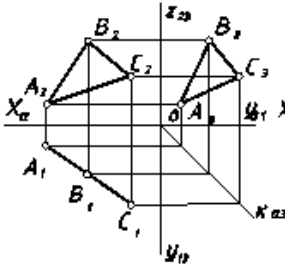
33. Достроить фронтальную проекцию плоского пятиугольника.



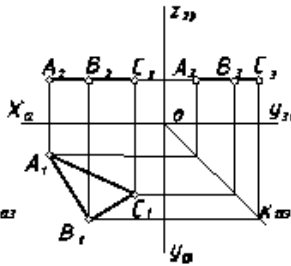
КАРТА САМОКОНТРОЛЯ

Тема: Плоскость. Точка и прямая в плоскости

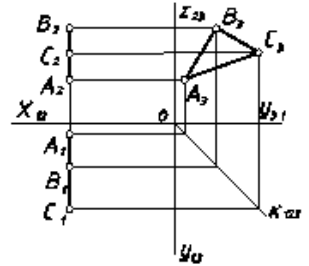
1. Укажите, на каком из чертежей не показана плоскость уровня?



1

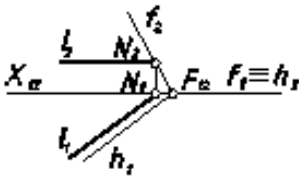


2

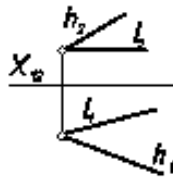


3

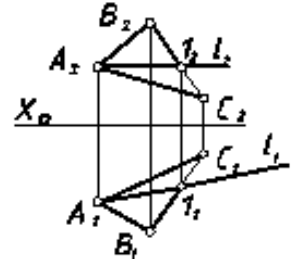
2. Для какой из приведенных ниже плоскостей линия l является фронталью?



1

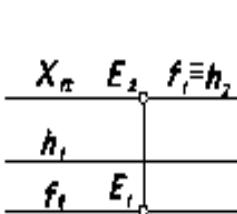


2

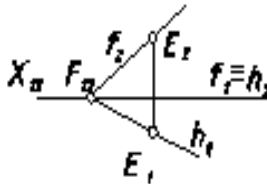


3

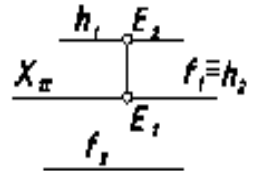
3. Укажите, на каком чертеже точка E принадлежит плоскости?



1



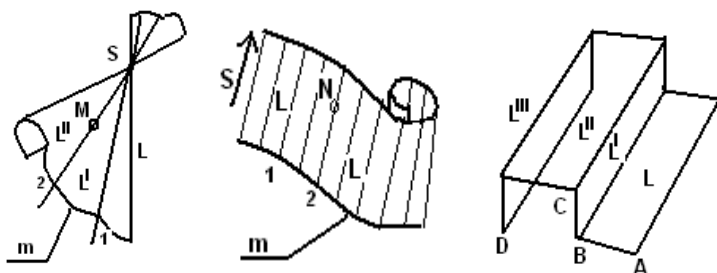
2



3

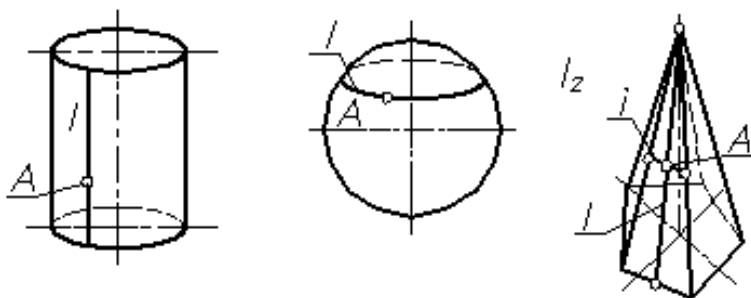
6. ПОВЕРХНОСТИ ТОЧКА И ЛИНИЯ НА ПОВЕРХНОСТИ

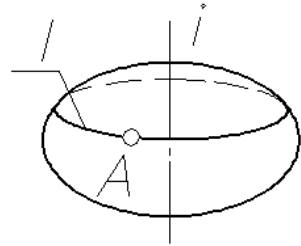
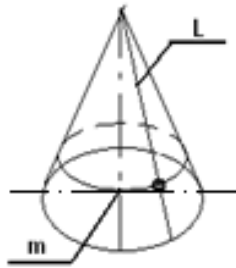
Поверхность может рассматриваться как совокупность всех возможных положений в пространстве некоторой линии, перемещающейся по определенному закону. Эту линию называют образующей. Она может быть прямой или кривой. В зависимости от образующей поверхности делятся на **линейчатые** и **нелинейчатые**.



Точка принадлежит поверхности, если она принадлежит какой-либо линии этой поверхности.

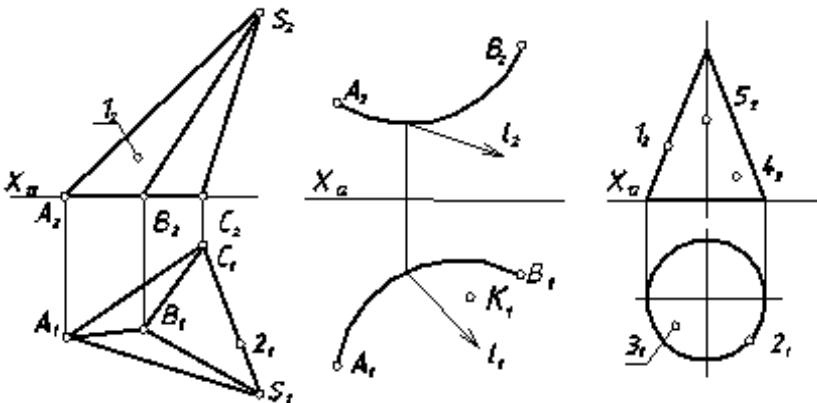
$$(\dot{A} \in \lambda) \Leftrightarrow (\dot{A} \in L \subset \lambda)$$



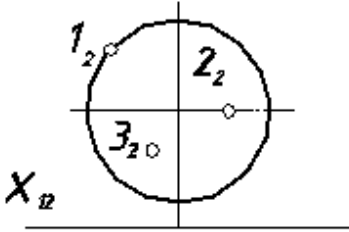


ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

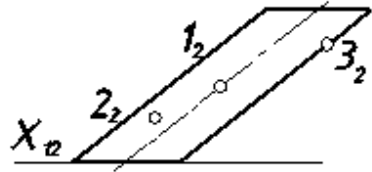
1. Что называется поверхностью?
2. Что является определителем поверхности?
3. Какие поверхности называются линейчатыми?
4. Какие линейчатые поверхности относятся к развертывающимся?
5. Какие линейчатые поверхности называются косыми?
6. Какие поверхности называются поверхностями вращения?
7. Условия принадлежности точки поверхности.
34. Построить недостающие проекции видимых точек, лежащих на поверхностях.



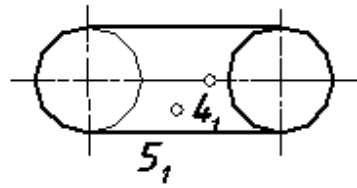
a)



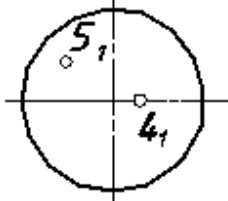
б)



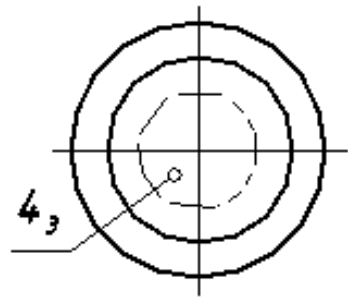
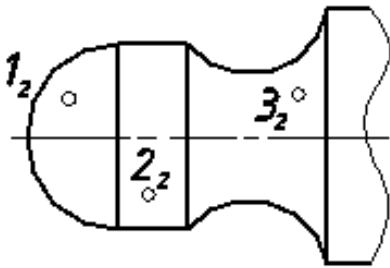
в)



г)



д)

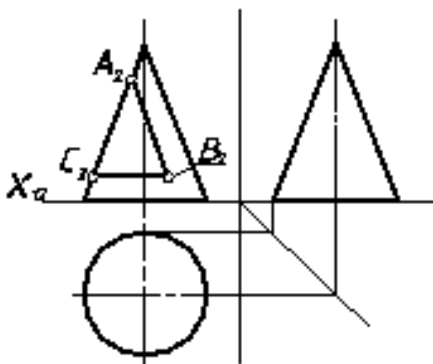
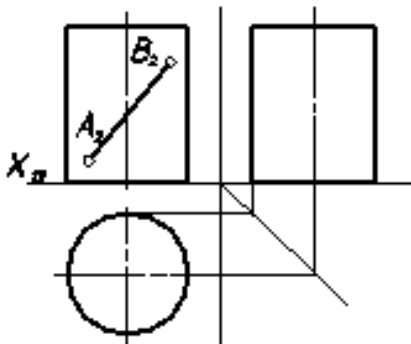


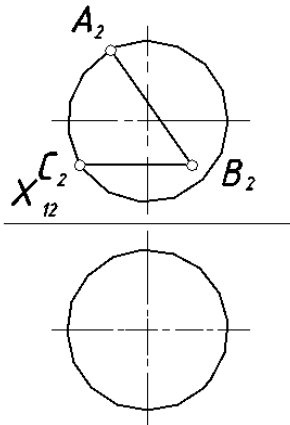
е)

35. Построить недостающие
положенных на поверхности

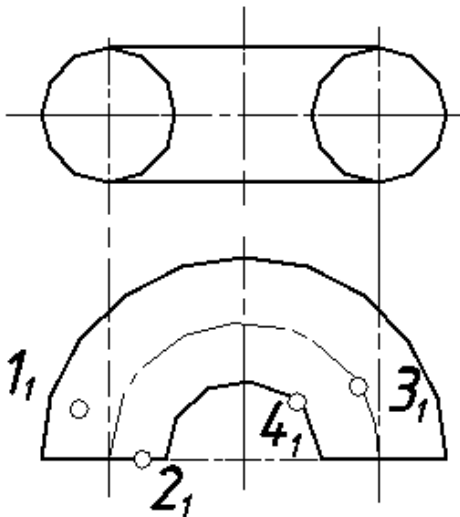
37

и линий [AB] и [BC], рас-
к тел.

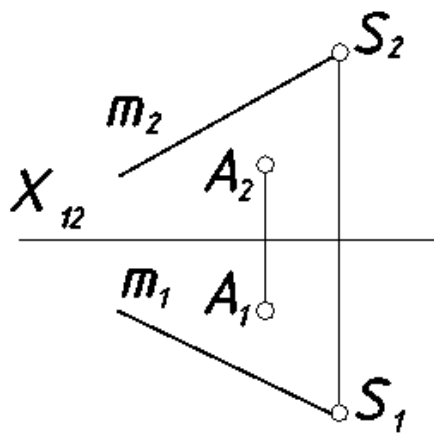




36. Построить фронтальную проекцию половины тора и недостающие проекции A_2, B_2, C_2, D_2 , точек A, B, C, D , поверхности тора, которые видимы на горизонтальной проекции.



37. Построить проекции прямого кругового конуса, ось которого лежит на прямой m , а точка A принадлежит окружности основания.

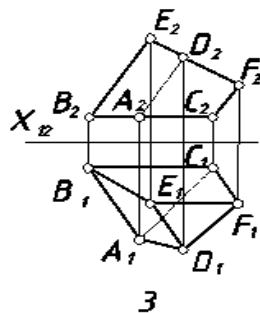
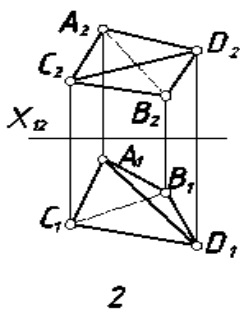
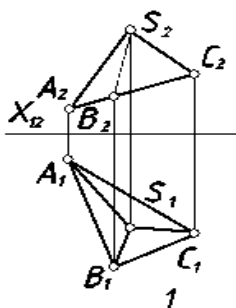


39

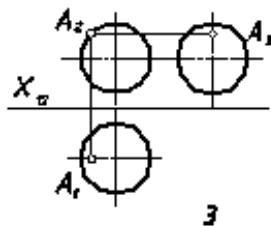
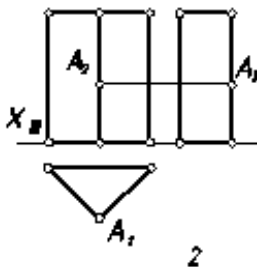
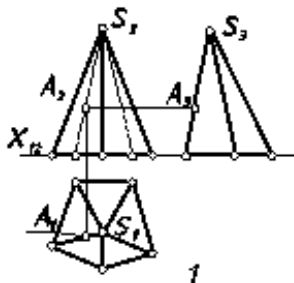
КАРТА САМОКОНТРОЛЯ

Тема: Поверхность. Точки и линии на поверхности

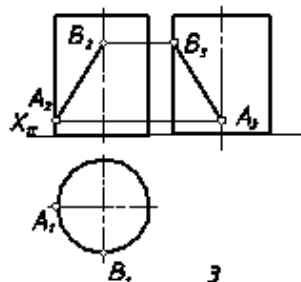
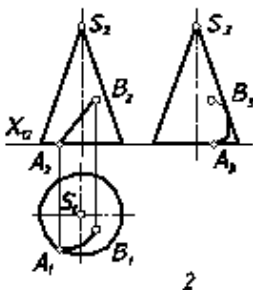
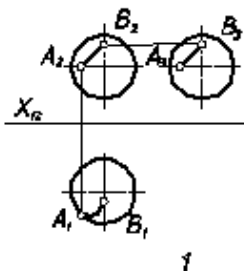
1. Укажите, на каком из чертежей видимость ребер многогранника определена верно?



2. В какой задаче проекции точки, не принадлежащей поверхности, определена неверно?



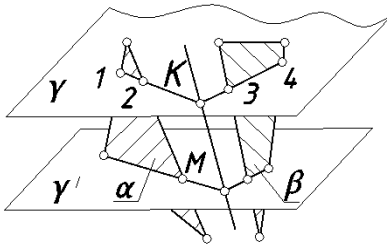
2. В какой задаче проекции линии на поверхности определены верно?



7. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПЛОСКОСТЕЙ

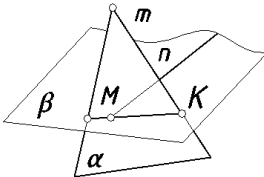
При взаимном пересечении двух плоскостей получается прямая линия, для определения которой достаточно найти две точки, принадлежащие одновременно каждой из двух заданных плоскостей. Для нахождения каждой из таких точек обычно приходится выполнять специальные построения.

1. Способ вспомогательных секущих плоскостей.



$$\begin{aligned} \gamma \perp \dot{I}_2 \Leftrightarrow \gamma \perp \dot{I}_1 \\ (\gamma \cap \lambda) \cap (\gamma \perp \beta) = \hat{E} \\ \gamma' \perp \dot{I}_2 \Leftrightarrow \gamma' \perp \dot{I}_1 \\ (KM) = \lambda \perp \beta \\ K \cup M = KM \end{aligned}$$

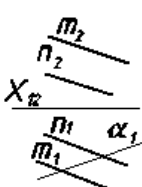
2. Способ построения линии пересечения по точкам пересечения прямых линий с плоскостью.



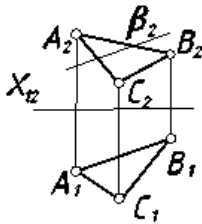
$$\begin{aligned} m \subset \alpha; m \cap \beta = K \\ n \subset \beta; n \cap \alpha = M \\ (KM) = \lambda \perp \beta \end{aligned}$$

.ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

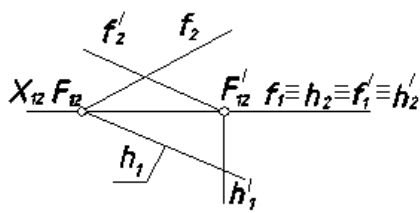
1. Взаимное расположение двух плоскостей в пространстве.



а)



б)

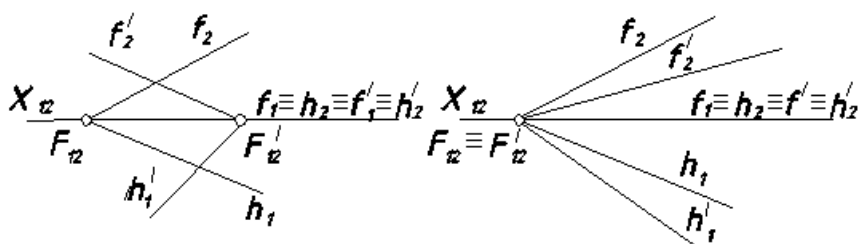


в)

2. Взаимное пересечение двух плоскостей. Алгоритм решения

38. Построить проекции линии пересечения двух плоскостей.

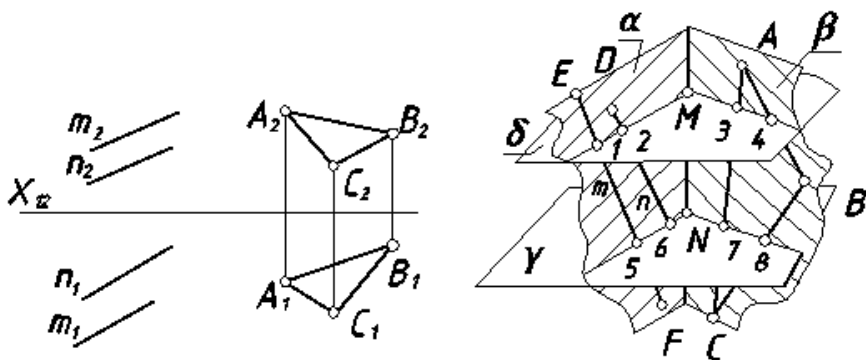
а)



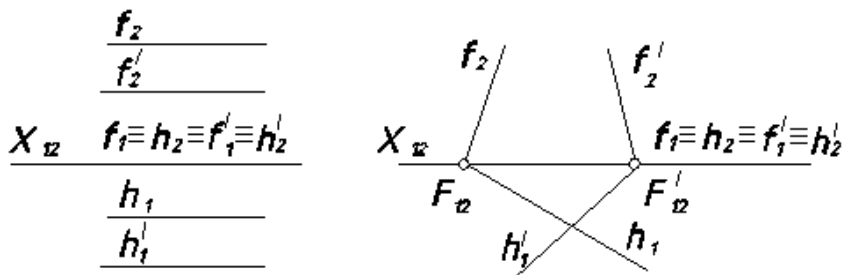
б)

41

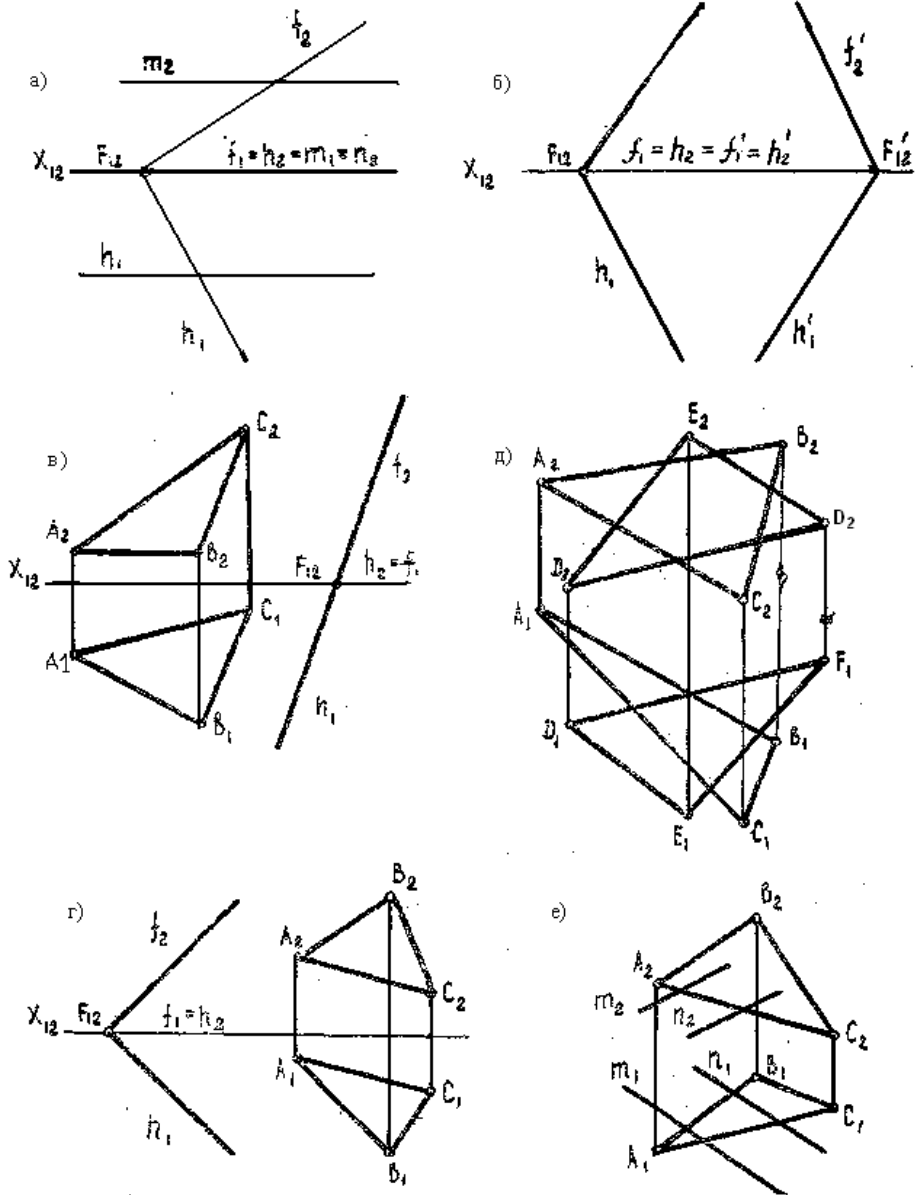
в)



г)



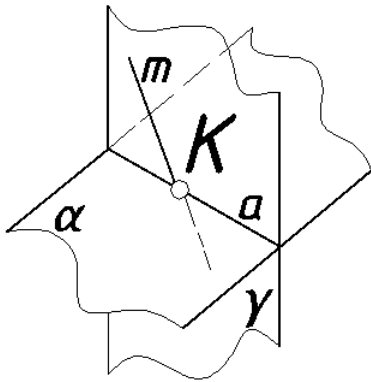
39. Построить проекции линий пересечения двух плоскостей.



8. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПРЯМОЙ С ПЛОСКОСТЬЮ

Для нахождения точки пересечения прямой с плоскостью следует:

1. Через прямую m провести вспомогательную проецирующую плоскость γ .
2. Построить прямую (a) пересечения вспомогательной плоскости γ с заданной α .
3. Определить точку K пересечения прямых a и m .



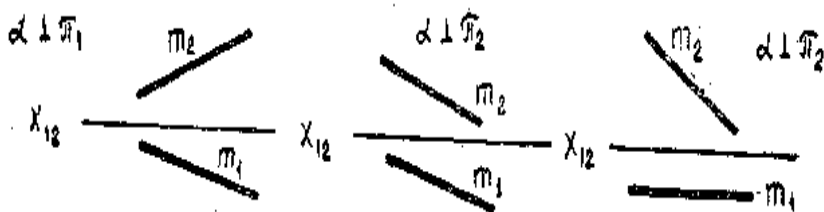
$$\lambda \supset m; \gamma \perp \Pi_1$$

$$\gamma \cap \lambda = a$$

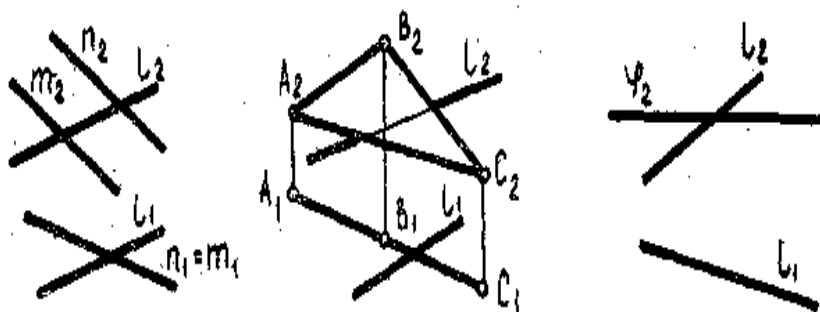
$$a \cap m = k$$

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Как построить плоскость α , перпендикулярно к одной из плоскостей проекции и проходящую через прямую m ?



2. Как построить точку пересечения прямой с плоскостью, перпендикулярной к одной или двум плоскостям проекции?



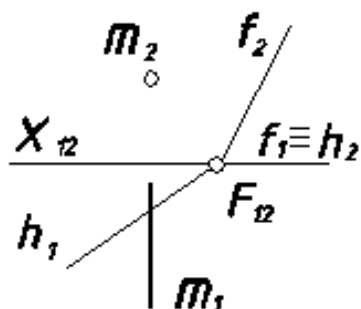
3. Как располагаются на чертеже две пересекающиеся прямые?

4. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.

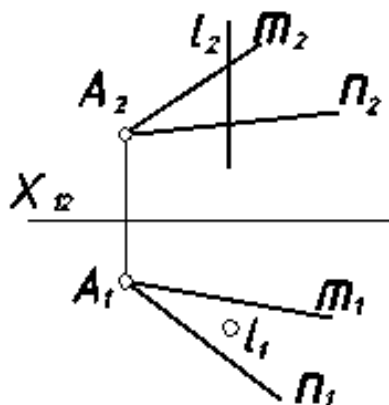
5. Пересечение прямой и плоскости. Алгоритм решения.

40. Построить проекции точки пересечения прямой с плоскостью. Определить видимость.

а)



б)

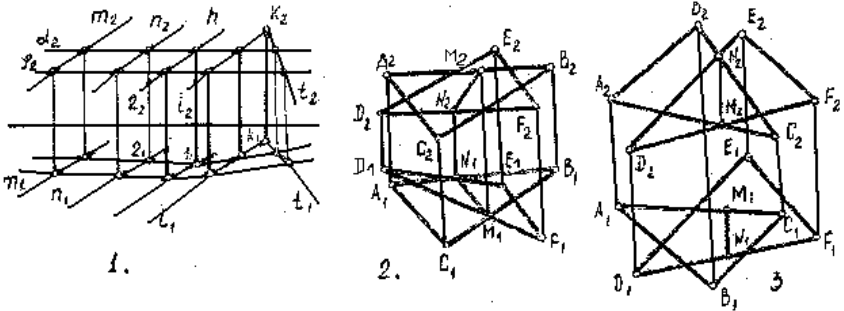


КАРТА САМОКОНТРОЛЯ

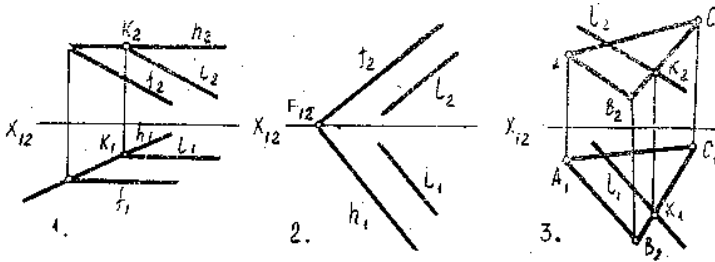
Тема: Пересечение двух плоскостей

Пересечение прямой с плоскостью

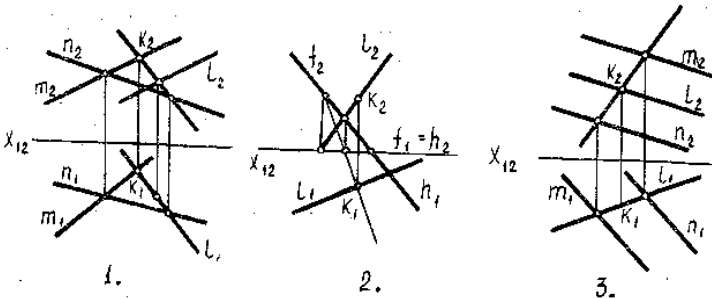
1. Определите, на каком из чертежей правильно построена линия пересечения плоскостей?



2. Определите, на каком из чертежей прямая l пересекает заданную плоскость?

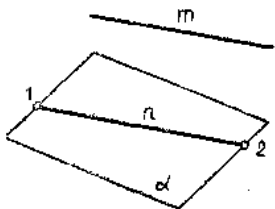


3. На каком из чертежей неправильно показаны проекции точки K пересечения прямой l с заданной плоскостью?



9. ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ

Прямая параллельна плоскости, если в плоскости можно провести прямую, параллельную данной.

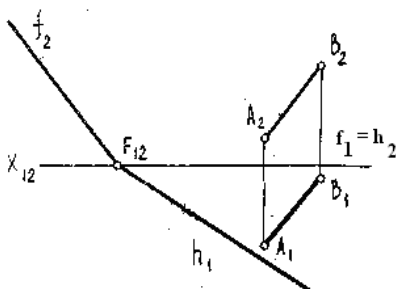


$$(m \parallel n) \wedge (n \subset \lambda) \Rightarrow m \parallel \lambda$$

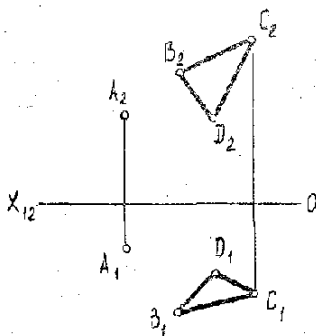
ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Какое положение может занимать прямая относительно плоскости?
 2. Условие принадлежности прямой и плоскости.
 3. Условие параллельности прямой и плоскости на комплексном чертеже.
 4. Условие параллельности двух прямых.
41. Через точку А провести прямую l , параллельную заданной плоскости $\alpha(DBC)$.
 42. Определите, параллельна ли прямая $[AB]$ плоскости $\alpha(f \cap h)$.

к задаче 42



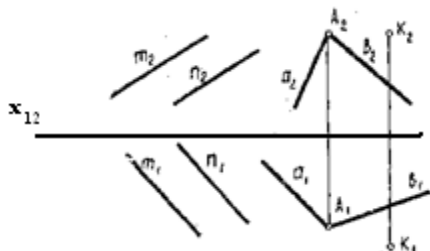
к задаче 41



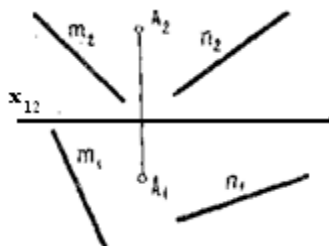
43. Через точку K провести прямую, параллельную двум заданным плоскостям.

44. Через точку A провести плоскость α , параллельную двум заданным скрещивающимся прямым m и n .

к задаче 43



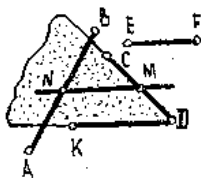
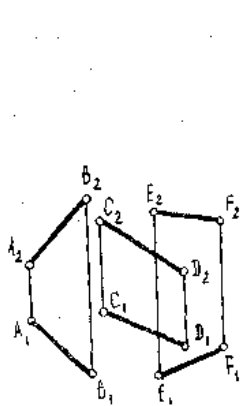
к задаче 44



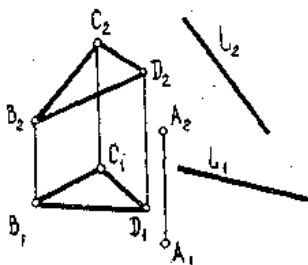
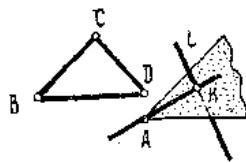
45. Провести прямую, пересекающую заданные прямые $[AB]$ и $[CD]$ и параллельную прямой $[EF]$.

46. Через точку A провести прямую, параллельную плоскости α (DBC) и пересекающую прямую l .

к задаче 45



к задаче 46



10. ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ ПЛОСКОСТЕЙ

Две плоскости параллельны, если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости

$$(a \cap b) \subset \lambda$$

$$(m \cap n) \subset \beta$$

$$(a \parallel m) \wedge (b \parallel n) \Leftrightarrow (\lambda \parallel \beta)$$



ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

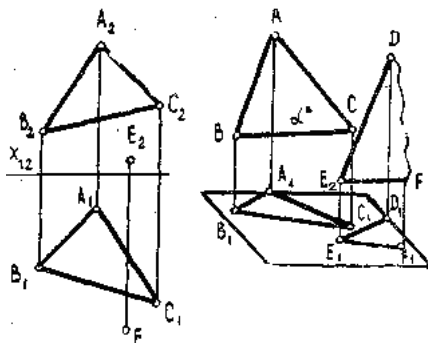
1. Условие параллельности плоскостей на комплексном чертеже.

2. Условия пересечения прямых на комплексном чертеже.

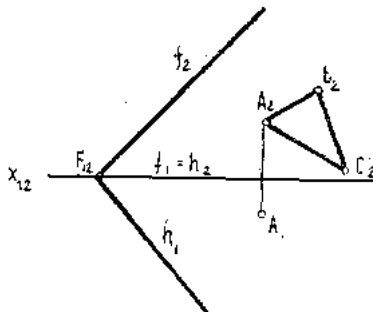
47. Через точку E провести плоскость, параллельную заданной плоскости $\alpha(ABC)$.

48. Построить горизонтальную проекцию $\Delta(ABC)$, плоскость которого параллельна плоскости $\phi(f \cap h)$.

к задаче 47



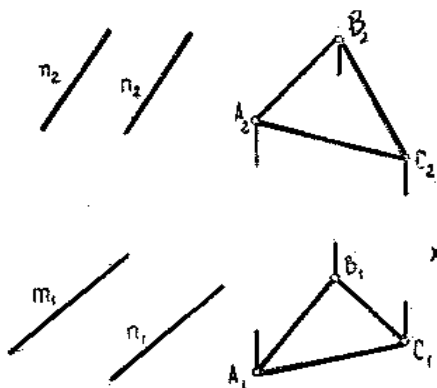
к задаче 48



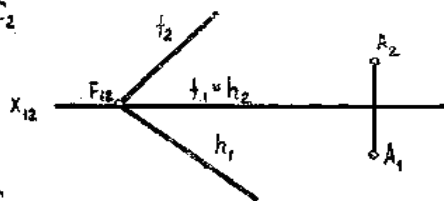
49. Определить, параллельны ли плоскости $\alpha(m||n)$ и $\beta(ABC)$.

50. Через точку А провести плоскость, параллельную $d(f \cap h)$.

к задаче 49



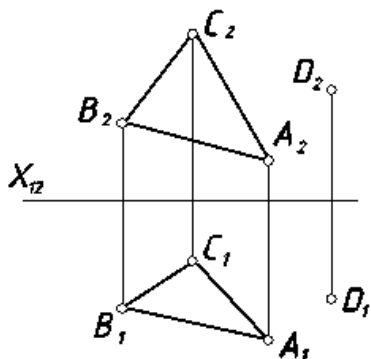
к задаче 50



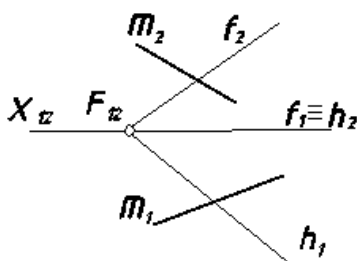
51. Через точку D провести плоскость, параллельную плоскости $\alpha(ABC)$, задав ее линиями уровня.

52. Провести плоскость ϕ , параллельную плоскости $\beta(f \cap h)$. Отрезок прямой m , заключенный между плоскостями ϕ и β , должен быть равен 30мм.

к задаче 51



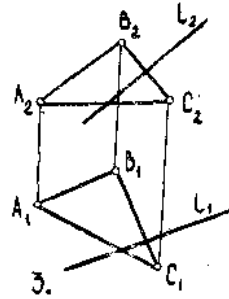
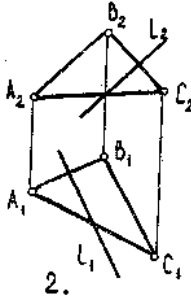
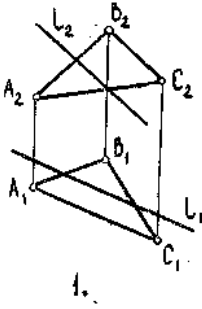
к задаче 52



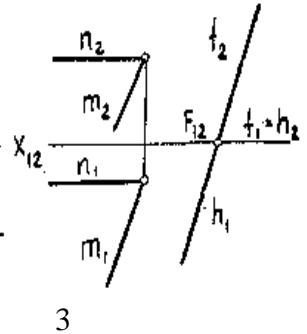
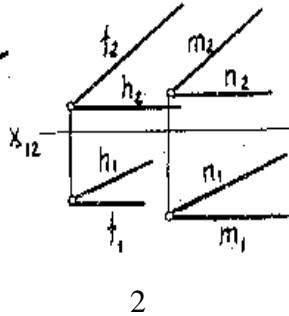
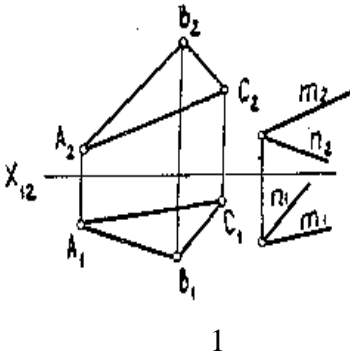
КАРТА САМОКОНТРОЛЯ

Тема: Параллельность прямой и плоскости, двух плоскостей.

1. Укажите, на каком из чертежей прямая l параллельна заданной плоскости?

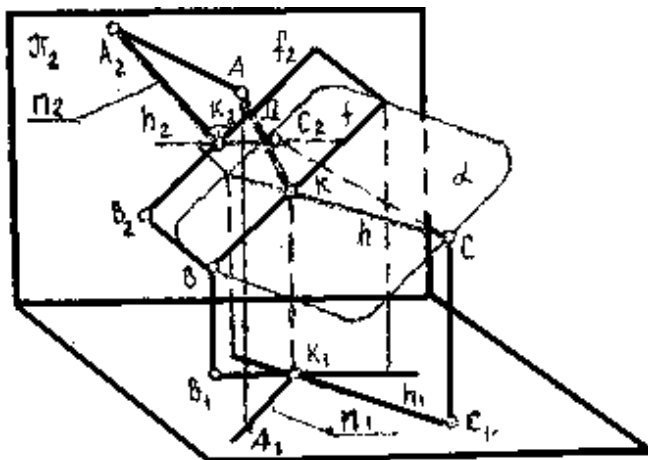


2. Определить, на каком из чертежей заданные плоскости параллельны?



11. ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТЬ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ

Прямая перпендикулярна к плоскости, если она перпендикулярна к двум пересекающимся прямым, принадлежащим этой плоскости. Исходя из условия проецирования прямого угла, берем в плоскости не произвольные пересекающиеся прямые, а пересекающиеся горизонталь и вертикаль.



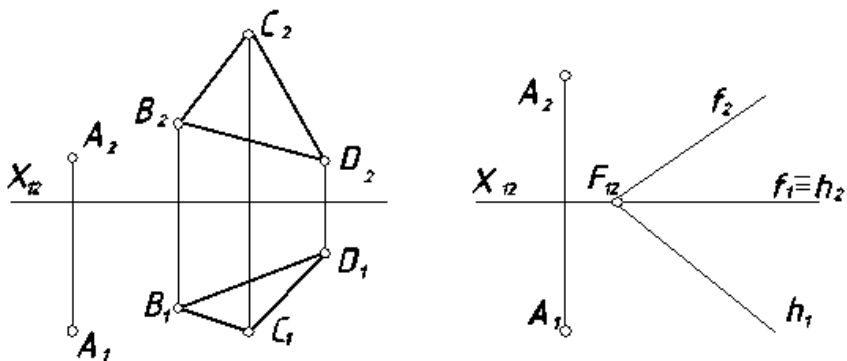
$$(h \cap f) \subset \lambda$$

$$(n \perp h) \wedge (n \perp f) \Leftrightarrow n \perp \lambda$$

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Свойство проецирования прямого угла.
2. На какую плоскость проекций прямой угол проецируется в прямой между прямой общего положения и горизонталью?
3. На какую плоскость проекций прямой угол проецируется в прямой между прямой общего положения и фронталью?

53. Из точки A опустить перпендикуляр на заданные плоскости.

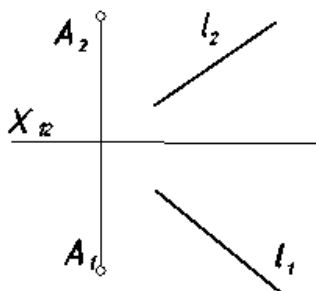
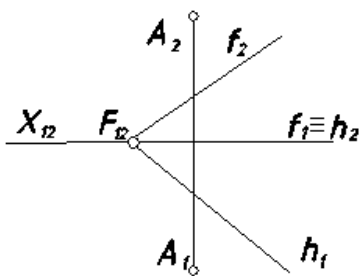


54. Определить расстояние от точки A до плоскости $\alpha(f \cap h)$.

55. Через точку A провести плоскость β , перпендикулярную прямой l общего положения.

к задаче 54

к задаче 55

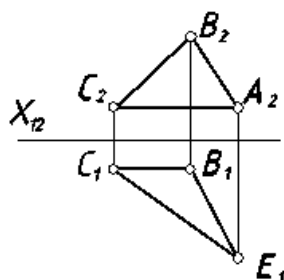
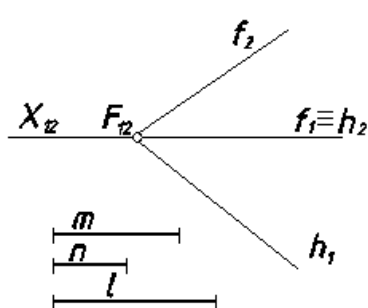


56. В точке, лежащей в плоскости $\alpha(f \cap h)$ и отстоящей от Π_1 на расстоянии m , и от Π_2 на расстоянии n , восстановить к α перпендикуляр, равный l .

57. Через точку C провести прямую, перпендикулярную плоскости треугольника (ABC) , длиной 30мм.

к задаче 56

к задаче 57

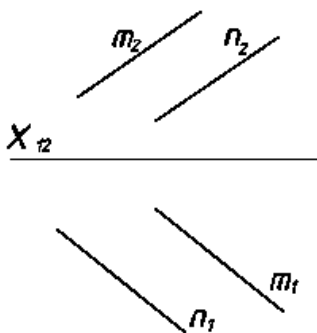
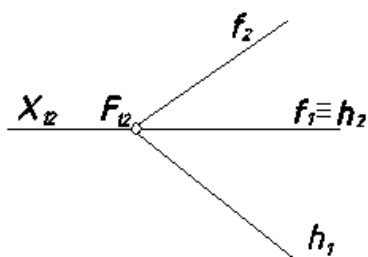


58. Провести плоскость параллельно плоскости $\alpha(f \cap h)$ на расстоянии 25мм от нее.

59. Определить недостающую проекцию точки M , отстоящей от плоскости $\alpha(m \parallel n)$ на расстоянии 25мм от нее.

к задаче 58

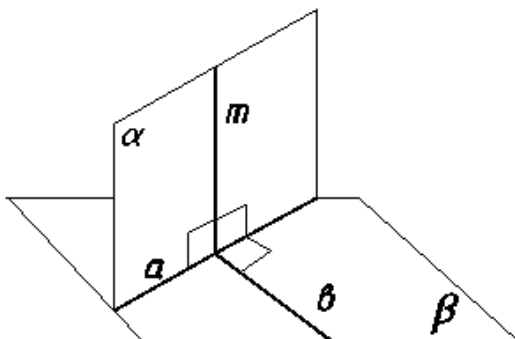
к задаче 59



12. ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТЬ ПЛОСКОСТЕЙ

Две плоскости взаимно перпендикулярны, если одна из них содержит прямую, перпендикулярную к другой плоскости.

$$(\lambda \supset m) \wedge (m \perp \beta) \Rightarrow (\lambda \perp \beta)$$

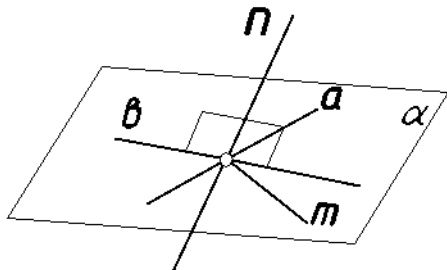


ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Условие взаимной перпендикулярности плоскостей.
2. Способы задания плоскости общего положения.

13. ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТЬ ПРЯМЫХ

Прямая перпендикулярна к другой прямой, если лежит в плоскости, перпендикулярной к этой прямой.



$$(m \subset \lambda) \wedge (n \perp \lambda) \Rightarrow (n \perp m)$$

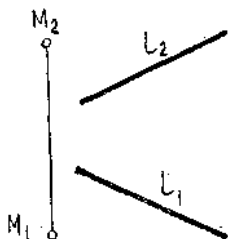
ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Условие взаимной перпендикулярности прямых общего положения.
2. Чем задается на комплексном чертеже плоскость, перпендикулярная к прямой?

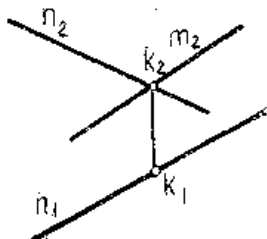
60. Через точку M провести прямую, перпендикулярную к прямой l и пересекающую ее.

61. Построить горизонтальную проекцию прямой m , которая перпендикулярна к прямой n .

к задаче 60



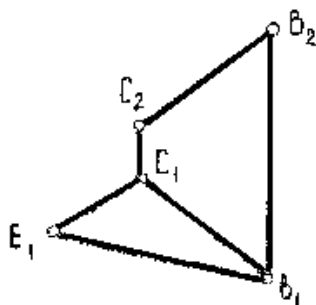
к задаче 61



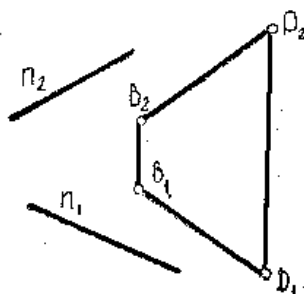
62. Построить фронтальную проекцию $\triangle BCE$, если $\angle ABC$ равен 90° .

63. Построить ромб $ABCD$ с вершиной $A \in n$.

к задаче 62



к задаче 63.

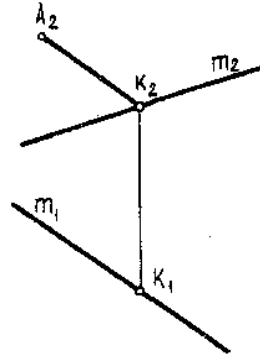
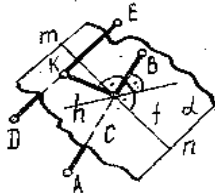
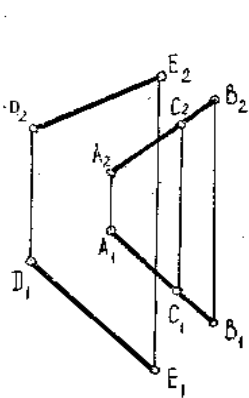


64. Провести перпендикуляр к прямой [AB] из ее точки C до пересечения его с прямой [DE].

65. Построить равнобедренный треугольник (ABC) с основанием $|BC| = 40\text{мм}$ и $|BC| \subset m$, исходя из условия, что точка K является основанием высоты [AK].

к задаче 64

к задаче 65

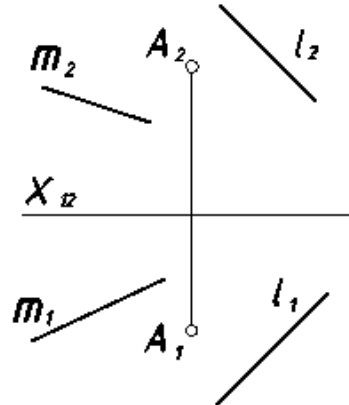
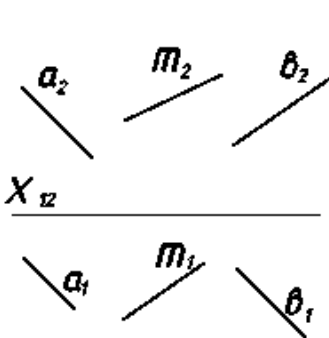


66. Провести прямую, пересекающую прямые a и b и перпендикулярную к прямой m.

67. Через точку A провести прямую, пересекающую прямую m и перпендикулярную к прямой l.

к задаче 66

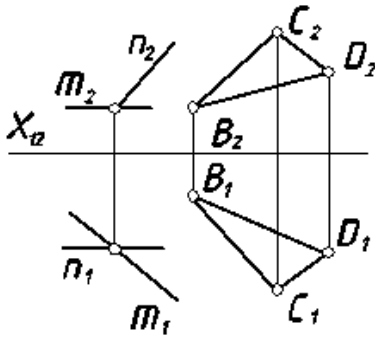
к задаче 67



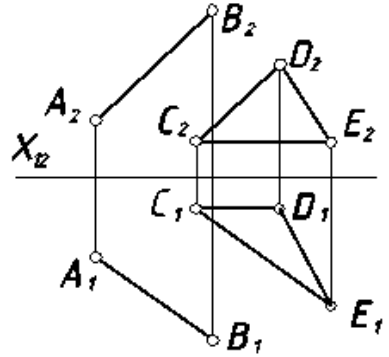
68. Проверить, перпендикулярны ли плоскости $\alpha(BCD)$ и $\beta(CDE)$.

69. Провести через прямую $[AB]$ плоскость, перпендикулярную к плоскости $\alpha(CDE)$.

к задаче 68



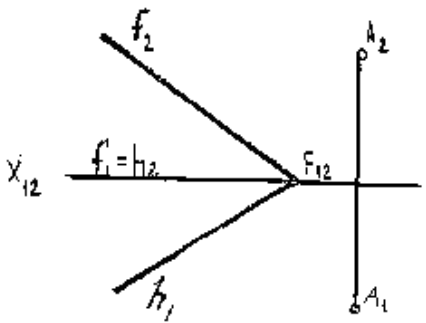
к задаче 69



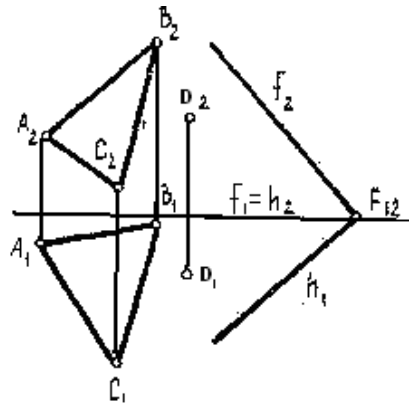
70. Через точку A провести случайную плоскость α , перпендикулярную к $\beta(f \cap h)$

71. Задать плоскость α , проходящую через точку D и перпендикулярную к данным плоскостям $\beta(ABC)$ и $\gamma(f \cap h)$.

к задаче 70



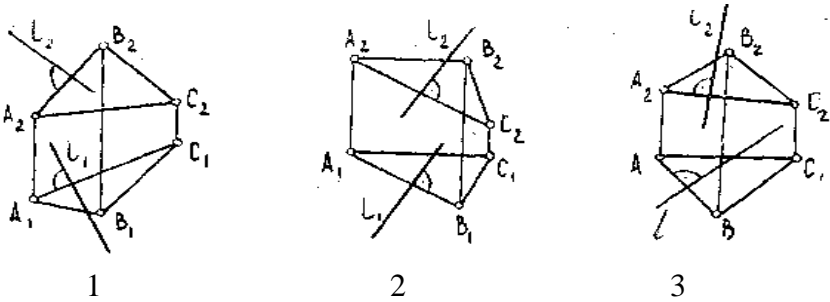
к задаче 71



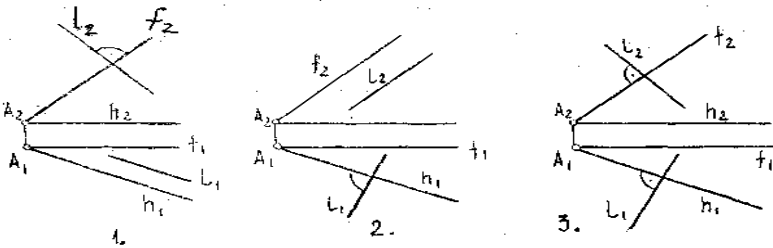
КАРТА САМОКОНТРОЛЯ

Тема: Перпендикулярность прямой и плоскости. Взаимная перпендикулярность плоскостей. Взаимная перпендикулярность плоскостей общего положения

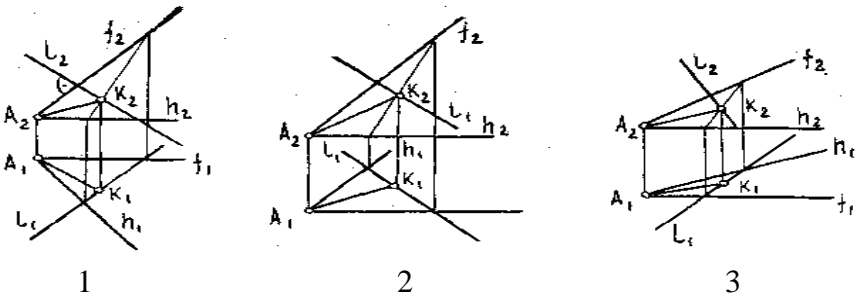
1. На каком из чертежей через прямую l можно провести множество плоскостей перпендикулярно к заданной плоскости?



2. Определите на каком из чертежей прямая l перпендикулярна к заданной плоскости $\alpha(f \cap h)$?



3. Укажите, на каком из чертежей прямая $[AK]$ перпендикулярна к прямой l и пересекает ее?

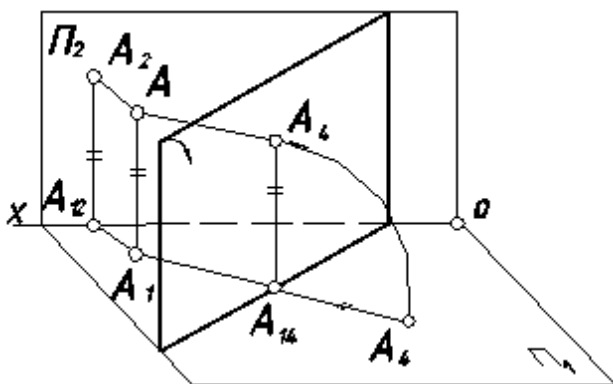


14. МЕТОДЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ КОМПЛЕКСНОГО ЧЕРТЕЖА

Методы преобразования комплексного чертежа используют при переходе от общего положения прямой или фигуры к частному за счёт изменения взаимного проецирования прямой или фигуры и плоскости проекции. При методе плоскопараллельного перемещения изменения взаимного положения проецируемой прямой или фигуры и плоскостей проекций осуществляется путём перемещения прямой или геометрической фигуры в новое положение так, чтобы траектория перемещения её точек находилась в параллельных плоскостях.

При замене плоскостей проекций изменение взаимного положения проецируемой прямой или фигуры и плоскостей проекций достигается путём замены системы плоскостей проекции.

СХЕМА ПЕРЕХОДА



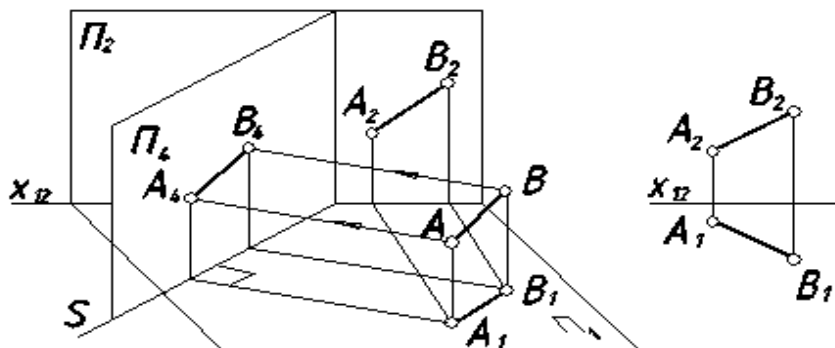
$$X_{12} \begin{matrix} \pi_2 \\ \pi_1 \end{matrix} \rightarrow X_{14} \begin{matrix} \pi_4 \\ \pi_1 \end{matrix} \rightarrow X_{45} \begin{matrix} \pi_4 \\ \pi_5 \end{matrix} \rightarrow \dots$$

$$X_{12} \begin{matrix} \pi_2 \\ \pi_1 \end{matrix} \rightarrow X_{24} \begin{matrix} \pi_2 \\ \pi_4 \end{matrix} \rightarrow X_{45} \begin{matrix} \pi_5 \\ \pi_4 \end{matrix} \rightarrow \dots$$

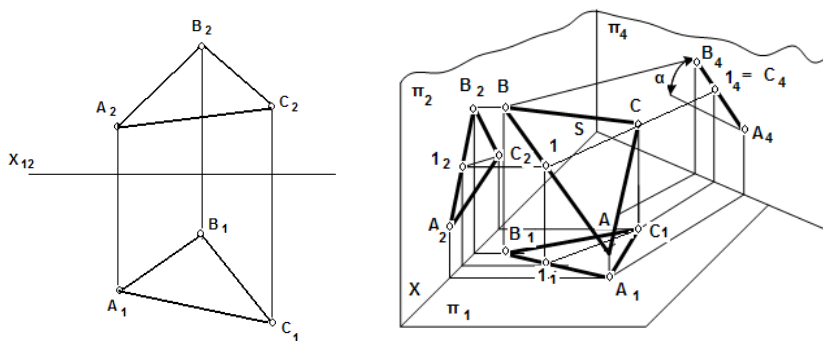
ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Сущность способов преобразования комплексного чертежа.
2. В чем состоит сущность способа замены плоскостей проекций?
3. Основные задачи, решаемые способами замены плоскостей проекций?
4. Какие группы задачи решают способом замены плоскостей проекций?

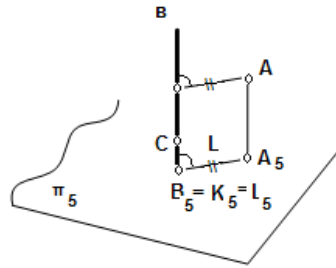
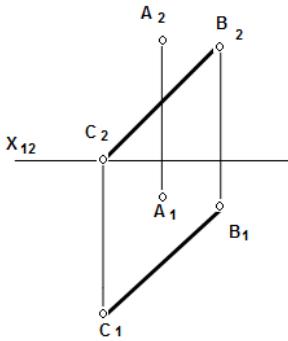
72. Определить натуральную величину отрезка прямой $[AB]$ и угол его наклона к π_1 .



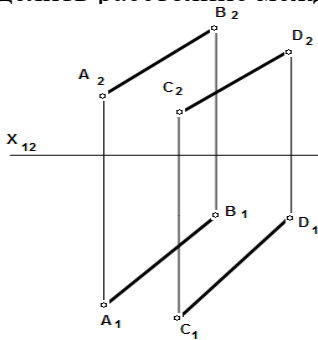
73. Определить угол наклона плоскости $\varphi(ABC)$ к π_1 .



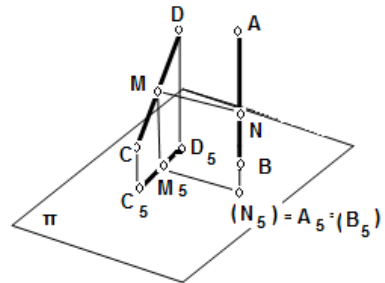
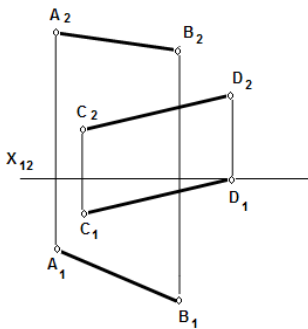
74. Определить расстояние от точки A до прямой [BC].



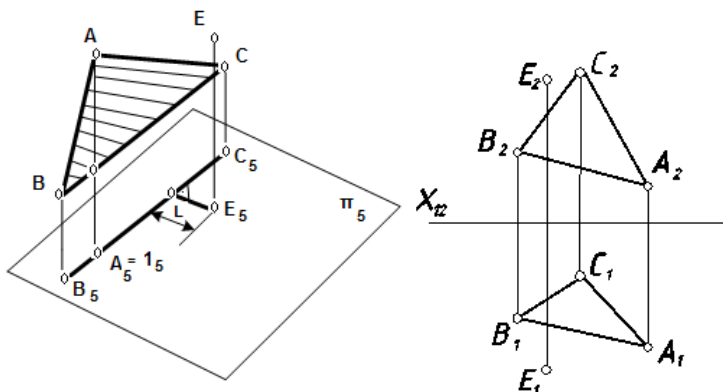
75. Определить расстояние между двумя прямыми [AB] и [CD]



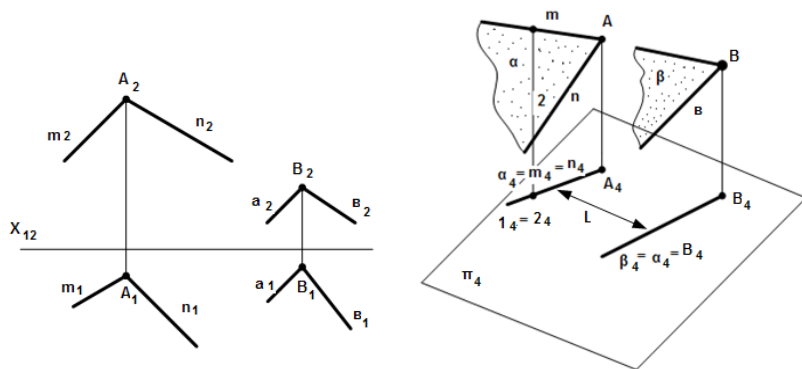
76. Определить кратчайшее расстояние между прямыми [AB] и [CD].



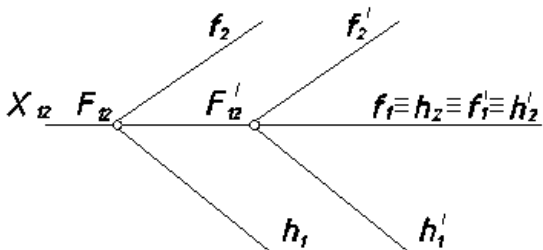
77. Определить расстояние от точки E до плоскости $\varphi(ABC)$.



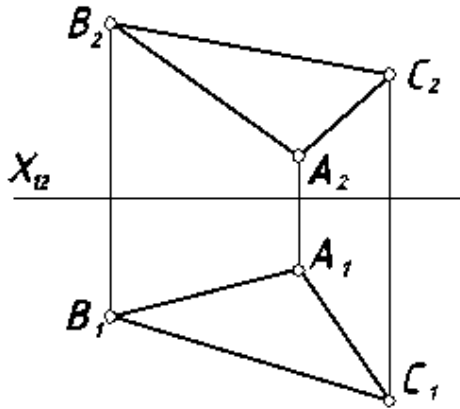
78. Определить расстояние между плоскостями $\alpha(m \cap n)$ и $\beta(a \cap b)$.



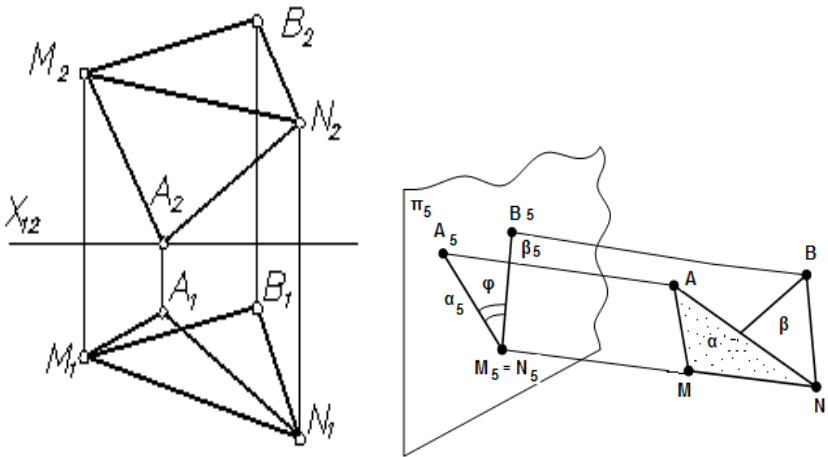
79. Определите расстояние между плоскостями $\alpha(f \cap h)$ и $\beta(f' \cap h')$.



80. Определить натуральную величину треугольника (ABC).

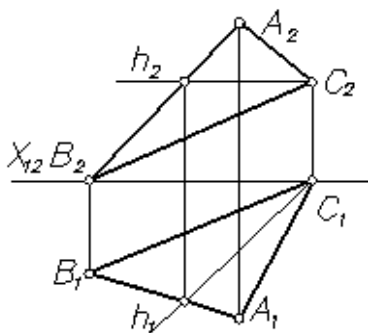


81. Определить величину двугранного угла при ребре [MN].

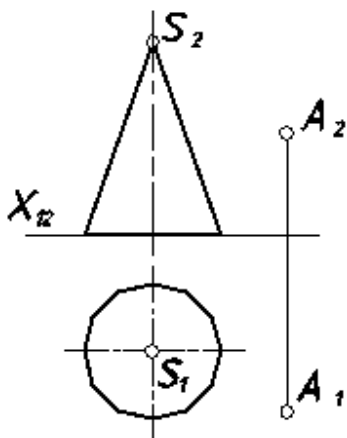
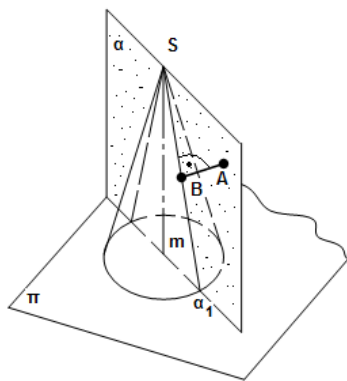


82. Преобразовать плоскость общего положения в проецирующую:

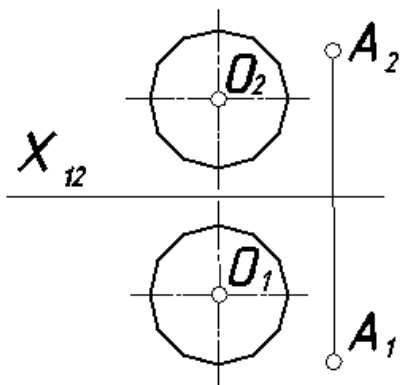
- способом вращения
- плоскопараллельным перемещением



83. Определить расстояние от точки A до поверхности конуса.



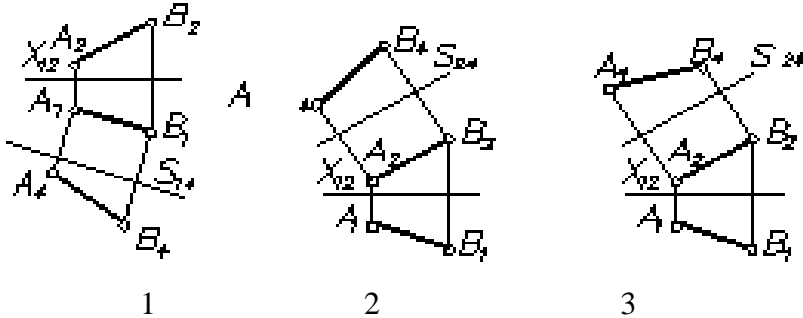
84. Определить расстояние от точки A до поверхности сферы.



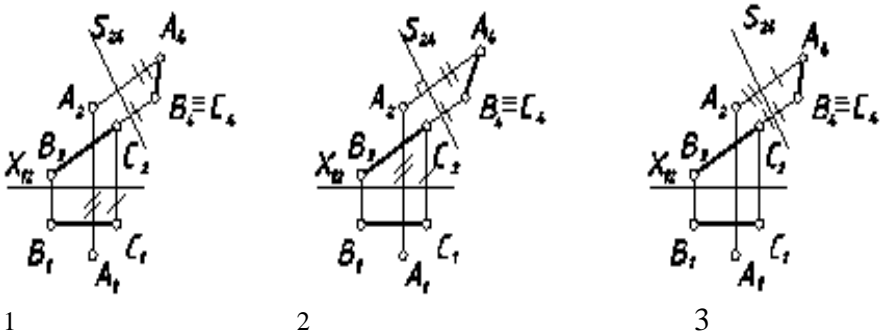
КАРТА САМОКОНТРОЛЯ

Тема: Преобразование чертежа

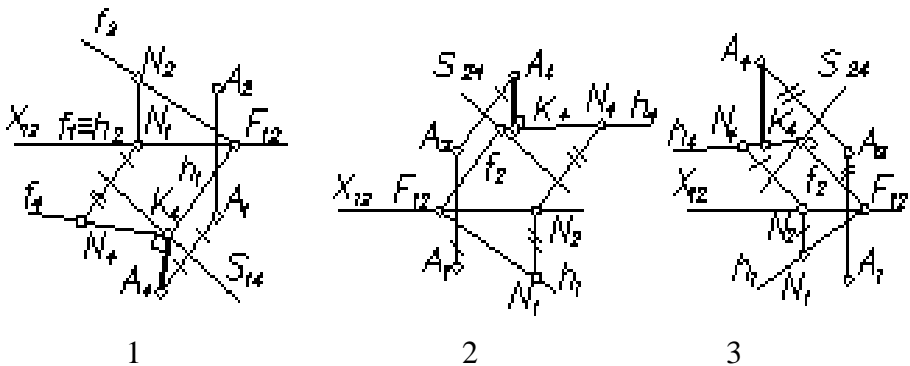
1. Определите, на каком из чертежей неправильно определена натуральная величина [AB]?



2. На каком чертеже при определении расстояния от точки A до прямой [BC] замена плоскости проекций произведена правильно?



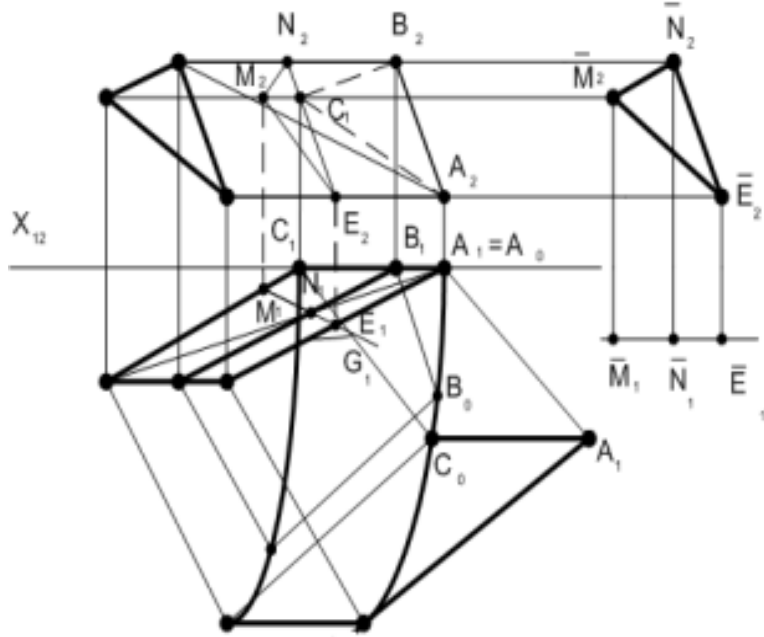
3. На каком чертеже при определении расстояний от точки A до плоскости (ABC) замена плоскостей проекции произведена правильно?

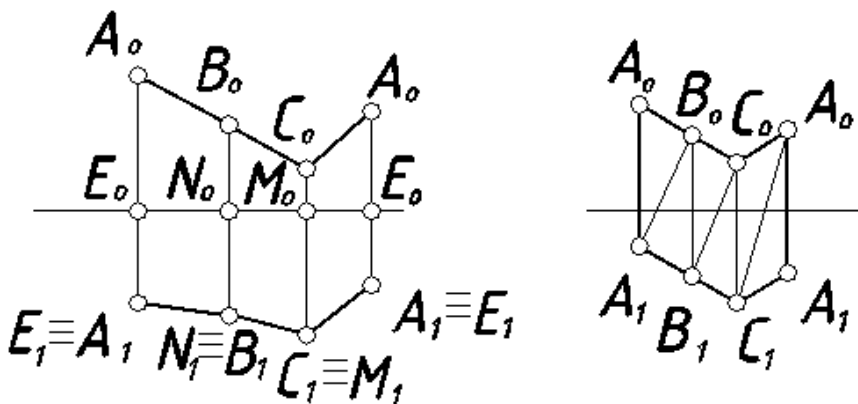


15. РАЗВЕРТКИ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Под разверткой понимают изображение, на котором вся поверхность детали совмещена с плоскостью чертежа.

Развертку можно выполнить способом треугольников, способом нормального сечения, способом раскатки и др.





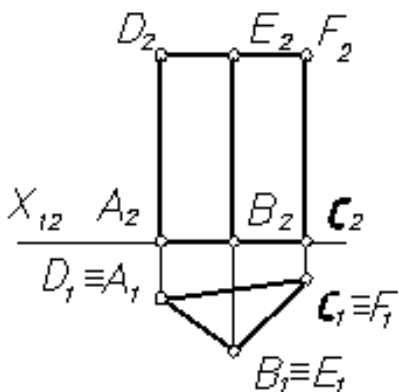
ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Что называется развёрткой поверхности?
2. Какая поверхность называется развертывающейся?
3. Какие поверхности называются не развертывающимися?
4. Основные свойства развертывающихся поверхностей.
5. Последовательность построения развертки поверхностей.
6. Какие существуют способы построения развертки поверхностей.
7. Каким способом можно построить развертки поверхностей пирамиды и конуса?
8. Каким способом можно построить развертку поверхностей призмы и цилиндра?

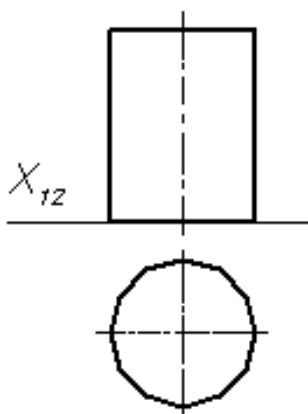
85. Построить развертку боковой поверхности призмы.

86. Построить развертку прямого кругового цилиндра.

к задаче 85



к задаче 86

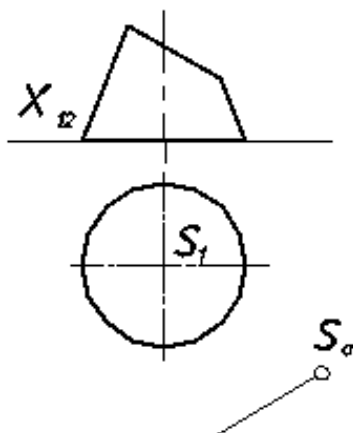
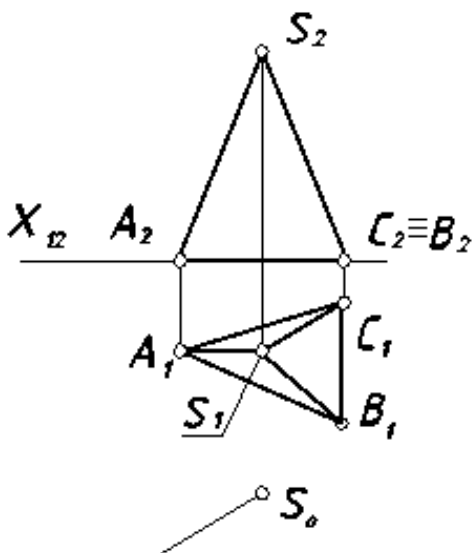


87. Построить развертку правильной пирамиды.

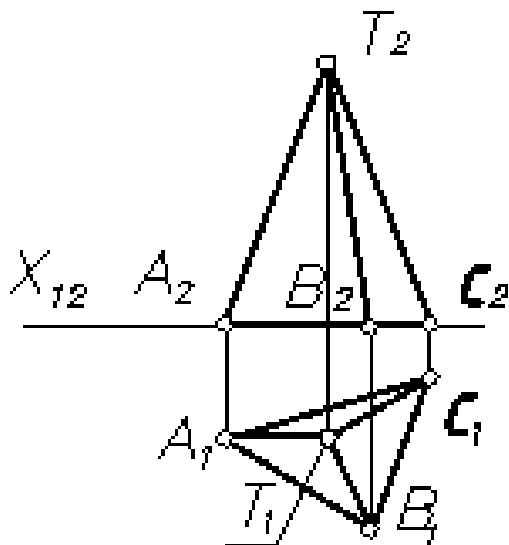
88. Построить развертку боковой поверхности прямого кругового усечённого конуса.

к задаче 87

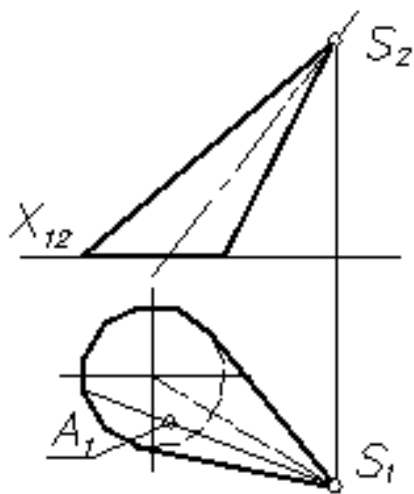
к задаче 88



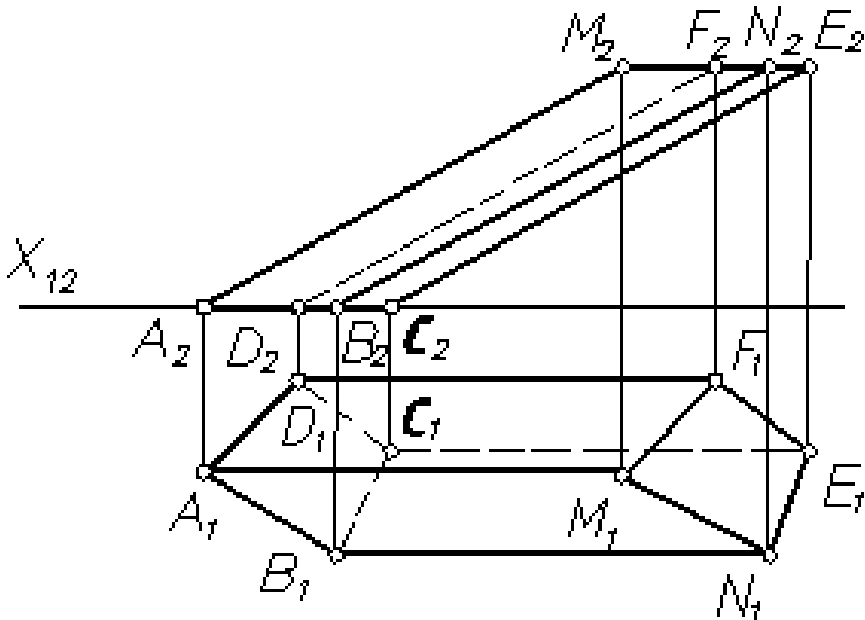
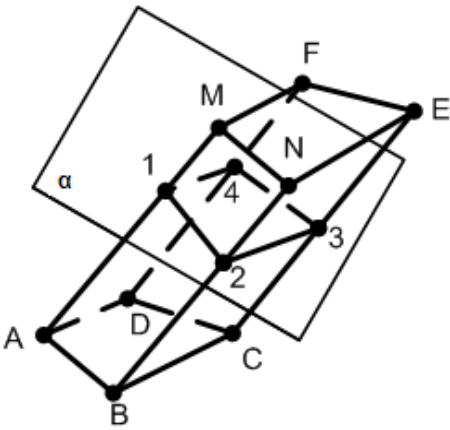
89. Построить развертку поверхности пирамиды. Нанести точку N на развертку. Точка $N \in (TAB)$.



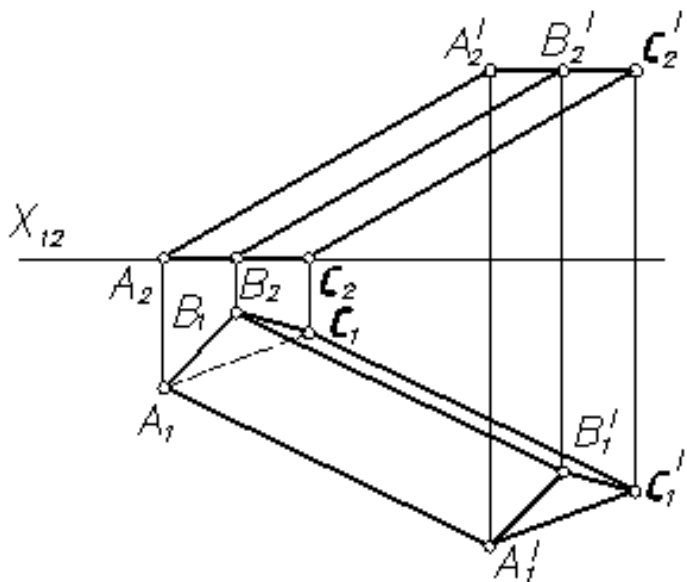
90. Построить развертку поверхности конуса и нанести точку A на развертку.



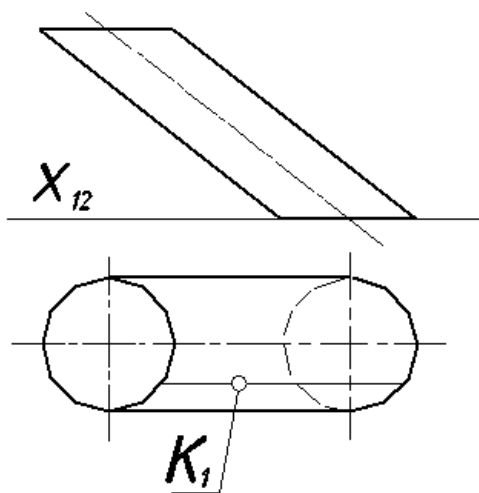
91. Построить развертку призмы способом нормального сечения.



92. Построить развертку поверхности призмы способом раскатки.



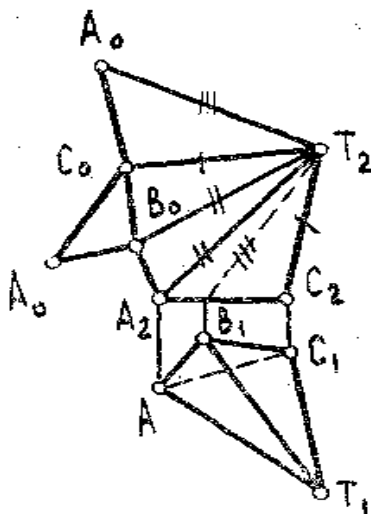
93. Построить развертку наклонного цилиндра способом раскатки. Нанести точку K на развертку.



КАРТА САМОКОНТРОЛЯ

Тема: Развертывание поверхностей

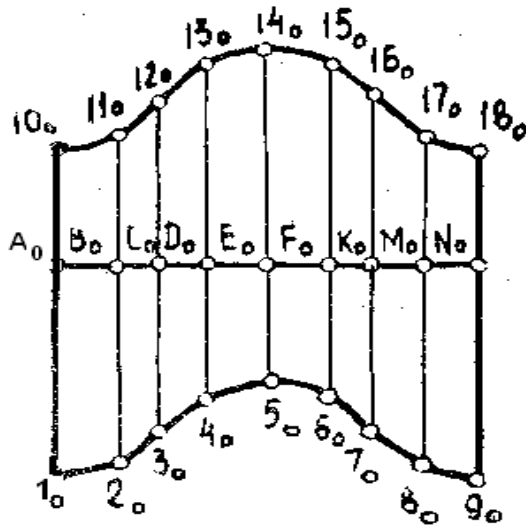
I. Указать, какая из ошибок допущена при построении развертки граней пирамиды?



1. Развертка выполнена неверно, так как не определены натуральные величины ребер.
2. Развертка может быть выполнена на горизонтальной проекции, так как основание проецируется в натуральную величину.
3. Развертка выполнена верно.

II. Каким образом выполнена развертка боковой поверхности цилиндра?

1. Способом нормального сечения.
2. Способом построения.
3. Способом раскладки.

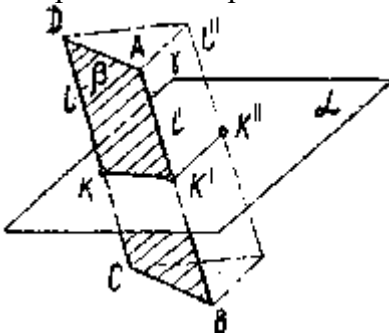


- III. Сколько плоских многоугольников может совмещаться на полной развертке правильной пятигранной призмы?
1. Семь.
 2. Шесть.
 3. Пять.

16. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТИ ПЛОСКОТЬЮ

При пересечении поверхности тела плоскостью получается плоская фигура, которая называется сечением.

Определение точек фигуры сечения поверхности плоскостью сводится к построению точек встречи прямой с плоскостью или к построению линии пересечения плоскостей в случае гранных поверхностей.

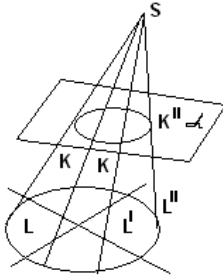


$$\begin{aligned}
 &L \cap \lambda \\
 &L' \cap \lambda \\
 &L'' \cap \lambda = K^I \\
 &L'' \cap \lambda = K^{II} \\
 &L^n \cap \lambda = K^{II} \\
 &K \cup K^I \dots \cup K^{II} - \Phi \text{ сеч.} \\
 &\text{или}
 \end{aligned}$$

$$\lambda \cap \beta = K K^I$$

$$\lambda \cap \gamma = K^I K^{II}$$

$$[[K K^I] \cup [K^I K^{II}] \dots \cup [K^{n-1} K^n] = \Phi \text{ сеч.}]$$

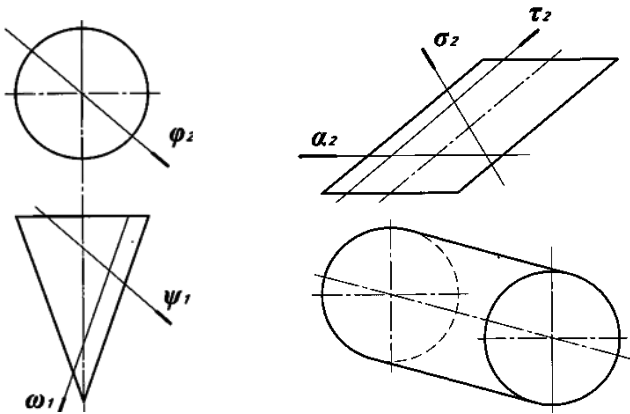


Примечание: Для построения фигуры сечения поверхности плоскостью можно использовать метод замены плоскостей проекций. Секущую плоскость при этом следует поставить в проецирующее положение, что упрощает построение фигуры сечения.

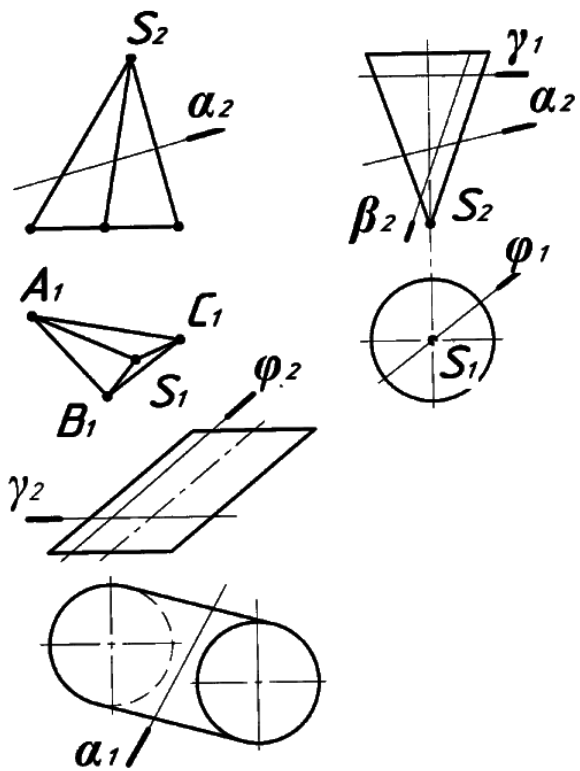
ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Как определяются точки фигуры сечения поверхности плоскостью в общем случае?
2. Во что проецируется горизонтальная проекция фигуры сечения поверхности горизонтально проецирующей плоскостью?
3. Перечислите цилиндрические и конические сечения.

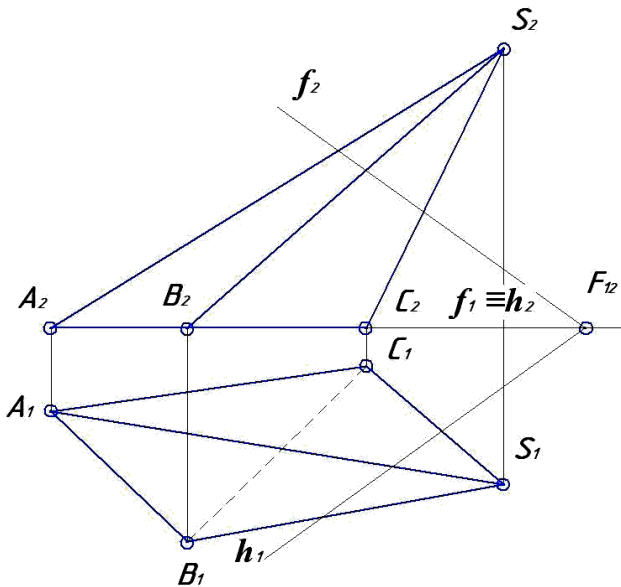
94. Какую фигуру сечения дает каждая из плоскостей при пересечении поверхности конуса и цилиндра?



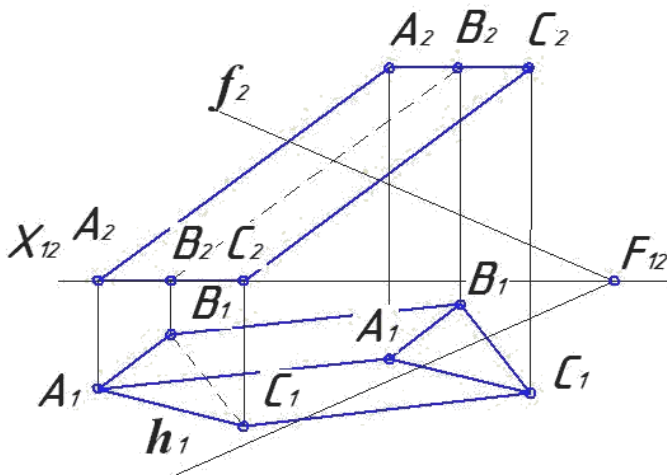
95. Построить проекции фигуры сечения тел проецирующими плоскостями. Показать видимость линий.



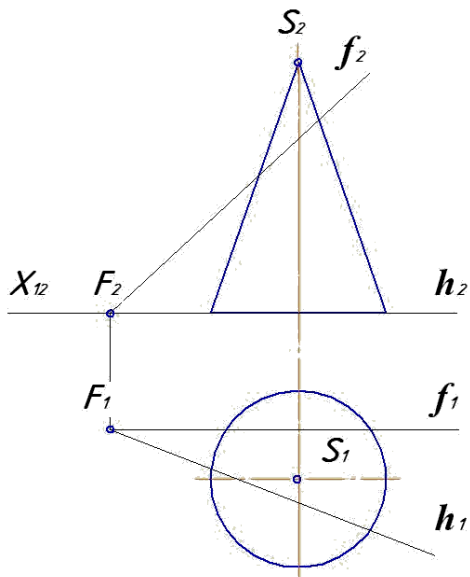
96. Построить проекции фигуры сечения пирамиды плоскостью.



97. Построить проекции фигуры сечения призмы плоскостью.

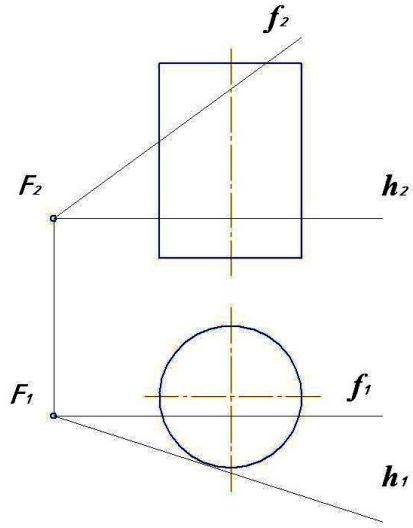


98. Построить проекции фигуры сечения конуса плоскостью.



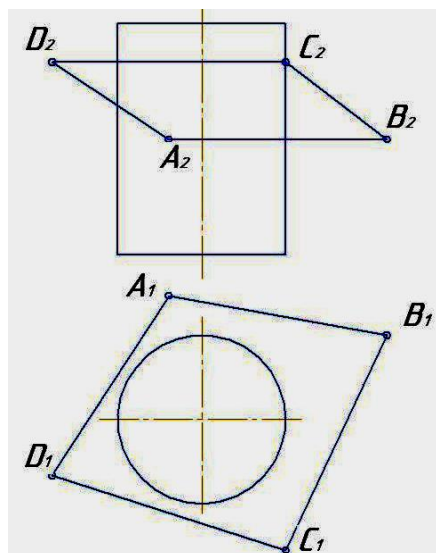
99. Построить фигуры сечения цилиндра плоскостью.

a)

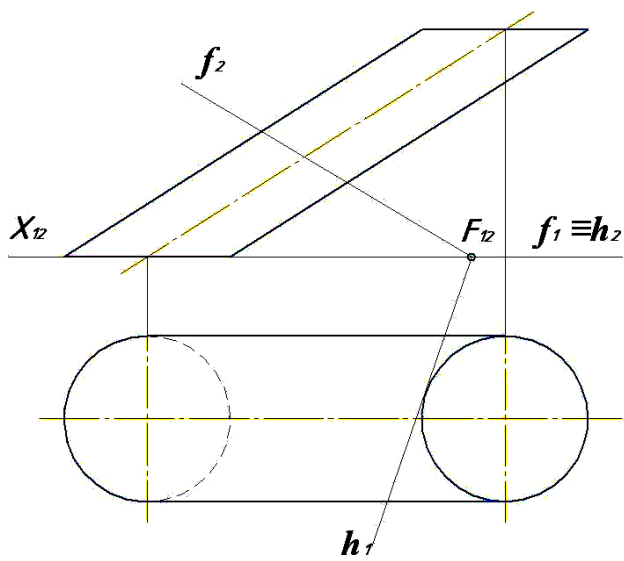


79

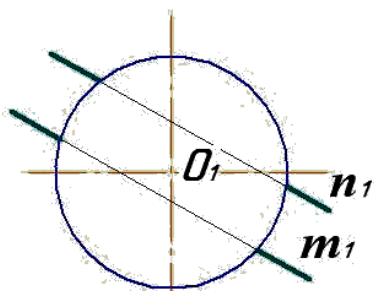
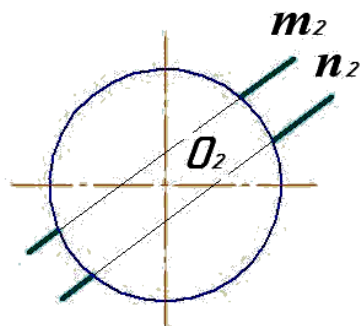
б)



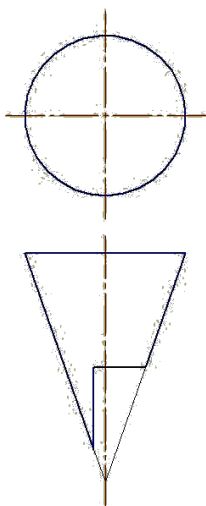
в)



100. Построить проекции фигуры сечения сферы с плоскостью



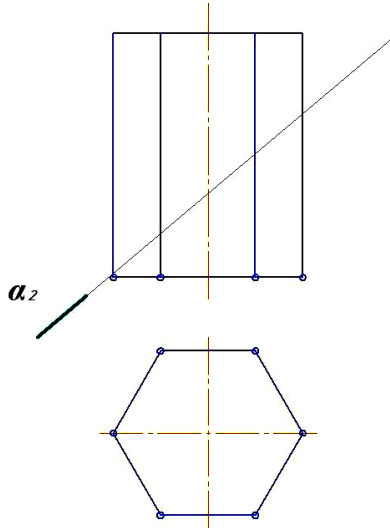
101. Построить три проекции геометрического тела с вырезом.



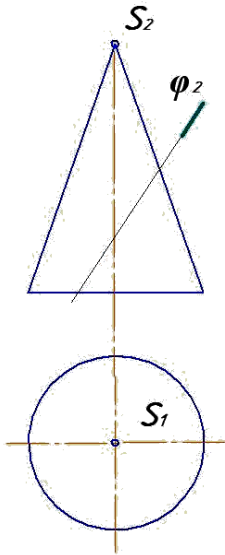
КАРТА САМОКОНТРОЛЯ

Тема: Пересечение поверхности плоскостью

I. Какой формы получится сечение призмы?



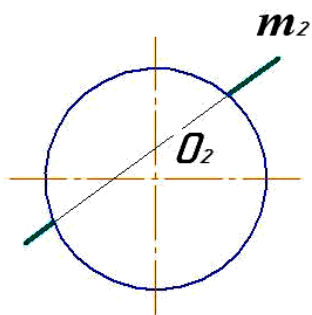
II. Какой формы получится сечение конуса?



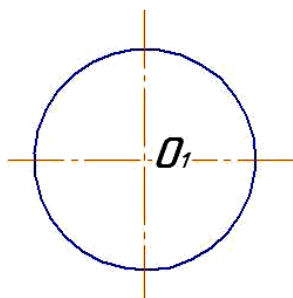
1. Участок эллипса
2. Парабола
3. Гипербола

82

III. Какой формы сечение сферы?

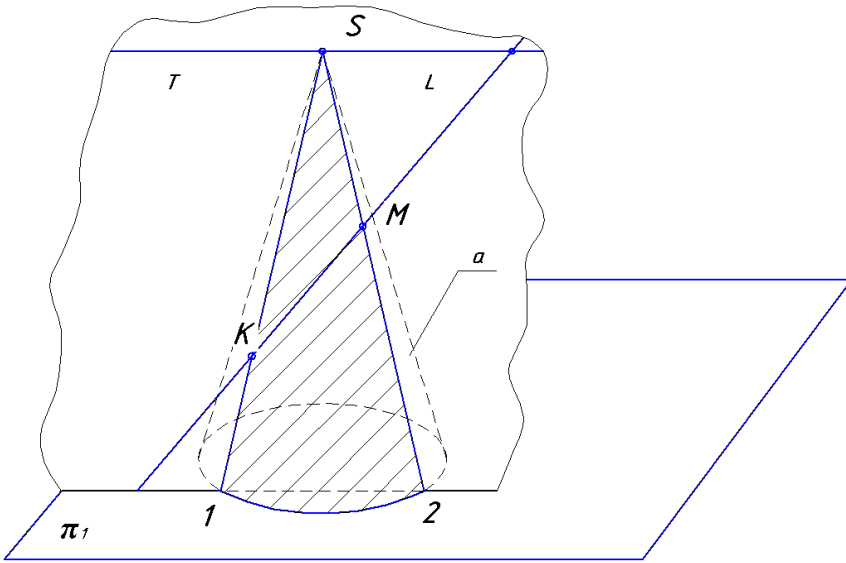


1. Эллипс
2. Окружность
3. Парабола



17. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПРЯМОЙ ЛИНИИ С ПОВЕРХНОСТЬЮ

Для определения точек пересечения прямой с поверхностью тела, прямую заключают во вспомогательную плоскость, строят линию сечения поверхности данной плоскостью и отмечают искомые точки, как точки пересечения прямой с линией сечения. (Через прямую можно провести пучок плоскостей. Выбирается та из них, которая дает самое простое сечение). При необходимости можно использовать способы преобразования комплексного чертежа.



$\theta_{\hat{E}}$ - поверхность конуса

$\tau \supset l$

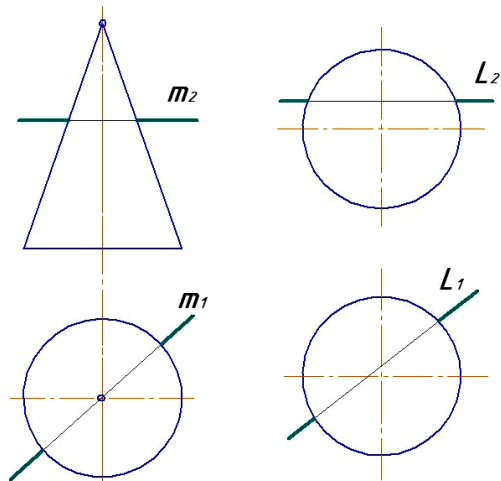
$a \cap l = M$

$\{M \dots\} = \{\theta_K \cap \tau\} \cap l$

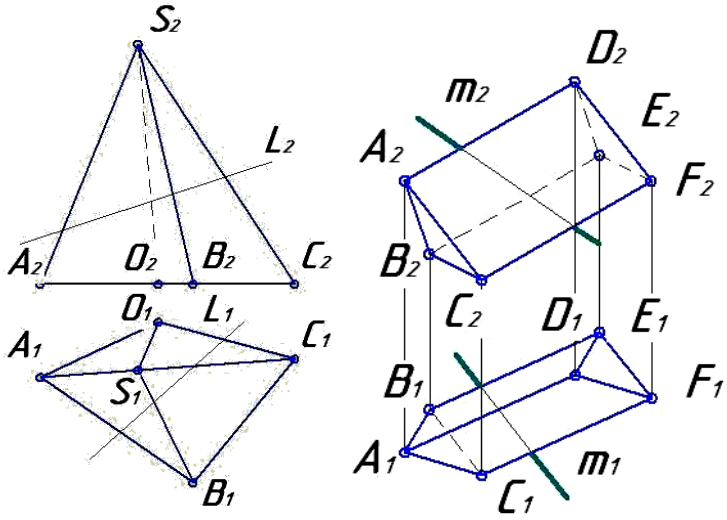
ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Перечислите последовательность геометрических построений для нахождения точек пересечения прямой с плоскостью.
2. Какие плоскости следует выбирать в качестве вспомогательной плоскости при определении точек пересечения прямой с поверхностью: пирамиды, конуса, цилиндра, сферы?

102. Построить точки пересечения прямой с поверхностью конуса и сферы. Показать видимость прямой.

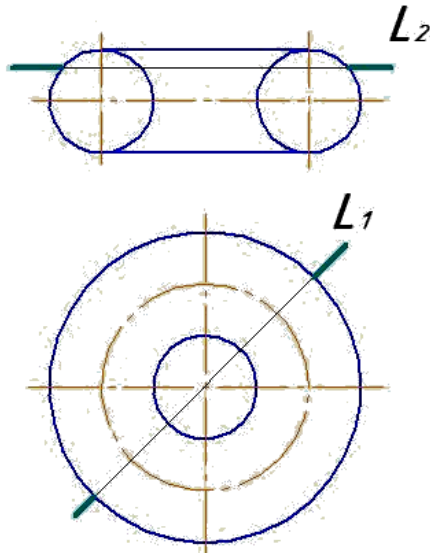


103. Построить проекции точек пересечения прямой с поверхностью пирамиды и призмы. Определить видимость прямой.

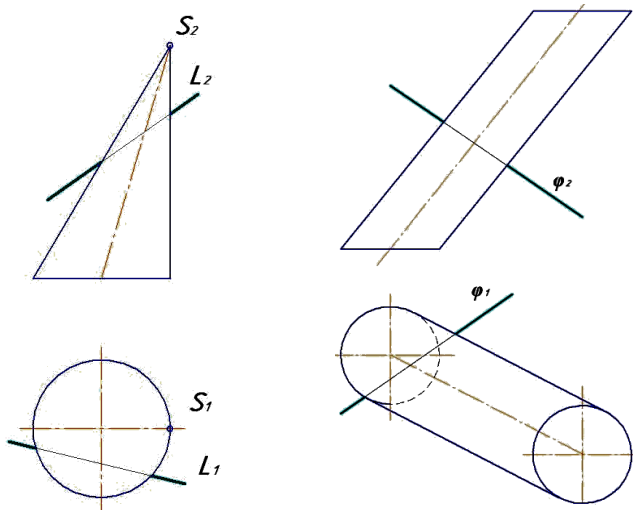


85

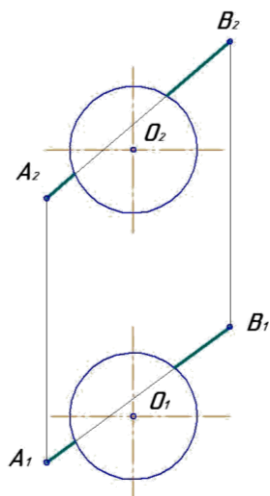
104. Построить проекции точек пересечения прямой l с поверхностью. Показать видимость.



105. Построить точки пересечения прямой с поверхностью конуса и цилиндра. Показать видимость прямой.

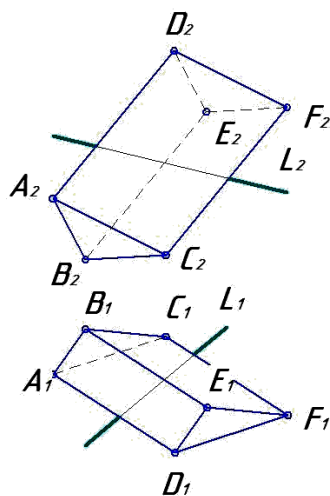


106. Построить точки пересечения прямой [AB] с поверхностью сферы. Показать видимость прямой.



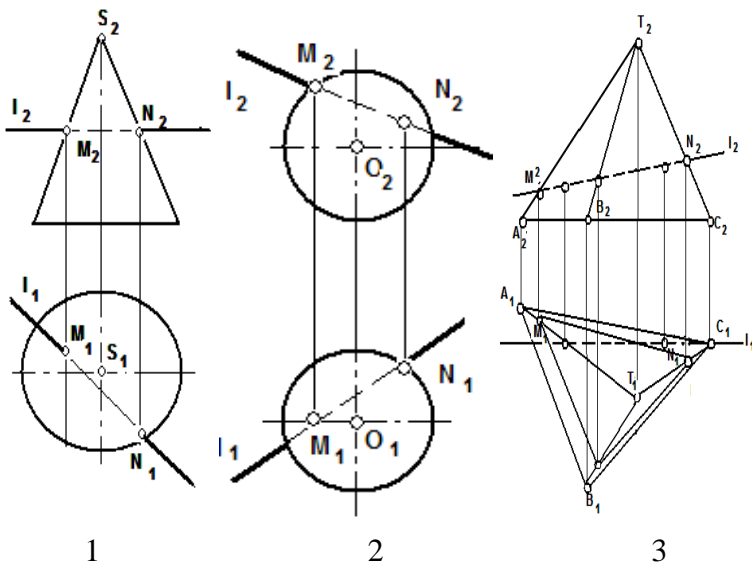
КАРТА САМОКОНТРОЛЯ

I. Каким образом целесообразно решить задачу на определение точек пересечения прямой с заданной поверхностью?



1. Через прямую провести фронтальную плоскость.
2. Через прямую провести проецирующую плоскость.
3. Через прямую провести горизонтальную плоскость.

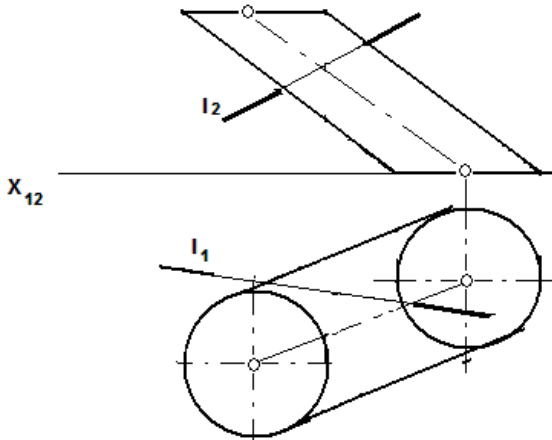
II. В какой задаче точки пересечения прямой с поверхностью определены верно?



III. Выберите целесообразное первое действие для решения задачи на определение точек пересечения прямой с поверхностью?

1. Прямую заключить в плоскость параллельно образующим цилиндра.
2. Прямую заключить в горизонтальную проецирующую плоскость.

3.Прямую заключить во фронтальную плоскость.



18. ВЗАИМНОЕ ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Проекции линии пересечения поверхности двух тел строятся по точкам, принадлежащим обеим поверхностям. Эти точки определяются способом сечения обоих тел вспомогательными плоскостями или поверхностями, дающими простые линии сечения.

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. В чем заключается общий способ построения линии пересечения двух поверхностей ?
2. Изложите последовательность построений линий пересечения двух многогранных поверхностей. Какие способы вы знаете?

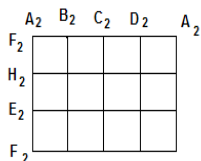
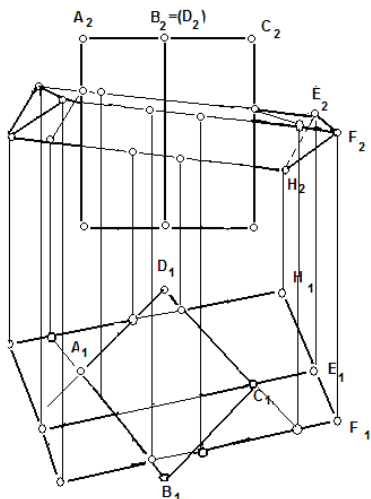
3. Какие способы построения линии пересечения кривых поверхностей вы знаете и в чём заключается их сущность?

4. С построения каких точек, принадлежащих линии пересечения кривых поверхностей, сл 89 начинать решение задачи?

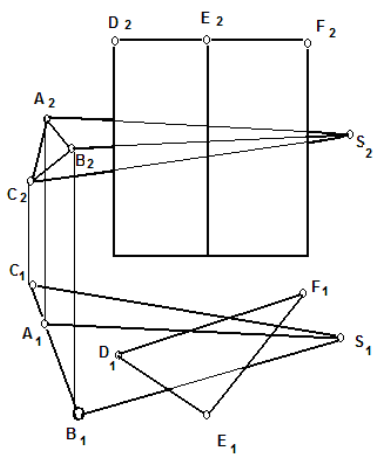
5. При каком взаимном расположении пересекающихся поверхностей можно применять способ сфер?

107. Построить проекции линии пересечения поверхностей двух тел. Показать видимость.

а)

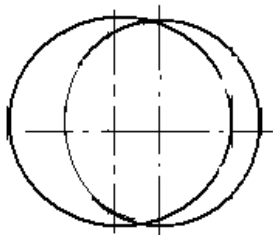
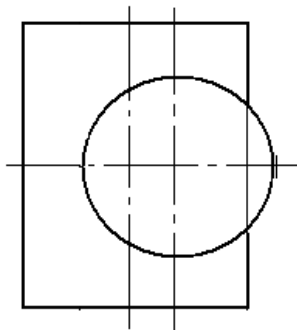


б)

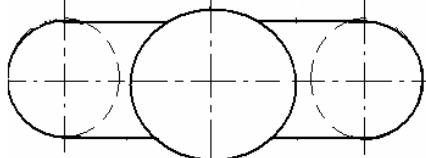
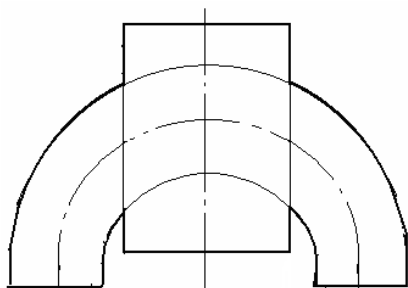


108. Построить проекции линии пересечения поверхностей шара и цилиндра, цилиндра и тора.

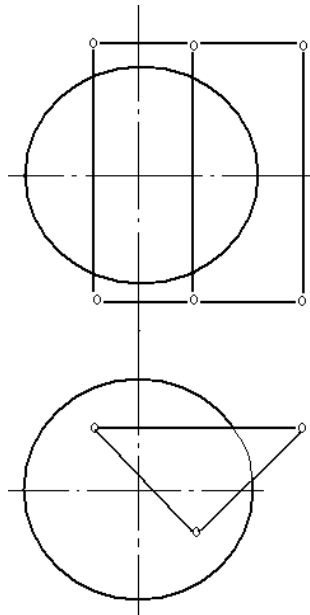
а)



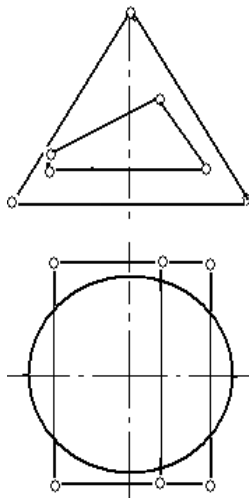
б)



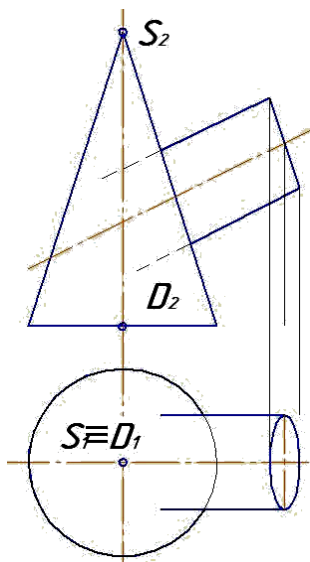
109. Построить проекции линии пересечения поверхностей шара и призмы.



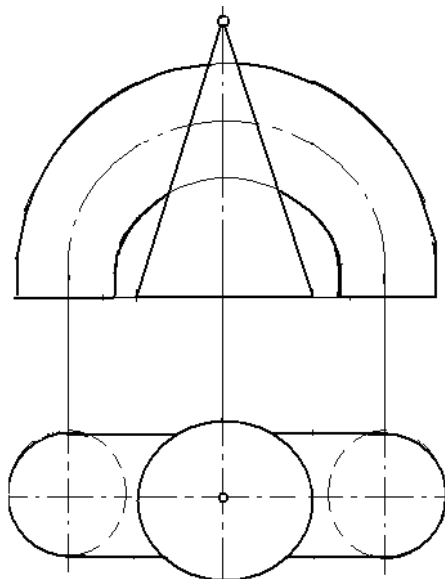
110. Построить проекции линии пересечения поверхностей конуса и призмы.



111. Построить проекции линии пересечения поверхности конуса и цилиндра.

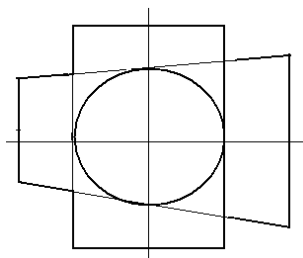


112. Построить проекции линии пересечения поверхности конуса и тора.

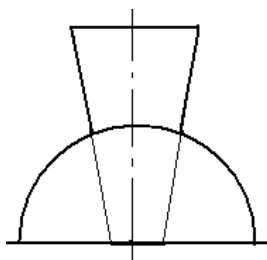


113. Построить проекции линии пересечения поверхностей двух тел вращения.

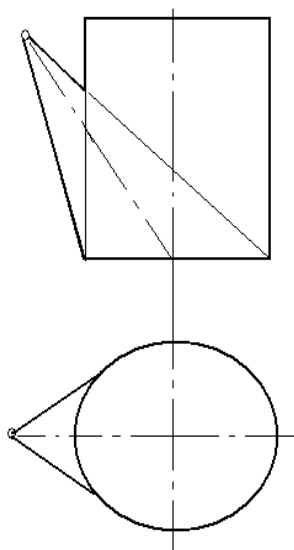
а)



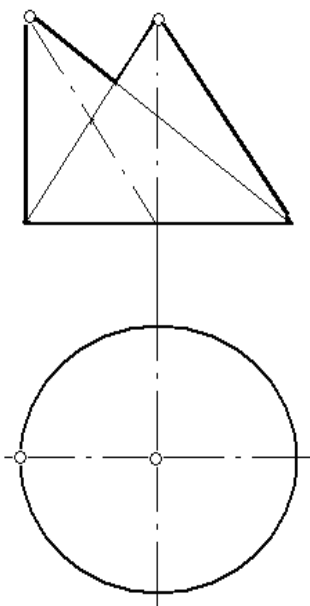
б)



в)



г)

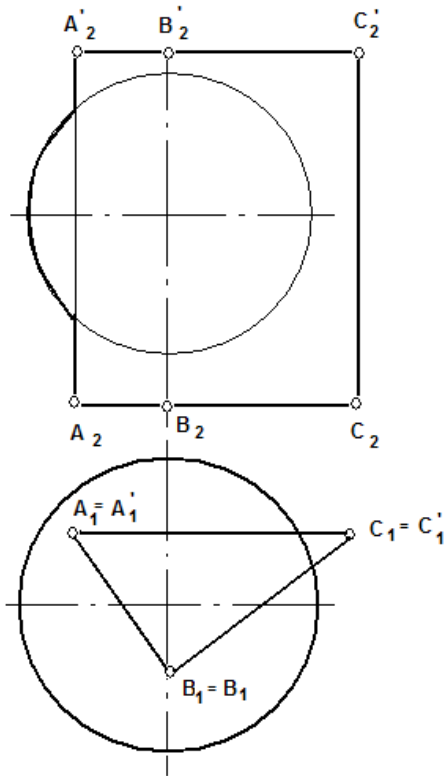


КАРТА САМОКОНТРОЛЯ

Тема: Взаимное пересечение поверхностей

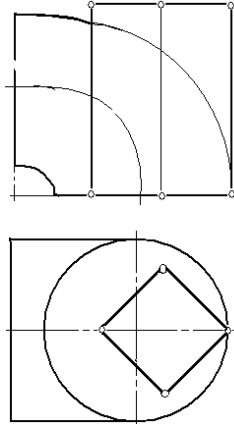
I. Какая линия получится в сечении заданных поверхностей?

1. Одна пространственная кривая линия с изломом.
2. Две пространственные кривые линии.
3. Две пространственные кривые линии с изломом.

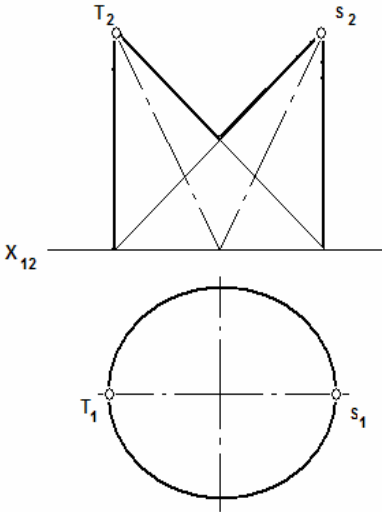


II. Какие необходимо выбрать вспомогательные секущие плоскости для линии взаимного пересечения заданных плоскостей.

1. Фронтальные плоскости.
2. Горизонтальные плоскости.
3. Горизонтально-проецирующие плоскости.



III. По каким плоским кривым пересекутся заданные поверхности вращения?



1. Окружность и парабола.
2. Две окружности.
3. Окружность и гипербола

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Единая Система Конструкторской Документации «Общие правила выполнения чертежей»: ГОСТ 2.301-68, ГОСТ 2.302-68, ГОСТ 2.303-68, ГОСТ 2.307-68.
2. ГОСТ 2.307-68. Нанесение размеров и предельных отклонений. М.: Изд-во стандартов, 1971 - 35 с. (Единая Система Конструкторской Документации).
3. Федоренко В.А., Шошин А.И. Справочник по машиностроительному черчению. / В.А. Федоренко, А.И. Шошин; под ред. Г.Н. Поповой. - М.: Машиностроение, 1983. 414 с.
4. Арустамов Х.А. Сборник задач по начертательной геометрии. / Х.А. Арустамов. - М.: Машиностроение, 1978. 376 с.
5. Бубенников А. В. Начертательная геометрия (задачи для упражнений). / А.В. Бубенников. - М.: Высшая школа, 1981. 263 с.
6. Гордон В.О. Курс начертательной геометрии./ В.О. Гордон, М.А. Семенцов-Огиевский. - М.: Высшая школа, 2007. 272 с.
7. Гордон В.О. Сборник задач по начертательной геометрии. / В.О. Гордон, Ю.Б. Иванов, Т.Е. Солнцева. - М.: Наука, 1971. 367 с.
8. Фролов С.А. Начертательная геометрия. / С.А. Фролов. - М.: Машиностроение, 1983. 312 с.
9. Фролов С.А. Сборник задач по начертательной геометрии. / С.А. Фролов. - М.: Машиностроение, 1980. 287 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	3
1. Символика и обозначения	6
2. Аксонометрические проекции	11
3. Комплексный чертеж точки	15
4. Комплексный чертеж прямой	20
5. Плоскость. Точка и прямая в плоскости	29
6. Поверхности. Точка и линия на поверхности	35
7. Пересечение плоскостей	41
8. Пересечение прямой с плоскостью	44
9. Параллельность прямой и плоскости	48
10. Параллельность плоскостей	50
11. Перпендикулярность прямой и плоскости	53
12. Перпендикулярность плоскостей	56
13. Перпендикулярность прямых	56
14. Методы преобразования комплексного чертежа	61
15. Развертки поверхностей	68
16. Пересечение поверхности плоскостью	75
17. Пересечение прямой линии с поверхностью	83
18. Взаимное пересечение поверхностей	89
Библиографический список	97

Учебное издание

Кузовкин Алексей Викторович
Бесько Александр Васильевич
Семыкин Владимир Николаевич
Проценко Вера Николаевна
Золототрубова Юлия Сергеевна
Касаткина Ирина Николаевна

СБОРНИК ЗАДАЧ И УПРАЖНЕНИЙ
ПО НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ
И ИНЖЕНЕРНОЙ ГРАФИКЕ

В авторской редакции

Компьютерный набор В.Н. Проценко

Подписано к изданию 12.10.2015.
Объем данных 22,3 Мб.

ФГБОУ ВПО “Воронежский государственный технический
университет”
394026 Воронеж, Московский просп., 14