Воронежский государственный архитектурно-строительный университет

Кафедра физики

845

ЭЛЕКТРОСТАТИКА. ПОСТОЯННЫЙ ТОК. ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ. КОЛЕБАНИЯ

Методические указания и контрольные работы **№ 3** и **№ 4**
по физике для студентов заочного факультета

Воронеж – 2006

Библиотека ВГАСУ

Составители П.В. Рясной, М.П. Сумец, под ред. проф. П.А. Головинского

УДК 53.07

Электростатика. Постоянный ток. Электромагнетизм. Колебания [Текст]: методические указания и контрольные работы №3 и №4 по физике для студентов заочного факультета/ Воронеж. гос. арх.-строит. ун-т.; сост.: Рясной П.В., Сумец М.П. – Воронеж, 2006. – 49 с.

Предназначены для студентов заочного факультета. Содержат краткий теоретический материал по разделам «Электростатика», «Постоянный ток», «Электромагнетизм», «Колебания», примеры решения и оформления задач по этим разделам, приведены условия задач для выполнения контрольных работ с разбивкой по вариантам.

Ил.: 10. Табл.: 10. Библиогр.: 8 назв.

Печатается по решению редакционно-издательского совета Воронежского государственного архитектурно-строительного университета

Рецензент – В.П. Авдеев, доц., канд.физ.-мат. наук, зав.кафедрой математического моделирования и вычислительной техники ВГАСУ

Введение

Физика относится к числу естественных наук. Предметом физики является изучение наиболее общих свойств материи, т.е. вещества и поля, и наиболее общих закономерностей и форм ее движения.

Физика дает законы, которыми пользуются все остальные естественные науки и техника, применяя их для отдельных частных случаев.

Изучение физики в высших учебных заведениях преследует двоякую цель: 1) расширить кругозор учащихся и способствовать развитию у них материалистического миропонимания; 2) подготовить их к сознательному изучению смежных с физикой дисциплин.

Учебная работа студента-заочника складывается из следующих основных элементов: самостоятельного изучения физики по учебным пособиям, выполнения контрольных работ, посещения и проработки обзорных лекций в период сессий, прохождения лабораторного практикума, сдачи зачетов и экзаменов.

Контрольные работы призваны закрепить усвоение теоретического материала. Самостоятельное выполнение контрольных заданий способствует более глубокому пониманию курса физики и закреплению его в памяти.

В процессе изучения курса физики студенты специальностей ПГС, ПСК, ГСХ, СДМ, АД, АТП, ТВ, ВВ, ЭУН, ПБ и ПЗ должны выполнить 6 контрольных работ.

Контрольные работы по содержанию распределяются следующим образом: 1 – физические основы механики; 2 – молекулярная физика и термодинамика; 3 – электростатика, постоянный ток; 4 – электромагнетизм, колебания и волны; 5 – волновая оптика; 6 – квантовая природа излучения, элементы квантовой механики и ядерной физики.

Перед выполнением контрольной работы студенту необходимо внимательно ознакомиться с основными формулами и разобрать примеры решения задач.

Определение варианта и номеров задач контрольных работ проводится по таблицам вариантов в соответствии с последней цифрой шифра и специальностью. Студенты специальностей ПГС, ПЗ и ЭУН выполняют работы по таблицам 1, АТП и СДМ – по таблицам 2, ТВ и ВВ – по таблицам 3, ГСХ и ПСК – по таблицам 4, АД и ПБ – по таблицам 5.

При выполнении контрольных работ обязательно соблюдать следующие правила:

условия задач своего варианта переписывать полностью;

сделать краткую запись условия, при этом числовые данные перевести в одну систему единиц (преимущественно в СИ);

выполнить аккуратно чертеж, рисунок или схему, поясняющие описанный в задаче процесс;

решение задачи сопровождать краткими и ясными комментариями используемых физических законов и формул;

решив задачу в общем виде, желательно проверить ответ по равенству размерностей левой и правой части расчетной формулы;

в полученную расчетную формулу подставить числовые данные и оценить правдоподобность ответа;

оставлять поля для замечаний преподавателя – рецензента контрольной работы;

на титульном листе указывать номер контрольной работы, наименование дисциплины, фамилию и инициалы студента, шифр и домашний адрес.

Контрольные работы, представленные без соблюдения указанных выше правил оформления, а также работы, выполненные не по своему варианту, приниматься на рецензию не будут.

На повторное рецензирование работу обязательно представлять с первой рецензией.

1. Контрольная работа №3

Электростатика. Постоянный ток

Изучение основ электродинамики начинается с электрического поля. Особое внимание при изучении этого раздела следует обратить на силовую и энергетическую характеристику поля (напряженность и потенциал) и связь между ними. Студент должен не только знать теорему Остроградского-Гаусса для вычисления напряженности электрических полей, но и уметь применять эту теорему для заряженных проводников различной формы.

Необходимо четко представлять себе понятия электроемкости удельного проводника и конденсатора. Изучая вопрос об энергии заряженных проводников и конденсаторов, нужно обратить внимание, что в рамках электростатики нельзя однозначно говорить о локализации этой энергии. Одинаково правомерно считать, что энергией обладают как заряженные проводники, так и создаваемое ими электрическое поле.

Рассматривая тему «Постоянный ток», следует разграничивать такие понятия, как разность потенциалов, электродвижущая сила и электрическое напряжение.

Законы Ома и Джоуля-Ленца требуют знания классической электронной теории проводимости металлов.

Необходимо также хорошо представлять себе первый и второй законы Кирхгофа для разветвленных эелктрических цепей и умет составлять

уравнения этих законов при решении конкретных задач.

Следует обращать внимание на обозначение физических величин в формулах. Скалярные величины в формулах записываются курсивом, векторные величины выделяются жирным шрифтом или над буквой ставится стрелка – знак вектора. Использовать прямую черту вместо стрелки не рекомендуется.

1.1. Законы и формулы

Электростатика

Закон Кулона:

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r^2}, \tag{1.1}$$

где F — сила взаимодействия точечных зарядов величиной q_1 и q_2; r — расстояние между зарядами; ε — диэлектрическая проницаемость; $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м — электрическая постоянная.

Напряженность электрического поля и потенциал:

$$\mathbf{E} = \mathbf{F}/q; \quad \varphi = U/q, \tag{1.2}$$

где U — потенциальная энергия точечного положительного заряда q, находящегося в данной точке поля (при условии, что потенциальная энергия заряда, удаленного в бесконечность, равна нулю).

Сила, действующая на точечный заряд, находящийся в электрическом поле, и потенциальная энергия этого заряда:

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E}; \quad U = q\varphi. \tag{1.3}$$

Напряженность и потенциал поля, создаваемого системой точечных зарядов (принцип суперпозиции электрических полей)

$$\mathbf{E} = \sum_{i=1}^{N} \mathbf{E}_i; \quad \varphi = \sum_{i=1}^{N} \varphi_i, \tag{1.4}$$

где $\mathbf{E}_i$, φ_i — напряженность и потенциал в данной точке поля, создаваемого i-м зарядом.

Напряженность и потенциал поля, создаваемого точечным зарядом:

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r^2}, \quad \varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r}, \tag{1.5}$$

где r — расстояние от заряда q до точки, в которой определяются напряженность и потенциал.

Напряженность и потенциал поля, создаваемого проводящей заряженной сферой радиуса R на расстоянии r от центра сферы:

а) если $r < R$, то

$$E = 0\,, \quad \varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R}; \tag{1.6}$$

б) если $r = R$, то

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R^2}\,, \quad \varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R}; \tag{1.7}$$

в) если $r > R$, то

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}\,, \quad \varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r}, \tag{1.8}$$

где q — заряд сферы.

Линейная плотность заряда (заряд, приходящийся на единицу длины заряженного тела):

$$\tau = q/l\,. \tag{1.9}$$

Поверхностная плотность заряда (заряд, приходящийся на единицу площади поверхности заряженного тела):

$$\sigma = q/S\,. \tag{1.10}$$

Напряженность и потенциал поля, создаваемого распределенными зарядами. Если заряд равномерно распределен вдоль линии с линейной плотностью τ, то на линии выделяется малый участок длины dl с зарядом $dq = \tau\, dl$. Такой заряд можно рассматривать как точечный. Напряженность $d\mathbf{E}$ и потенциал $d\varphi$ электрического поля, создаваемого зарядом dq, определяется формулами

$$d\mathbf{E} = \frac{\tau\, dl}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}\frac{\mathbf{r}}{r}\,, \quad d\varphi = \frac{\tau\, dl}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r}, \tag{1.11}$$

где $\mathbf{r}$ — радиус-вектор, направленный от выделенного элемента dl к точке, в которой вычисляется напряженность.

Используя принцип суперпозиции электрических полей, находим интегрированием напряженность $\mathbf{E}$ и потенциал φ поля, создаваемого распределенным зарядом:

$$\mathbf{E} = \frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\int_l \frac{dl}{r^2}\frac{\mathbf{r}}{r}\,, \quad \varphi = \frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\int_l \frac{dl}{r}. \tag{1.12}$$

Интегрирование ведется вдоль всей длины l заряженной линии.

Напряженность поля и потенциал, создаваемые бесконечной прямой равномерно заряженной линией или бесконечно длинным цилиндром:

$$E = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon r}\,, \quad \varphi = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon}\ln r\,, \tag{1.13}$$

где r — расстояние от нити или оси цилиндра до точки, в которой вычисляется напряженность поля и потенциал.

Напряженность поля и потенциал, создаваемые бесконечной равномерно заряженной плоскостью:

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}\,, \quad \varphi = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}r\,, \tag{1.14}$$

где r — расстояние от заряженной плоскости до точки, потенциал поля в которой вычисляется.

Связь потенциала с напряженностью:

а) в общем случае

$$\mathbf{E} = -\operatorname{grad}\varphi = -\left(\mathbf{i}\frac{\partial\varphi}{\partial x} + \mathbf{j}\frac{\partial\varphi}{\partial y} + \mathbf{k}\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right), \tag{1.15}$$

где $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$ — единичные векторы вдоль осей прямоугольной декартовой системы координат;

б) в случае однородного поля

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d}; \tag{1.16}$$

в) в случае поля, обладающего центральной или осевой симметрией:

$$E = -\frac{d\varphi}{dr}. \tag{1.17}$$

Работа сил поля по перемещению заряда q из точки поля с потенциалом φ_1 в точку с потенциалом φ_2:

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2)\,. \tag{1.18}$$

Электроемкость уединенного проводника

$$C = \frac{q}{\varphi}\,, \tag{1.19}$$

где φ — потенциал проводника (при условии, что в бесконечности потенциал проводника принимается равным нулю).

Электроемкость конденсатора

$$C = \frac{q}{U}, \qquad (1.20)$$

где U — разность потенциалов на пластинах конденсатора.

Электроемкость плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}, \qquad (1.21)$$

где S — площадь пластины (одной) конденсатора; d — расстояние между пластинами.

Электроемкость батареи конденсаторов:

а) при последовательном соединении

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{C_i}; \qquad (1.22)$$

б) при параллельном соединении

$$C = \sum_{i=1}^{N} C_i, \qquad (1.23)$$

где N — число конденсаторов в батарее.

Энергия заряженного конденсатора:

$$W = \frac{qU}{2}, \quad W = \frac{CU^2}{2}, \quad W = \frac{q^2}{2C}. \qquad (1.24)$$

Постоянный ток

Сила тока

$$I = \frac{q}{t}, \qquad (1.25)$$

где q — заряд, прошедший через поперечное сечение проводника за время t.

Плотность тока

$$j = \frac{I}{S}, \qquad (1.26)$$

где S — площадь поперечного сечения проводника.

Связь плотности тока со средней скоростью $\langle v \rangle$ направленного движения заряженных частиц в электрическом поле

$$j = en\langle v \rangle, \qquad (1.27)$$

где e — заряд частицы; n — концентрация заряженных частиц.

Закон Ома в дифференциальной форме:

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}, \qquad (1.28)$$

где σ — удельная проводимость, $\mathbf{E}$ — напряженность электрического поля; $\mathbf{j}$ — плотность тока.

Закон Ома:

а) для участка цепи, не содержащего ЭДС (однородного участка):

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = \frac{U}{R}, \qquad (1.29)$$

где $\varphi_1 - \varphi_2 = U$ — разность потенциалов (напряжение) на концах участка цепи; R — сопротивление участка;

б) для участка цепи, содержащего ЭДС (неоднородного учстка):

$$I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) + \mathrm{E}}{R}, \qquad (1.30)$$

где E — ЭДС источника тока; R — полное сопротивление участка (сумма внешних и внутренних сопротивлений);

в) для замкнутой (полной) цепи

$$I = \frac{\mathrm{E}}{r + R_i}, \qquad (1.31)$$

где R_i — внешнее сопротивление цепи; r — внутреннее сопротивление источника тока.

Правила Кирхгофа:

а) первое правило

$$\sum_i I_i = 0, \qquad (1.32)$$

где $\sum_i I_i$ — алгебраическая сумма сил токов, сходящихся в узле;

б) второе правило

$$\sum_i I_i R_i = \sum_i \mathrm{E}_i, \qquad (1.33)$$

где $\sum_i I_i R_i$ — алгебраическая сумма произведений сил токов на сопротивление участков; $\sum_i \mathrm{E}_i$ — алгебраическая сумма ЭДС, включенных в контур.

Сопротивление R и проводимость G проводника:

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad G = \sigma \frac{S}{l}, \qquad (1.34)$$

где ρ — удельное сопротивление; σ — удельная проводимость; l — длина проводника; S — площадь поперечного сечения проводника.

При изменении температуры удельное электрическое сопротивление изменяется по закону

$$\rho = \rho_0(1+\alpha T), \tag{1.35}$$

где ρ_0 — удельное сопротивление при температуре 0 °С, α — температурный коэффициент сопротивления, T — температура.

Сопротивление системы проводников:

а) при последовательном соединении

$$R = \sum_i R_i\,; \tag{1.36}$$

б) при параллельном соединении

$$\frac{1}{R} = \sum_i \frac{1}{R_i}, \tag{1.37}$$

где R_i — сопротивление i-го проводника.

Работа тока

$$A = IUt\,, \quad A = I^2Rt\,, \quad A = \frac{U^2}{R}t\,. \tag{1.38}$$

Первая формула справедлива для любого участка цепи, на концах которого поддерживается напряжение U, последние две — для участка, не содержащего ЭДС.

Мощность тока:

$$P = IU\,, \quad P = I^2R\,, \quad P = \frac{U^2}{R}. \tag{1.39}$$

Закон Джоуля- Ленца:

$$Q = I^2Rt\,. \tag{1.40}$$

1.2. Примеры решения задач

Пример 1. Два точечных электрических заряда q_1 = 1 нКл и q_2 = -2 нКл находятся в воздухе на расстоянии d = 10 см друг от друга. Определить напряженность E и потенциал φ поля, создаваемого этими зарядами в точке А, удаленной от заряда q_1 на расстояние r_1 = 9 см и от заряда q_2 на r_2 = 7 см.

Дано:
q_1 = 1 нКл = 10^{-9} Кл
q_2 = -2 нКл = -2 · 10^{-9} Кл
d = 10 см = 0,1 м
r_1 = 9 см = 0,09 м
R_2 = 7 см = 0,07 м

Найти: E, φ

Решение.

Согласно принципу суперпозиции электрических полей, каждый заряд создает поле независимо от присутствия в пространстве других зарядов. Поэтому напряженность E электрического поля в искомой точке может быть найдена как геометрическая сумма напряженностей E_1 и E_2 полей, создаваемых каждым зарядом в отдельности:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2\,.$$

Напряженность электрического поля, создаваемого в воздухе ($\varepsilon = 1$) зарядом q_1, равна

$$E_1 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1^2}, \tag{1.42}$$

зарядом q_2 —

$$E_2 = \frac{q_2}{2\pi\varepsilon_0 r_2^2}. \tag{1.43}$$

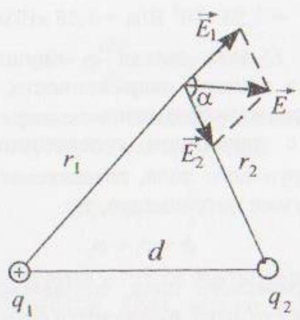

Рисунок 1

Вектор E_1 (рисунок 1) направлен по силовой линии от заряда q_1, так как заряд q_1 положителен; вектор E_2 направлен также по силовой линии, но к заряду q_2, так как заряд q_2 отрицателен.

Абсолютное значение вектора E найдем по теореме косинусов:

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\cos\alpha} \qquad (1.44)$$

где α — угол между векторами E_1 и E_2, который может быть найден из треугольника со сторонами r_1, r_2, d:

$$\cos\alpha = \frac{d^2 - r_1^2 - r_2^2}{2r_1r_2}. \qquad (1.45)$$

В данном случае во избежание громоздких записей удобно значение $\cos\alpha$ вычислить отдельно:

$$\cos\alpha = \frac{(0{,}1)^2 - (0{,}09)^2 - (0{,}07)^2}{2\cdot 0{,}09\cdot 0{,}07} = -0{,}238.$$

Подставляя выражение E_1 из формулы (1.42) и E_2 из формулы (1.43) в равенство (1.44) и вынося общий множитель $1/(4\pi\varepsilon_0)$ за знак корня, получим

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sqrt{\frac{q_1^2}{r_1^4} + \frac{q_2^2}{r_2^4} + \frac{2q_1q_2}{r_1^2r_2^2}\cos\alpha}. \qquad (1.46)$$

Подставим числовые значения величин в формулу (1.46) и произведем вычисления:

$$E = \frac{1}{4\pi\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}}\sqrt{\frac{(10^{-9})^2}{(0{,}09)^4} + \frac{(2\cdot 10^{-9})^2}{(0{,}07)^4} + \frac{2\cdot(10^{-9})\cdot(2\cdot 10^{-9})}{(0{,}09)^2\cdot(0{,}07)^2}(-0{,}238)} =$$

$$= 3{,}58\cdot 10^3 \text{ В/м} = 3{,}58 \text{ кВ/м}.$$

При вычислении E знак заряда q_2 опущен, так как знак заряда определяет направление вектора напряженности, а направление E_2 было учтено при его графическом изображении.

В соответствии с принципом суперпозиции электрических полей потенциал φ результирующего поля, создаваемого двумя зарядами q_1 и q_2 равен алгебраической сумме потенциалов, т.е.

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2. \qquad (1.47)$$

Потенциал электрического поля, создаваемого в вакууме точечным зарядом q на расстоянии r от него, выражается формулой

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}. \qquad (1.48)$$

В нашем случае, согласно формулам (1.47) и (1.48), получим

$$\varphi = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1} + \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_2}, \quad \text{или} \quad \varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2}\right). \qquad (1.49)$$

Подставив в это выражение числовые значения физических величин, получим

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}}\left(\frac{10^{-9}}{0{,}09} + \frac{-2\cdot 10^{-9}}{0{,}07}\right) = -157 \text{ В}.$$

Ответ: $E = 3{,}58$ кВ/м, $\varphi = -157$ В.

Пример 2. Электрическое поле создано длинным цилиндром радиусом $R = 1$см, равномерно заряженным с линейной плотностью $\tau = 20$ нКл/м. Определить разность потенциалов двух точек этого поля, находящихся на расстоянии $a_1 = 0{,}5$ см и $a_2 = 2$ см от поверхности цилиндра, в средней его части.

Дано:
$R = 1$ см $= 10^{-2}$ м
$\tau = 20$ нКл/м $= 2\cdot 10^{-8}$ Кл/м
$a_1 = 0{,}5$ см $= 5\cdot 10^{-3}$ м
а2 = 2 см $= 2\cdot 10^{-2}$ м
Найти: $\varphi_1 - \varphi_2$.

Решение.

Для определения разности потенциалов воспользуемся соотношением между напряженностью поля и изменением потенциала:

$$E = -\mathrm{grad}\,\varphi. \qquad (1.50)$$

Для поля с осевой симметрией, каким является поле заряженного цилиндра, это соотношение можно записать в виде

$$E = -\frac{d\varphi}{dr}; \quad d\varphi = -Edr. \qquad (1.51)$$

Интегрируя это выражение, найдем разность потенциала двух точек, отстоящих на расстоянии r_1 и r_2 от оси цилиндра:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\int_{r_1}^{r_2} E\,dr. \qquad (1.52)$$

Так как цилиндр длинный и точки взяты вблизи его средней части, то для выражения напряженности поля можно воспользоваться формулой напряженности поля, создаваемого бесконечно длинным цилиндром:

$$E = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 r}. \qquad (1.53)$$

Подставив выражение (1.53) для E в (1.52), получим

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r} = -\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r_2}{r_1}, \quad (1.54)$$

или

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r_2}{r_1}. \quad (1.55)$$

В формуле (1.55) подставим значения из условия $r_1 = R + a_1$, $r_2 = R + a_2$, поэтому

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{R + a_1}{R + a_2}. \quad (1.56)$$

Подставим числовые значения в (1.56) и вычислим:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{2\cdot 10^{-8}}{2\pi\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}}\cdot\ln\frac{3\cdot 10^{-2}}{1{,}5\cdot 10^{-2}} = 3{,}6\cdot 10^2\cdot\ln 2 = 250\ \text{В}.$$

Ответ: $\varphi_1 - \varphi_2 = 250$ В.

Пример 3. На пластинах плоского конденсатора находится заряд $q = 10$ нКл. Площадь каждой пластины конденсатора S = 100 см^2, диэлектрик — воздух. Определить силу F, с которой притягиваются пластины. Поле между пластинами считать однородным.

Дано:	Решение.
$q = 10$ нКл $= 10^{-8}$ Кл $S = 100$ см^2 $= 10^{-2}$ м^2 $\varepsilon = 1$ Найти: F	Заряд q одной пластины находится в поле напряженностью E_1, созданном зарядом другой пластины конденсатора. Следовательно, на первый заряд действует сила

$$F = qE_1. \quad (1.57)$$

Так как

$$E_1 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{q}{2\varepsilon_0 S}, \quad (1.58)$$

где σ — поверхностная плотность заряда пластины, то формула (1.57) с учетом выражения (1.58) примет вид:

$$F = \frac{q^2}{2\varepsilon_0 S}. \quad (1.59)$$

Подставив числовые значения величин в формулу (1.59), получим:

$$F = \frac{10^{-16}}{2\cdot 8{,}85\cdot 10^{12}\cdot 10^{-2}} = 5{,}65\cdot 10^{-4}\ \text{Н} = 565\ \text{мкН}.$$

Ответ: $F = 565$ мкН.

Пример 4. Через лампу накаливания течет ток равный 0,6 А. Температура вольфрамовой нити диаметром 0,1 мм равна 2200 °С. Определите напряженность электрического поля в вольфрамовой проволоке, для которой при 0 °С удельное сопротивление ρ_0 = 55 нОм · м и температурный коэффициент сопротивления $\alpha = 0{,}0045$ С$^{-1}$.

Дано:	Решение.
$I = 0{,}6$ А d = 0,1 мм = 10^{-4} м t° = 2200 °С ρ_0 = 55 нОм · м = $55\cdot 10^{-9}$ Ом · м $\alpha = 0{,}0045$ С$^{-1}$ Найти: E	Напряженность электрического поля в проводнике можно найти из дифференциальной формы закона Ома

$$j = \gamma E = \frac{E}{\rho}, \quad (1.60)$$

где $\gamma = 1/\rho$ — проводимость металла, j — плотность тока. Удельное электрическое сопротивление ρ зависит от температуры по закону

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t°), \quad (1.61)$$

где $t°$ — температура металла.

С другой стороны плотность тока можно представить в виде

$$j = \frac{I}{S}, \quad (1.62)$$

где I — сила тока в лампе, S — площадь сечения проводника. В результате можно записать для напряженности поля выражение

$$E = j\rho = \frac{I\rho}{S}. \quad (1.63)$$

Поскольку сечением проводника является круг диаметром d, то площадь сечения $S = \pi d^2/4$. Подставляя в формулу для напряженности поля выражения для S и ρ, получим

$$E = \frac{4I}{\pi d^2}\rho_0(1 + \alpha t°). \quad (1.64)$$

Вычислим результаты:

$$E = \frac{4 \cdot 0{,}6}{3{,}14 \cdot (10^{-4})^2} \cdot 55 \cdot 10^{-9}(1 + 0{,}0045 \cdot 2200) = \frac{1{,}32 \cdot 10^{-7}(1+9{,}9)}{3{,}14 \cdot 10^{-8}} = 45{,}82 \text{ В/м}.$$

Ответ: $E = 45{,}82$ В/м.

Пример 5. На рисунке 2 $R_1 = R$, $R_2 = 2R$, $R_3 = 3R$, $R_4 = 4R$. Емкость конденсатора равна C. Определить заряд на конденсаторе, если напряжение на батарее U_0.

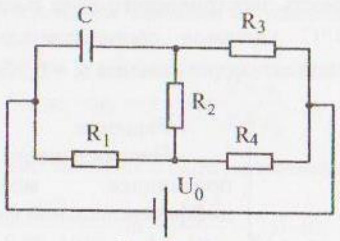

Рисунок 2

Решение.

В данной схеме напряжение на конденсаторе будет определяться суммой напряжений на сопротивлениях R_1 и R_2. Поскольку ток через конденсатор не течет, то данная схема может быть заменена эквивалентной схемой. В результате этого для токов может быть записано

$$I_0 = I_1 = I_2 + I_4, \quad I_2 = I_3. \tag{1.65}$$

Поскольку сопротивления R_2 и R_3 соединены последовательно, то общее сопротивление этой ветви цепи

$$R_{23} = R_2 + R_3 = 5R. \tag{1.66}$$

Тогда

$$R_{234} = \frac{R_{23}R_4}{R_{23} + R_4} = \frac{20R}{9}. \tag{1.67}$$

Полное сопротивление цепи определиться по формуле

$$R_0 = R_1 + R_{234} = R + \frac{20R}{9} = \frac{29R}{9}. \tag{1.68}$$

Применяя закон Ома, получаем для тока

$$I_0 = \frac{U_0}{R_0} = \frac{9U_0}{29R}. \tag{1.69}$$

Поскольку сопротивления R_{23} и R_4 соединены параллельно, то

напряжения в этих участках цепи равны:

$$I_2 R_{23} = I_4 R_4. \tag{1.70}$$

Подставив значения сопротивлений в (1.70), получаем

$$I_4 = \frac{5}{4} I_2. \tag{1.71}$$

Поскольку токи, протекающие через сопротивления R_{23} и R_3 дадут в сумме ток I_0, мы можем записать

$$I_2 + I_4 = I_2 + \frac{5}{4} I_2 = \frac{9}{4} I_2 = I_0. \tag{1.72}$$

Отсюда, подставив значение I_0 из (1.69), получаем

$$\frac{9}{4} I_2 = \frac{9}{29}\frac{U_0}{R}. \tag{1.73}$$

Тогда

$$I_2 = \frac{4}{29}\frac{U_0}{R}. \tag{1.74}$$

Поскольку токи $I_1 = I_0$ и I_2 получены в (1.69) и (1.74), можно определить напряжение на конденсаторе

$$U_C = I_1 R_1 + I_2 R_2 = \frac{17}{29} U_0. \tag{1.75}$$

Подставив значение напряжения на конденсаторе, определим заряд конденсаторе

$$q = CU_C = \frac{17}{29} U_0 C.$$

Ответ: $q = \frac{17}{29} U_0 C$.

Пример 6. Сила тока в проводнике сопротивлением $R = 120$ Ом равномерно возрастает от $I_0 = 0$ до $I_1 = 5$ А за время $t = 15$ с. Определите выделившееся за это время в проводнике количество теплоты.

Дано:
R = 120 Ом
$I_0 = 0$ А
$I_1 = 5$ А
$t = 15$ с
Найти: Q

Решение.

Рассмотрим малый промежуток времени dt, в течение которого изменение величины силы тока было мало, тогда можно записать закон Джоуля-Ленца для количества теплоты dQ выделившееся за этот короткий промежуток

$$dQ = I^2 R dt . \qquad (1.76)$$

Поскольку сила тока возрастала равномерно, то представим ее в виде функциональной зависимости от времени $I = kt$, где параметр k определяется выражением

$$k = \frac{I_1 - I_0}{t} . \qquad (1.77)$$

Чтобы найти количество теплоты выделившееся за весь промежуток времени, необходимо проинтегрировать выражение (1.76)

$$Q = \int dQ = \int_0^t k^2 R t^2 dt = \frac{1}{3} k^2 R t^3 . \qquad (1.78)$$

Подставляя числовые значения в конечную формулу, получим

$$Q = \frac{1}{3}\left(\frac{5}{15}\right)^2 \cdot 120 \cdot 15^3 = 15 \cdot 10^3 \text{ Дж} = 15 \text{ кДж}.$$

Ответ: $Q = 15$ кДж.

1.3. Таблицы вариантов

Таблица 1 (ПГС, ПЗ и ЭУН)

Вариант	Номера задач в контрольной работе №3					
1	2	14	21	39	50	58
2	5	11	26	34	46	60
3	10	17	29	31	42	55
4	1	15	25	38	44	53
5	4	18	22	36	41	56
6	7	12	28	32	45	52
7	3	19	24	35	49	59
8	9	16	27	40	47	57
9	6	20	30	33	43	54
0	8	13	23	37	48	51

Таблица 2 (АТП, СДМ)

Вариант	Номера задач в контрольной работе 3					
1	4	18	27	33	47	57
2	8	13	30	40	43	54
3	1	15	23	37	48	51
4	5	11	21	39	50	58
5	9	20	26	34	46	60
6	10	14	29	31	42	55
7	2	17	25	38	44	53
8	6	19	22	36	41	56
9	3	12	28	32	45	52
0	7	16	24	35	49	59

Таблица 3 (ТВ, ВВ)

Вариант	Номера задач в контрольной работе №3					
1	5	12	25	36	41	56
2	2	20	22	32	45	52
3	8	18	28	35	49	59
4	6	13	24	33	47	57
5	9	16	27	40	43	54
6	4	11	23	37	48	51
7	1	15	21	39	50	58
8	10	17	26	34	46	60
9	7	14	29	31	42	55
0	3	19	30	38	44	53

Таблица 4 (ГСХ, ПСК)

Вариант	Номера задач в контрольной работе №3					
1	9	17	26	34	46	60
2	6	14	29	31	42	55
3	3	16	25	38	44	53
4	7	12	22	36	41	56
5	2	13	28	32	45	52
6	5	19	24	35	49	59
7	8	18	27	33	47	57
8	10	11	30	40	43	54
9	1	15	23	37	48	51
0	4	20	21	39	50	58

Таблица 5 (АД, ПБ)

Вариант	Номера задач в контрольной работе №3					
1	7	15	30	40	43	54
2	4	16	23	37	48	51
3	9	13	21	39	50	58
4	8	19	26	34	46	60
5	3	12	29	31	42	55
6	2	18	25	38	44	53
7	10	14	22	36	41	56
8	5	20	28	32	45	52
9	1	11	24	35	49	59
0	6	17	27	33	47	57

1.4. Задачи к контрольной работе №3

1. Два проводящих шарика, весом по 0,04 Н каждый подвешены в воздухе на непроводящих нитях длиной 2,05 м к одному крючку. Шарикам сообщили равные одноименные заряды, вследствие чего они разошлись на расстояние 0,9 м. Определить величину заряда шарика.
2. Расстояние d между зарядами q_1 = 1000 нКл и q_2 = 500 нКл равно 0,1 м. Определить силу F, действующую на заряд q_3 = 1 мкКл, отстоящий на r_1 = 0,12 м от заряда q_1 и на r_2 = 0,1 м от заряда q_2.
3. Тонкий стержень длиной 30 см равномерно заряжен с линейной плотностью τ = 1,5 нКл/см. На продолжении оси стержня на расстоянии d = 12 см от его конца находится точечный заряд q = 0,2 мкКл. Определить силу взаимодействия заряженного стержня и точечного заряда.
4. С какой силой (на единицу длины) взаимодействуют две заряженные бесконечно длинные параллельные нити с одинаковой линейной плотностью заряда $\tau = 2 \cdot 10^{-6}$ Кл/м, находящиеся в керосине на расстояние r = 4 см друг от друга?
5. Поверхностная плотность заряда бесконечно протяженной вертикальной плоскости $\sigma = 9{,}8 \cdot 10^{-5}$ Кл/м^2. К плоскости на нити подвешен заряженный шарик массой m = 10 г. Определить заряд q шарика, если нить образует с плоскостью угол $\alpha = 45°$.
6. В вершинах квадрата со стороной a помещены заряды по 10^{-6} Кл. Какой отрицательный заряд надо поместить в центр квадрата, чтобы вся система находилась в равновесии?

7. Три одинаковых точечных заряда по 20 нКл расположены в вершинах равностороннего треугольника. На каждый заряд действует сила 10 мН. Найти длину стороны треугольника.
8. Электрон, попадая в однородное электрическое поле, движется в нем по направлению линий поля. Через какой промежуток времени скорость электрона станет равной нулю, если напряженность поля составляет 90 Н/Кл, а начальная скорость электрона 10^5 м/с.
9. В вершинах равностороннего треугольника со стороной a = 0,15 м находятся заряды, причем два заряда положительные $q_1 = q_2$ = +3 нКл, а один отрицательный q_3 = -3 нКл. Найти напряженность электрического поля в центре треугольника.
10. Две параллельные плоскости, заряженные с поверхностными плотностями σ_1 = 2 мкКл/м^2 и σ_2 = -0,8 мкКл/м^2, находятся на расстоянии d = 0,6 см друг от друга. Определить напряженность электрического поля между плоскостями.
11. Заряженный шарик перемещается из точки М с потенциалом 700 В в точку N, потенциал которой равен нулю. Какую скорость имел шарик в точке М, если в точке N его скорость была равна 0,40 м/с? Заряд шарика равен 40 нКл, а его масса — 1,6 г.
12. Четыре одинаковых капли ртути, заряженных до потенциала φ_1 = 10 В, сливаются в одну. Каков потенциал φ образовавшейся капли?
13. Два одинаково заряженных шарика, расположенных друг от друга на расстоянии r = 25 см, взаимодействуют с силой F = 1 мкН. До какого потенциала заряжены шарики, если их диаметры D = 1 см?
14. Электрон с энергией T = 100 эВ (в бесконечности) движется вдоль силовой линии по направлению к поверхности металлической заряженной сферы радиусом R = 5 см. Определить максимальное расстояние, на которое приблизится электрон к поверхности сферы, заряд которой q = -1 нКл.
15. Заряды q_1 = 100 нКл, q_2 = 60 нКл и q_3 = 40 нКл расположены в вершинах треугольника со стороной a = 10 см. Определите потенциальную энергию этой системы.
16. Кольцо радиусом r = 5 см из тонкой проволоки несет равномерно распределенный заряд q = 10 нКл. Определите потенциал электростатического поля на оси, проходящей через центр кольца перпендикулярно его плоскости, в точке, удаленной на расстояние a = 10 см от центра кольца.
17. На кольце с внутренним радиусом 80 см и внешним — 1 м равномерно распределен заряд 10 нКл. Определите потенциал в центре кольца.
18. Два одноименных точечных заряда q_1 = 11 нКл и q_2 = 22 нКл находятся на расстоянии r = 80 см друг от друга. В какой точке на прямой между зарядами абсолютные значения потенциалов полей обоих зарядов

одинаковы?

19. Какую работу надо совершить при переносе точечного заряда q = 30 нКл из бесконечности в точку, находящуюся на расстоянии r = 10 см от поверхности заряженного шара? Потенциал на поверхности шара φ = 200 В, радиус шара R = 2 см.
20. Электрическое поле образовано бесконечно длинной нитью, заряженной с линейной плотностью τ = 2 мкКл/м. Точечный заряд q = 30 нКл переместили из точки, находящейся на расстоянии r_1 = 20 см от нити, в точку на расстоянии r_2, при этом была совершена работа 0,75 мДж. Найти величину r_2.
21. Емкость плоского конденсатора C = 100 пФ. Диэлектрик — фарфор (ε = 5). Конденсатор зарядили до разности потенциалов U = 600 В и отключили от источника напряжения. Какую работу нужно совершить, чтобы вынуть диэлектрик из конденсатора?
22. К воздушному конденсатору, заряженному до разности потенциалов U_1 = 500 В и отключенному от источника напряжения, присоединен параллельно незаряженный конденсатор таких же размеров и формы, но с другим диэлектриком (стекло). Определить диэлектрическую проницаемость ε стекла, если после присоединения второго конденсатора разность потенциалов уменьшилась до U_2 = 70 В.
23. Плоский воздушный конденсатор емкостью C = 10 пФ заряжен до разности потенциалов U_1 =500 В. После отключения конденсатора от источника напряжения расстояние между пластинами конденсатора было увеличено в 3 раза. Определите работу внешних сил по раздвижению пластин.
24. Разность потенциалов на одном конденсаторе равна U_1 = 300 В, на втором конденсаторе U_2 = 100 В. Когда оба конденсатора соединены параллельно, то разность потенциалов между ними оказалась равной U = 250 В. Найти отношение емкостей C_1/C_2.
25. В плоский конденсатор вдвинули плитку парафина (ε = 2) толщиной 1 см, которая вплотную прилегает к его пластинам. На сколько нужно увеличить расстояние между пластинами, чтобы получить прежнюю емкость?
26. Пространство между обкладками плоского конденсатора заполнено наполовину диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ε_1 = 2 и наполовину диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ε_2 = 7. Найдите емкость такого конденсатора. Площадь каждой обкладки S = 100 см^2, расстояние между ними d = 3 мм.
27. Конденсатор емкости C_1 = 20 мкФ, заряженный до разности потенциалов U_1 = 100 В, соединили параллельно с заряженным до разности потенциалов U_2 = 40 В конденсатором неизвестной емкости. Найти

емкость второго конденсатора C_2, если разность потенциалов на конденсаторах после соединения стала U = 80 В.

28. Конденсатор емкости C_1 = 1 мкФ, заряженный до напряжения U_1 = 100 В, соединили разноименными обкладками с конденсатором емкости C_2 = 2 мкФ. Найти начальное напряжение второго конденсатора, если после соединения напряжение на конденсаторах стало U = 200 В.
29. При увеличении напряжения, поданного на конденсатор емкостью 20 мкФ, в 2 раза энергия поля в конденсаторе возросла на 0,3 Дж. Найти начальное значение напряжения.
30. Конденсаторы с емкостями C_1 = 5 мкФ и C_2 = 300 нФ соединены последовательно и подключены к источнику с напряжением U = 220 В. Второй конденсатор наполнили керосином (ε = 2). На сколько изменится заряд на втором конденсаторе?
31. Найти скорость упорядоченного движения электронов в проводе сечением 5 мм^2 при силе тока 10 А, если концентрация электронов проводимости $5\cdot10^{28}$ м$^{-3}$.
32. Определите плотность тока, если за 2 с через проводник сечением 1,6 мм^2 прошло $2\cdot10^{19}$ электронов.
33. По медному проводнику сечением 0,8 мм^2 течет ток 80 мА. Найдите среднюю скорость упорядоченного движения электронов вдоль проводника, предполагая, что на каждый атом меди приходится один свободный электрон. Плотность меди ρ = 8900 кг/м^3.
34. Определите суммарный импульс электронов в прямом проводе длинной l = 500 м, по которому течет ток силой I = 20 А.
35. Найти сопротивление железного стержня диаметром 1 см, если вес этого стержня 9,8 Н. Удельное электрическое сопротивление железа $\rho_э$ = 82 нОм $\cdot$ м, плотность ρ = 7800 кг/м^3.
36. При включении в электрическую цепь проводника, имеющего диаметр D = 0,5 мм и длину l = 47 мм, напряжение на нем U = 1,2 В при токе в цепи I = 1 А. Найти удельное сопротивление ρ материала проводника.
37. Какой следует взять диаметр медного провода, чтобы падение напряжения на нем на расстоянии 1,4 км равнялось 1 В при силе тока 1 А? Удельное электрическое сопротивление меди ρ = 17 нОм $\cdot$ м.
38. Найти сопротивление медной проволоки, масса которой m = 1 кг, а диаметр d = 0,5 мм. Плотность меди равна 8900 кг/м^3, удельное электрическое сопротивление — 0,017 мкОм $\cdot$ м.
39. По алюминиевому проводу сечением S = 0,2 мм^2 течет ток I = 0,2 А. Определите силу, действующую на отдельные свободные электроны со стороны электрического поля. Удельное сопротивление алюминия ρ = 26 нОм$\cdot$м.
40. Из проволоки сечением S = 1 мм^2, имеющей удельное электрическое

сопротивление ρ = 30 нОм·м, спаян прямоугольник ABCD со сторонами AB = CD = 6 см и BC = DA = 8 см. В прямоугольник впаяли диагональ AC из такой же проволоки. Найти сопротивление прямоугольника между точками A и C.

41. Определить силу тока, которую показывает амперметр в схеме на рисунке 3. Напряжение источника 2,1 В, R_1 = 5 Ом, R_2 = 6 Ом, R_3 = 3 Ом. Сопротивлением источника и амперметра пренебречь.

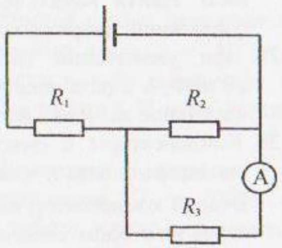

Рисунок 3

42. Вольтметр, включенный в сеть последовательно с сопротивлением R_1, показал напряжение U_1 = 198 В, а при включении последовательно с сопротивлением $R_2 = 2R_1$ показал U_2 = 180 В. Определите сопротивление R_1 и напряжение в сети, если сопротивление вольтметра r = 900 Ом.

43. Батарея замкнута на сопротивление 10 Ом и дает ток силой I_1 = 3 А. Если ту же батарею замкнуть на сопротивление 20 Ом, то сила тока будет I_2 = 1,6 А. Найти ЭДС и внутреннее сопротивление батареи.

44. ЭДС батареи 8 В. При силе тока 2 А КПД батареи равно 0,75. Определить внутреннее сопротивление.

45. К проволочному кольцу в двух точках присоединены подводящие ток провода. В каком отношении делят точки присоединения длину окружности кольца, если общее сопротивление получившейся цепи в n = 4,5 раза меньше сопротивления проволоки, из которой сделано кольцо?

46. В цепи, изображенной на рисунке 4, амперметр показывает ток I = 0,04 А, а вольтметр — напряжение U = 20 В. Найти сопротивление вольтметра, если сопротивление резистора R_1 = 1 кОм.

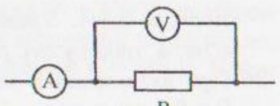

Рисунок 4

47. Три резистора соединены по схеме, изображенной на рисунке 5. Если цепь подключена в точках a и b, то сопротивление цепи будет R = 20 Ом, а если в точках a и c, то сопротивление цепи будет R_0 = 15 Ом. Найти сопротивления резисторов R_1, R_2 и R_3, если $R_1 = 2R_2$.

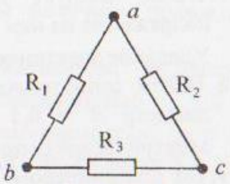

Рисунок 5

48. Амперметр с сопротивлением R_A = 0,2 Ом, присоединенный к клемам источника с ЭДС 1,5 В показывает ток I = 5 А. Какой ток покажет этот амперметр, если его зашунтировать сопротивлением R_0 = 0,1 Ом?

49. К источнику с ЭДС 200 В подключены сопротивления R_1 = 200 Ом и R_2 =

1000 Ом. К концам сопротивления R_2 подключен вольтметр. Чему равно сопротивление вольтметра, если он показывает напряжение 160 В? Сопротивлением источника можно пренебречь.

50. Источник с ЭДС 1,25 В и внутренним сопротивлением r = 0,4 Ом питает лампу. Сопротивление лампы R_1 = 10 Ом, напряжение на ней U_1 = 1 В. Найти сопротивление подводящих проводов.

51. Лампочка и реостат, соединенные последовательно, присоединены к источнику тока. Напряжение на зажимах лампочки равно 40 В, сопротивление реостата равно 10 Ом. Внешняя цепь потребляет мощность 120 Вт. Найти силу электрического тока в цепи.

52. Троллейбус массой 11 т движется равномерно со скоростью 36 км/ч. Найти силу тока в обмотке двигателя, если напряжение равно 550 В и КПД 80%. Коэффициент сопротивления движению равен 0,02.

53. Два проводника, имеющие сопротивления 5 Ом и 7 Ом, соединены параллельно и подключены к источнику тока. В первом выделилось 17,6 кДж теплоты. Какое количество теплоты выделилось во втором проводнике за то же время?

54. Два параллельно соединенных резистора с сопротивлениями R_1 = 6 Ом и R_2 = 12 Ом подключены последовательно с резистором, имеющим сопротивление R = 16 Ом, к источнику с ЭДС 200 В. Найти мощность, выделяющуюся на резисторе R_1.

55. Источник тока замыкается один раз на сопротивление R_1 = 2 Ом, другой — на сопротивление R_2 = 8 Ом. В обоих случаях в сопротивлениях выделяется одинаковая мощность. Найти внутреннее сопротивление источника.

56. Две лампы мощностью 100 и 60 Вт расчитаны на напряжение 130 В. Лампы соединили последовательно и включили в цепь с напряжением 220 В. Какую мощность будет потреблять каждая лампа?

57. Найти внутреннее сопротивление источника, если при замене внешнего сопротивления R_1 = 3 Ом на R_2 = 10,5 Ом КПД цепи увеличился вдвое.

58. Определите напряженность электрического поля в алюминиевом проводнике объемом V = 10 см^3, если при прохождении по нему постоянного тока за время t = 5 мин выделилось количество теплоты Q = 2,3 кДж.

59. Три параллельно соединенные лампы сопротивлением 50 Ом, рассчитанные каждая на напряжение 60 В, питаются через реостат от сети с напряжением 220 В. Какова мощность тока, выделяемая в реостате?

60. Имеются два проводника R_1 = 5 Ом и R_2 = 3 Ом. Эти проводники подсоединяются к точкам, разность потенциалов между которыми U = 9 В. Найти количество теплоты, выделяющееся в каждом проводнике в единицу времени, если они соединены а) последовательно, б) параллельно.

2. Контрольная работа №4

Электромагнетизм. Колебания

При изучении этого раздела студент должен особое внимание уделить закону Ампера, закону Био-Савара-Лапласа, закону полного тока. Необходимо уметь использовать два последних закона и принцип суперпозиции для расчета магнитного поля различной формы проводников с токами.

Для определения направления движения заряженных частиц в магнитном поле нужно правильно применять правило левой руки и силу Лоренца.

Изучая явления электромагнитной индукции, необходимо представлять себе механизм возникновения индукционного тока в неподвижных и движущихся в магнитном поле проводниках, различать самоиндукцию и взаимную индукцию, уметь пользоваться законами замыкания и размыкания электрической цепи постоянного тока.

Студент должен уяснить, что магнитное поле, как материальная среда, обладает энергией, формулу для которой можно получить на основе описания явления самоиндукции.

Изучая раздел «Колебания и волны», желательно рассматривать параллельно механические и электромагнитные колебания. Это способствует выработке единого подхода к колебаниям различной природы. Нужно четко представлять себе понятия амплитуды, частоты, периода, фазы колебаний. Следует вспомнить такие вопросы программы, как электроемкость, индуктивность, сила тока, напряжение, энергия электрического поля конденсатора и энергия магнитного поля тока. Рассматривая вопрос о сложении колебаний, нужно понять, что любые колебания линейной системы всегда можно представить в виде суперпозиции одновременно совершающихся гармонических колебаний с различными частотами, амплитудами и начальными фазами.

2.1. Законы и формулы

Магнитное поле

Связь магнитной индукции B с напряженностью H магнитного поля:

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu \mathbf{H}, \qquad (2.1)$$

где μ — магнитная проницаемость изотропной среды; μ_0 — магнитная постоянная ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м).

В вакууме $\mu = 1$, тогда магнитная индукция в вакууме

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}. \qquad (2.2)$$

Закон Био-Савара-Лапласа:

$$\mathbf{dB} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I[\mathbf{dl}, \mathbf{r}]}{r^3}, \qquad (2.3)$$

или в скалярной форме

$$dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I \sin\alpha}{r^2} dl, \qquad (2.4)$$

где dB — магнитная индукция поля, создаваемого элементом проводника длиной dl с током I; r — радиус-вектор, направленный от элемента проводника к точке, в которой вычисляется магнитная индукция; α — угол между радиусом-вектором и направлением тока в элементе проводника.

Магнитная индукция в центре кругового тока

$$B = \frac{\mu_0 \mu I}{2R}, \qquad (2.5)$$

где R — радиус кругового витка.

Магнитная индукция на оси кругового тока

$$B = \frac{\mu_0 \mu 2\pi R^2 I}{4\pi (R^2 + h^2)^{3/2}}, \qquad (2.6)$$

где h — расстояние от центра витка до точки, в которой вычисляется магнитная индукция.

Магнитная индукция поля прямого бесконечного тока:

$$B = \frac{\mu_0 \mu I}{2\pi r}, \qquad (2.7)$$

где r — расстояние от оси проводника до точки, в которой вычисляется магнитная индукция.

Магнитная индукция поля, создаваемого отрезком провода с током:

$$B = \frac{\mu_0 \mu I}{4\pi r}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2), \qquad (2.8)$$

где α_1, α_2 — углы, образованные проводником с током и радиусами-векторами, проведенными из концов проводника в точку М (рисунок 6); r — расстояние от проводника до точки М, в которой вычисляется магнитная индукция.

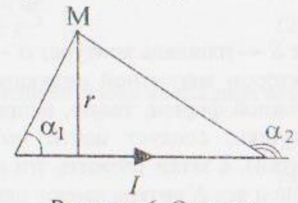

Рисунок 6. Отрезок проводника с током

Магнитная индукция поля соленоида

$$B = \mu_0 \mu n I\,, \qquad (2.9)$$

где n — число витков соленоида, приходящееся на единицу длины соленоида.

Сила Ампера — сила взаимодействия проводника с током и магнитного поля

$$\mathbf{F} = I[\mathbf{l},\mathbf{B}], \quad F = IlB\sin\alpha\,, \qquad (2.10)$$

где l — длина проводника, α — угол между проводником и вектором магнитной индукции. Направление силы Ампера можно определить по правилу левой руки.

Магнитный момент контура с током

$$\mathbf{p}_m = I\mathbf{S}\,, \qquad (2.11)$$

где I — сила тока, протекающего по контуру; S — площадь контура; вектор $\mathbf{S}$ численно равен площади S контура и совпадает по направлению с вектором нормали к плоскости контура. Если магнитное поле создается рамкой, имеющей несколько витков, то необходимо просуммировать магнитные моменты, создаваемые отдельными витками. Если площади всех витков одинаковы, то

$$\mathbf{p}_m = IN\mathbf{S}\,. \qquad (2.12)$$

Механический (вращательный) момент, действующий на контур с током, помещенный в однородное магнитное поле:

$$\mathbf{M} = [\mathbf{p}_m,\mathbf{B}], \quad M = p_m B\sin\alpha\,, \qquad (2.13)$$

где α — угол между векторами p_m и B.

Сила Лоренца

$$\mathbf{F} = q[\mathbf{v},\mathbf{B}], \quad F = qvB\sin\alpha\,, \qquad (2.14)$$

где v — скорость заряженной частицы; α — угол между векторами $\mathbf{v}$ и $\mathbf{B}$.

Магнитный поток

$$\Phi = BS\cos\alpha\,, \quad \Phi = B_n S\,, \qquad (2.15)$$

где S — площадь контура; α — угол между нормалью к плоскости контура и вектором магнитной индукции. Для вычисления потока через поверхность сложной формы, такую, например, как поверхность, ограниченную витками катушки, следует найти потоки через отдельные участки поверхности (витки), а затем сложить эти потоки. Если катушка находится в однородном поле и все N витков имеют одинаковую площадь, то магнитный поток можно найти по формуле

$$\Phi = NBS\cos\alpha\,. \qquad (2.16)$$

Работа по перемещению замкнутого контура в магнитном поле

$$A = I\,\Delta\Phi\,. \qquad (2.17)$$

Электромагнетизм

ЭДС индукции (закон Фарадея):

$$\mathrm{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt}\,. \qquad (2.18)$$

Разность потенциалов на концах проводника, движущегося со скоростью v в магнитном поле:

$$U = Blv\sin\alpha\,, \qquad (2.19)$$

где l — длина проводника; α — угол между векторами $\mathbf{v}$ и $\mathbf{B}$.

Заряд, протекающий по замкнутому контору при изменении магнитного потока, пронизывающего этот контур:

$$q = \frac{\Delta\Phi}{R}, \quad q = \frac{N\,\Delta\Phi}{R}\,, \qquad (2.20)$$

где R — сопротивление контура, N — число витков.

ЭДС самоиндукции

$$\mathrm{E}_s = -L\frac{dI}{dt}\,. \qquad (2.21)$$

Индуктивность соленоида

$$L = \mu_0 \mu\, n^2 V\,, \qquad (2.22)$$

где n — число витков, приходящееся на единицу длины соленоида; V — объем соленоида.

Мгновенное значение силы тока в цепи, обладающей сопротивлением R и индуктивностью L:

а) при замыкании цепи

$$I = \frac{\mathrm{E}}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right) = I_0\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right), \qquad (2.23)$$

где E — ЭДС источника тока; t — время, прошедшее после замыкания цепи;

б) при размыкании цепи

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t}\,, \qquad (2.24)$$

где I_0 — значение силы тока в цепи при $t = 0$; t — время, прошедшее с момента размыкания цепи.

Энергия магнитного поля

$$W = \frac{LI^2}{2}. \quad (2.25)$$

Объемная плотность энергии магнитного поля (энергия, заключенная в единицу объема):

$$w = \frac{1}{2}BH, \quad w = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0\mu}, \quad w = \frac{1}{2}\mu_0\mu H^2, \quad (2.26)$$

где B — магнитная индукция; H — напряженность магнитного поля.

Колебания

Уравнение гармонических колебаний:

$$x = A\cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (2.27)$$

где x — значение изменяющейся физической величины в момент времени t, A — амплитуда колебания, $\omega_0 t + \varphi_0$ — полная фаза колебания, φ_0 — начальная фаза, ω_0 — собственная круговая частота колебания.

Скорость при гармонических колебаниях

$$v = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (2.28)$$

Ускорение при гармонических колебаниях

$$a = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (2.29)$$

Дифференциальное уравнение гармонических колебаний:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0. \quad (2.30)$$

Период и частота колебаний математического маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}, \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}, \quad (2.31)$$

где l — длина нити, g — ускорение свободного падения.

Период и частота колебаний физического маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgl}}, \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{mgl}{J}}, \quad (2.32)$$

где J — момент инерции тела относительно оси вращения, m — масса тела, a — расстояние от центра инерции (центра масс) до оси вращения.

Период и частота колебаний упругой системы

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}, \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad (2.33)$$

где m — масса тела, k — жесткость пружины.

Период электрических колебаний в идеальном электрическом контуре (формула Томсона):

$$T = 2\pi\sqrt{LC}, \quad (2.34)$$

где L — индуктивность, C — (электро)емкость контура.

Полная энергия гармонических колебаний:

а) для механических колебаний

$$W = \frac{mA^2\omega_0^2}{2}; \quad (2.35)$$

б) для электрических колебаний

$$W = \frac{LI_{\max}^2}{2} = \frac{q_{\max}^2}{2C}. \quad (2.36)$$

Уравнение затухающих механических колебаний:

$$x = A_0 e^{-\delta t}\cos(\omega t + \varphi_0), \quad (2.37)$$

где A_0 — начальная амплитуда, $A(t) = A_0 e^{-\delta t}$ — амплитуда затухающих колебаний в момент времени t, ω — частота затухающих колебаний, φ_0 — начальная фаза, δ — коэффициент затухания.

Частота затухающих колебаний

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}, \quad (2.38)$$

где ω_0 — частота свободных незатухающих колебаний.

Логарифмический декремент затухания

$$\Theta = \ln\frac{A_n}{A_{n+1}}, \quad (2.39)$$

где A_n и A_{n+1} — две соседние амплитуды колебаний одного знака.

Связь логарифмического декремента с коэффициентом затухания

$$\Theta = \delta T = \frac{2\pi\delta}{\omega}, \quad (2.40)$$

где T — период затухающих колебаний, ω — частота затухающих колебаний.

Для затухающих электрических колебаний:

$$\delta = \frac{R}{2L}. \qquad (2.41)$$

2.2. Примеры решения задач

Пример 1. Два параллельных бесконечно длинных провода D и C, по которым текут в одном направлении токи силой I = 60 А расположены на расстоянии d = 10 см друг от друга. Определить индукцию магнитного поля в точке А, отстоящей от одного проводника на расстоянии r_1 = 5 см и от другого на расстоянии r_2 = 12 см.

Дано:
I = 60 А
d = 10 см = 0,1 м
r_1 = 5 см = 0,05 м
r_2 = 12 см = 0,12 м
Найти: B

Решение.

Для нахождения индукции магнитного поля B в указанной точке А (рис. 7) определим направление векторов индукции $\mathbf{B}_1$ и $\mathbf{B}_2$ полей, создаваемых каждым проводником в отдельности, и сложим их геометрически (по правилу параллелограмма), т.е.

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2. \qquad (2.42)$$

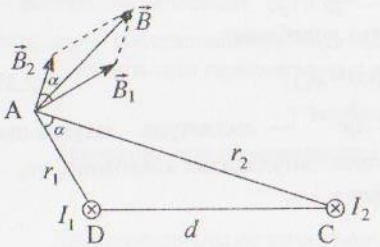

Рисунок 7

Абсолютное значение индукции B может быть найдено по теореме косинусов:

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2\cos\alpha}\ , \qquad (2.43)$$

где α — угол между векторами $\mathbf{B}_1$ и $\mathbf{B}_2$.

Значение индукций B_1 и B_2 выражаются соответственно через силу тока I и расстояния r_1 и r_2 от проводов до точки А, индукцию поля в которой мы вычисляем:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_1}, \quad B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_2}. \qquad (2.44)$$

Подставляя B_1 и B_2 в формулу (2.42) и вынося $\mu_0 I/2\pi$ за знак корня, получим:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} + \frac{2\cos\alpha}{r_1 r_2}}\,. \qquad (2.45)$$

Вычислим cos α. По теореме косинусов из треугольника ABC имеем:

$$d^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2\cos\alpha\ , \qquad (2.46)$$

где d — расстояние между проводниками.

Отсюда

$$\cos\alpha = \frac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2r_1r_2}\,, \qquad (2.47)$$

или

$$\cos\alpha = \frac{5^2 + 12^2 - 10^2}{2\cdot 5\cdot 12} = \frac{23}{40}.$$

Подставляя в формулу (2.45) значения I, r_1, r_2 и значение cos α, определяем искомую индукцию:

$$B = \frac{4\cdot 3{,}14\cdot 10^{-7}\cdot 60}{2\cdot 3{,}14}\sqrt{\frac{1}{(0{,}05)^2} + \frac{1}{(0{,}12)^2} + \frac{2}{0{,}05\cdot 0{,}12}\frac{23}{40}} = 3{,}08\cdot 10^{-4}\ \text{Тл}.$$

Ответ: B = 3,08 · 10^{-4} Тл.

Пример 2. Электрон, пройдя ускоряющую разность потенциалов U = 400 В, попал в однородное магнитное поле напряженностью H = 10^3 А/м. Определить радиус R кривизны траектории и частоту n обращения электрона в магнитном поле. Вектор скорости перпендикулярен линиям поля.

Дано:
U = 400 В
H = 10^3 А/м
Найти: R, n

Решение.

Радиус кривизны траектории электрона определим, исходя из следующих соображений: на движущийся в магнитном поле электрон действует сила Лоренца $F_Л$ (действием силы тяжести можно пренебречь). Сила Лоренца перпендикулярна вектору скорости и, следовательно, сообщает электрону нормальное ускорение:

$$F = ma_n\,, \qquad (2.48)$$

или

$$evB = \frac{mv^2}{R}. \qquad (2.49)$$

Из формулы (2.49) найдем

$$R = \frac{mv}{eB}. \qquad (2.50)$$

Входящий в равенство (2.50) импульс mv может быть выражен через кинетическую энергию T электрона:

$$mv = \sqrt{2mT}\ . \qquad (2.51)$$

Но кинетическая энергия электрона, прошедшего ускоренную разность потенциалов U, определяется равенством

$$T = eU \,. \tag{2.52}$$

Подставив это выражение T в формулу (2.51), получим

$$mv = \sqrt{2meU} \,. \tag{2.53}$$

Магнитная индукция B может быть выражена через напряженность H магнитного поля в вакууме соотношением:

$$B = \mu_0 H \,, \tag{2.54}$$

где μ_0 — магнитная постоянная.

Подставляя найденные выражения B и mv в формулу (2.50), определим:

$$R = \frac{\sqrt{2meU}}{\mu_0 eH} \,. \tag{2.55}$$

Произведем вычисления:

$$R = \frac{\sqrt{2 \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 400}}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 10^{-7} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{3}} = 5{,}37 \cdot 10^{-2} \text{ м} = 5{,}37 \text{ см}.$$

Для определения частоты обращения n воспользуемся формулой, связывающей частоту со скоростью и радиусом:

$$n = \frac{v}{2\pi R} \,. \tag{2.56}$$

Подставив в формулу (2.56) выражение (2.50) для радиуса кривизны, получим:

$$n = \frac{1}{2\pi} \frac{e}{m} B \,, \tag{2.57}$$

или

$$n = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{e}{m} H \,. \tag{2.58}$$

Подставим их и произведем вычисления:

$$n = \frac{4 \cdot 3{,}14 \cdot 10^{-7} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}} \cdot 10^{3} = 3{,}52 \cdot 10^{7} \text{ с}^{-1}.$$

Ответ: $n = 3{,}52 \cdot 10^{7}$ с$^{-1}$.

Пример 3. Плоский квадратный контур со стороной a = 10 см, по

которому течет ток I = 100 А, свободно установился в однородном магнитном поле B = 1 Тл. Определить работу A, совершаемую внешними силами при повороте контура относительно оси, проходящей через середину его противоположных сторон, на угол: 1) $\varphi_1 = 90°$; 2) $\varphi_2 = 3°$. При повороте контура сила тока в нем поддерживается неизменной.

Дано:
a = 10 см = 0,1 м
I = 100 А
B = 1 Тл
$\varphi_1 = 90°$
$\varphi_2 = 3°$

Найти: A_1, A_2

Решение.

Как известно, на контур с током в магнитном поле действует момент сил:

$$M = p_m B \sin\varphi \,. \tag{2.59}$$

По условию задачи, в начальном положении контур свободно установился в магнитном поле. При этом момент сил равен нулю (M = 0), а значит φ = 0, т.е. векторы p_m и B совпадают по направлению.

Если внешние силы выведут контур из положения равновесия, то возникший момент сил, определяемый формулой (2.59), будет стремиться возвратить контур в исходное положение. Против этого момента и будет совершаться работа внешними силами. Так как момент сил переменный (зависит от угла поворота φ), то для подсчета работы применим формулу работы в дифференциальной форме:

$$dA = M d\varphi \,. \tag{2.60}$$

Подставив сюда выражение М по формуле (2.59) и учтя, что $p_m = IS = Ia^2$, где I — сила тока в контуре; $S = a^2$ — площадь контура, получим:

$$dA = IBa^2 \sin\varphi \, d\varphi \,. \tag{2.61}$$

Взяв интеграл от этого выражения, найдем работу при повороте на конечный угол:

$$A = IBa^2 \int_0^{\varphi} \sin\varphi \, d\varphi \,. \tag{2.62}$$

1) Работа при повороте на угол $\varphi_1 = 90°$:

$$A_1 = IBa^2 \int_0^{\pi/2} \sin\varphi \, d\varphi = -IBa^2 \cos\varphi \Big|_0^{\pi/2} = IBa^2 \,. \tag{2.63}$$

Подставляя в полученную формулу числовые значения, получим:

$$A_1 = 100 \cdot 1 \cdot (0{,}1)^2 = 1 \text{ Дж}.$$

2) Работа при повороте на угол $\varphi_2 = 3°$. В этом случае, учитывая, что

угол φ_2 мал, в выражении (2.62) значение синуса можно заменить значением угла, выраженным в радианах, то есть $\sin\varphi \approx \varphi$:

$$A_2 = IBa^2 \int_0^{\varphi_2} \varphi \, d\varphi = \frac{1}{2} IBa^2 \varphi_2^2 . \qquad (2.64)$$

Переведем угол $\varphi_2 = 3°$ в радианы:

$$\varphi_2 = \frac{3° \cdot 3{,}14}{180°} = 0{,}0524 \text{ рад.}$$

После подстановки числовых значений величин в (2.64) найдем:

$$A_2 = \frac{1}{2} 100 \cdot 1 \cdot (0{,}1)^2 \cdot (0{,}0524)^2 = 1{,}37 \cdot 10^{-3} \text{ Дж} = 1{,}37 \text{ мДж.}$$

Ответ: $A_1 = 1$ Дж; $A_2 = 1{,}37$ мДж.

Пример 4. В однородном магнитном поле $B = 0{,}1$ Тл равномерно с частотой $n = 10$об/с вращается рамка, содержащая $N = 1000$ витков, плотно прилегающих друг к другу. Площадь рамки $S = 150$ см^2. Определить мгновенное значение ЭДС индукции, соответствующее углу поворота рамки в $30°$.

Дано:
$B = 0{,}1$ Тл
$n = 10$ об/с
N=1000
$S = 150$ см^2 = 0,015 м^2
$\varphi = 30°$
Найти: E_i

Решение.

Мгновенное значение ЭДС индукции E_i определяется основным уравнением электромагнитной индукции Фарадея-Максвелла:

$$\mathrm{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt}, \qquad (2.65)$$

где Φ — магнитный поток через рамку.

В однородном поле поток через рамку, имеющую N витков, плотно прилегающих друг к другу, можно выразить соотношением:

$$\Phi = NBS\cos\alpha . \qquad (2.66)$$

где B— магнитная индукция; S— площадь рамки. При вращении угол α можно выразить через частоту вращения по формуле

$$\alpha = \omega t = 2\pi nt . \qquad (2.67)$$

Подставим в формулу (2.66) выражение α, а получившуюся формулу для Φ подставим в (2.65):

$$\mathrm{E}_i = -\frac{d(NBS\cos(2\pi nt))}{dt}. \qquad (2.68)$$

Продифференцировав получившееся выражение по времени, найдем мгновенное значение ЭДС индукции:

$$\mathrm{E}_i = NBS 2\pi n \sin(2\pi nt). \qquad (2.69)$$

Выражение, стоящее под знаком синуса является фазой φ, поэтому можно не определять момент времени, в который вычисляется ЭДС, а сразу подставить значение фазы из условия.

Подставим в (2.69) числовые данные, получим:

$$\mathrm{E}_i = 10^3 \cdot 0{,}1 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-2} \cdot 2 \cdot 3{,}14 \cdot 10 \cdot 0{,}5 = 47{,}1 \text{ В.}$$

Ответ: $\mathrm{E}_i = 47{,}1$ В.

Пример 5. Определить период колебаний стержня длиной $l = 30$ см около оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его конец.

Дано:
$l = 30$ см = 0,3 м
Найти: T

Решение.

Стержень, имеющий возможность совершать вращение около горизонтальной оси O, не проходящей через центр масс (центр тяжести) C, есть физический маятник (рисунок 8).

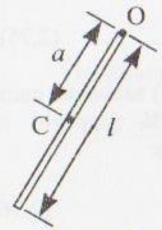

Рисунок 8

Для физического маятника период колебаний около неподвижной оси:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mga}}, \qquad (2.70)$$

где J— момент инерции относительно этой оси, m — масса маятника, a — расстояние от оси колебаний до центра тяжести. Момент инерции относительно оси, проходящей через конец стержня можно определить по теореме Штейнера:

$$J = J_c + ma^2, \qquad (2.71)$$

где J_c — момент инерции относительно оси, параллельной данной и проходящей через центр тяжести. Но для стержня момент инерции

$$J_c = \frac{1}{12} ml^2, \qquad (2.72)$$

где l — длина стержня.

Подставим (2.72) в (2.71), учитывая, что $a = l/2$ (рисунок 8):

$$J = \frac{1}{12} ml^2 + m\left(\frac{l}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{4}\right) ml^2 = \frac{1}{3} ml^2 . \qquad (2.73)$$

Подставим полученное выражение в (2.70):

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{3}ml^2}{mg\frac{1}{2}l}} = 2\pi\sqrt{\frac{2l}{3g}}. \qquad (2.74)$$

Подставим значения величин, получим

$$T = 2\cdot 3{,}14\sqrt{\frac{2\cdot 0{,}3}{3\cdot 9{,}8}} = 6{,}28\cdot\sqrt{0{,}02} = 0{,}9 \text{ с.}$$

Ответ: $T = 0{,}9$ с.

Пример 6. Колебательный контур имеет емкость C = 1,1 нФ и индуктивность L = 5 мГн. Логарифмический декремент затухания равен 0,005. За каое время вследствие затухания потеряется 99% энергии колебаний в контуре?

Дано:
C = 1,1 нФ = $1{,}1\cdot 10^{-9}$ Ф
L = 5 мГн = $5\cdot 10^{-3}$ Гн
$\Theta = 0{,}005$
Найти: t

Решение.

Энергию колебаний в контуре можно записать по формуле

$$W = \frac{LI^2}{2}, \qquad (2.75)$$

где I — максимальное (амплитудное) значение силы тока в контуре. Так как при затухании потерялось 99% энергии, то оставшуюся в контуре энергию колебаний можно записать как

$$W_2 = 0{,}01W_1 \quad \text{или} \quad \frac{LI_2^2}{2} = 0{,}01\frac{LI_1^2}{2}. \qquad (2.76)$$

Сократив обе части выражения на $L/2$ и вычислив квадратный корень, получим соотношение для сил токов:

$$I_2 = 0{,}1I_1. \qquad (2.77)$$

Амплитуда затухающих колебаний зависит от времени по формуле

$$A = A_0e^{-\delta t}, \qquad (2.78)$$

где A_0 — начальная амплитуда, δ — коэффициент затухания. В нашем случае I_1 — начальная амплитуда, I_2 — конечная амплитуда. Т.е.

$$I_2 = I_1e^{-\delta t} \quad \text{или} \quad e^{-\delta t} = 0{,}1. \qquad (2.79)$$

Прологарифмировав обе части уравнения, найдем время:

$$t = -\frac{\ln 0{,}1}{\delta}. \qquad (2.80)$$

Коэффициент затухания связан с логарифмическим декркментом затухания по формуле

$$\Theta = \delta T, \qquad (2.81)$$

где T — период затухающих колебаний. По условию задачи логарифмический декремент мал, поэтому период затухающих колебаний приблизительно равен периоду собственных колебаний контура:

$$T \approx T_0 = 2\pi\sqrt{LC}. \qquad (2.82)$$

Найдем выражение для коэффициента затухания:

$$\delta = \frac{\Theta}{T} = \frac{\Theta}{2\pi\sqrt{LC}}. \qquad (2.83)$$

Подставим выражение для коэффициента затухания в формулу для времени:

$$t = -\frac{2\pi\sqrt{LC}\,\ln 0{,}1}{\Theta}. \qquad (2.84)$$

Подставим в формулу числовые значения

$$t = -\frac{2\cdot 3{,}14\cdot\sqrt{5\cdot 10^{-3}\cdot 1{,}1\cdot 10^{-9}}\,\ln 0{,}1}{0{,}005} = -\frac{6{,}28\cdot 2{,}35\cdot 10^{-6}(-2{,}3)}{0{,}005} =$$

$$= 0{,}0068 \text{ с} = 6{,}8 \text{ мс}.$$

Ответ: t = 6,8 мс.

2.3. Таблицы вариантов

Таблица 1 (ПГС, ПЗ и ЭУН)

Вариант	Номера задач в контрольной работе №4					
1	2	14	21	39	50	58
2	5	11	26	34	46	60
3	10	17	29	31	42	55
4	1	15	25	38	44	53
5	4	18	22	36	41	56
6	7	12	28	32	45	52
7	3	19	24	35	49	59

8	9	16	27	40	47	57
9	6	20	30	33	43	54
0	8	13	23	37	48	51

Таблица 2 (АТП, СДМ)

Вариант	Номера задач в контрольной работе №4					
1	4	18	27	33	47	57
2	8	13	30	40	43	54
3	1	15	23	37	48	51
4	5	11	21	39	50	58
5	9	20	26	34	46	60
6	10	14	29	31	42	55
7	2	17	25	38	44	53
8	6	19	22	36	41	56
9	3	12	28	32	45	52
0	7	16	24	35	49	59

Таблица 3 (ТВ, ВВ)

Вариант	Номера задач в контрольной работе №4					
1	5	12	25	36	41	56
2	2	20	22	32	45	52
3	8	18	28	35	49	59
4	6	13	24	33	47	57
5	9	16	27	40	43	54
6	4	11	23	37	48	51
7	1	15	21	39	50	58
8	10	17	26	34	46	60
9	7	14	29	31	42	55
0	3	19	30	38	44	53

Таблица 4 (ГСХ, ПСК)

Вариант	Номера задач в контрольной работе №4					
1	9	17	26	34	46	60
2	6	14	29	31	42	55
3	3	16	25	38	44	53
4	7	12	22	36	41	56
5	2	13	28	32	45	52
6	5	19	24	35	49	59
7	8	18	27	33	47	57

8	10	11	30	40	43	54
9	1	15	23	37	48	51
0	4	20	21	39	50	58

Таблица 5 (АД, ПБ)

Вариант	Номера задач в контрольной работе №4					
1	7	15	30	40	43	54
2	4	16	23	37	48	51
3	9	13	21	39	50	58
4	8	19	26	34	46	60
5	3	12	29	31	42	55
6	2	18	25	38	44	53
7	10	14	22	36	41	56
8	5	20	28	32	45	52
9	1	11	24	35	49	59
0	6	17	27	33	47	57

2.4. Задачи к контрольной работе №4

1. Два круговых витка с током, имеющим одинаковый радиус и общий центр, расположены во взаимно перпендикулярных плоскостях. Магнитная индукция результирующего поля в центре витков равна $2 \cdot 10^{-4}$ Тл. Магнитная индукция поля первого витка с током в этой же точке равна $1{,}6 \cdot 10^{-4}$ Тл. Определить магнитную индукцию поля второго витка в их центре и силу тока в нем, если сила тока в первом витке равна 8 А.
2. Круговой виток и прямолинейный проводник с током находятся в одной плоскости. Расстояние от прямолинейного проводника до центра витка равно l = 8,3 см, радиус витка равен R = 5,2 см, сила тока в витке равна I_1 = 13,4 А, сила тока в проводнике составляет I_2 = 22 А (рисунок 9). Найти напряженность и индукцию магнитного поля в центре кругового витка, если и проводник, и виток находятся в воздухе (μ = 1).

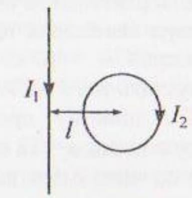

Рисунок 9

3. По прямому длинному проводнику течет ток 3 А. Круговой виток, имеющий диаметр 30 см и ток 5 А, расположен так, что плоскость витка параллельна прямому проводнику. Отрезок, соединяющий центр витка и прямой проводник, перпендикулярен прямому проводнику и плоскости

витка и равен 20 см. Найти магнитную индукцию в центре витка.

4. По прямому горизонтально расположенному проводу пропускают ток I_1 = 10 А. Под ним на расстоянии R = 1,5 см находится параллельный ему алюминиевый провод, по которому пропускают ток I_2 = 1,5 А. Определите, какой должна быть площадь поперечного сечения алюминиевого провода, чтобы он удерживался незакрепленным. Плотность алюминия $\rho = 2700$ кг/м^3.
5. Три параллельных прямолинейных проводника большой длины расположены в воздухе на расстоянии a = 15 см друг от друга. Сила тока во всех проводниках равна I = 12 А, а направлены токи, как показано на рисунке 10. Найти индукцию магнитного поля в точке О, расположенной на одинаковом расстоянии от всех трех проводников.

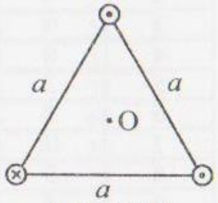

Рисунок 10

6. По тонкому проводнику, изогнутому в виде шестиугольника со стороной a = 10 см, идет ток I = 20 А. Определить магнитную индукцию в центре шестиугольника.
7. Контур из провода, изогнутого в форме квадрата со стороной a = 0,5 м, расположен в одной плоскости с бесконечным прямолинейным проводом с током I = 5 А так, что две его стороны параллельны проводу. Сила тока в контуре I_1 = 1 А. Определите силу, действующую на контур, если ближайшая к проводу сторона контура находится на расстоянии b = 10 см. Направления токов указаны на рисунке.
8. Два прямолинейных проводника большой длины расположены в параллельных плоскостях, а их проекции на одну плоскость перпендикулярны друг к другу. По ним протекают одинаковые токи I = 5 А. Найти величину магнитной индукции в точке, находящейся на середине кратчайшего расстояния между проводниками, которое равно 20 см.
9. В вертикальном однородном магнитном поле с индукцией B = 0,05 Тл на двух невесомых нитях подвешен прямой проводник длиной l = 0,2 м и массой m = 10 г. На какой угол отклонятся нити, если по проводнику пустить ток I = 2 А?
10. По тонкому проводнику, изогнутому в форме прямоугольника со сторонами a = 12 см и b = 16 см, идет ток I = 15 А. Определить магнитную индукцию в центре прямоугольника.
11. Протон, движущийся со скоростью $v = 2{,}5 \cdot 10^5$ м/с, влетает в однородное магнитное поле с индукцией B = 4 мТл так, что его скорость сотавляет угол $\alpha = 30°$ с направлением поля. Найти расстояние, пройденное протоном за три витка.
12. Протон и α-частица влетают в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям индукции. Сравнить радиусы окружностей,

которые описывают частицы, если у них одинаковы: а) скорости; б) энергии. Заряд α-частицы в 2 раза больше заряда протона, а масса в 4 раза больше.

13. Частица, несущая один элементарный заряд, влетела в однородное магнитное поле с индукцией 0,05 Тл. Определить момент импульса, которым обладает частица при движении в магнитном поле, если ее траектория представляет дугу окружности радиусом 0,2 мм.
14. Протон движется в однородном магнитном поле с индукцией B = 4 мТл по окружности. Найти период обращения протона.
15. Однозарядные ионы неона массами $m_1 = 3{,}32 \cdot 10^{-26}$ кг и $m_2 = 3{,}65 \cdot 10^{-26}$ кг и кинетической энергией $W = 6{,}2 \cdot 10^{-16}$ Дж влетают в однородное магнитное поле перпендикулярно к его линиям индукции и, описав полуокружность, вылетают из поля двумя параллельными пучками. Найти расстояние между этими пучками, если магнитная индукция равна B = 0,24 Тл.
16. Однозарядные ионы аргона из состояния покоя разгоняются в электрическом поле с разностью потенциалов U = 800 В, затем попадают в однородное магнитное поле с индукцией B = 0,32 Тл перпендикулярно линиям индукции. В поле ионы движутся по дуге окружности радиусом R = 8,05 см. Найти массу ионов аргона.
17. В однородное магнитное поле с индукцией B = 10 мТл перпендикулярно линиям индукции влетает частица, несущая один элементарный заряд. В поле частица начинает двигаться по окружности с частотой $n = 15{,}3 \cdot 10^4$ об/с. Найти массу частицы.
18. Однородное электрическое поле с напряженностью $E = 10^4$ В/м перпендикулярно однородному магнитному полю с индукцией B = 0,02 Тл. Электрон влетает в эти поля перпендикулярно векторам **E** и **B**. При какой начальной скорости электрон будет двигаться прямолинейно?
19. Электрон разгоняется электрическим полем и влетает в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям индукции. Определить ускоряющую разность потенциалов, если электрон описывает окружность радиусом R = 7,58 мм за $T = 5{,}96 \cdot 10^{-10}$ с.
20. Электрон, влетающий в однородное магнитное поле под углом $\alpha = 60°$ к линиям магнитной индукции, движется по спирали диаметром 10 см и периодом обращения $6 \cdot 10^{-5}$ с. Найти магнитную индукцию поля.
21. Два прямолинейных длинных параллельных проводника находятся на расстоянии 10 см друг от друга. По проводникам течет ток в одном направлении I_1 = 20 А и I_2 = 30 А. Какую работу надо совершить (на единицу длины проводника), чтобы раздвинуть эти проводники до расстояния 20 см?
22. Прямоугольная рамка с током расположена в магнитном поле

параллельно линиям индукции и испытывает со стороны поля вращающий момент 50 мН·м. Вычислить работу сил поля при повороте рамки на угол 60°.

23. В однородном магнитном поле с магнитной индукцией B = 1 Тл находится плоская катушка из 100 витков радиусом r = 10 см, плоскость которой с направлением поля составляет угол β = 60°. По катушке течет ток I = 10 А. Определите: 1) вращающий момент, действующий на катушку; 2) работу для удаления этой катушки из магнитного поля.
24. Виток, радиус которого 4 см, находится в однородном магнитном поле напряженностью 150 А/м. Плоскость витка параллельна линиям индукции поля. Какую работу нужно совершить, чтобы повернуть виток около его диаметра на угол 60° при токе в витке 10 А?
25. Квадратный проводящий контур со стороной l = 20 см и током I = 10 А свободно подвешен в однородном магнитном поле с магнитной индукцией B = 0,2 Тл. Определите работу, которую необходимо совершить, чтобы повернуть контур на 180° вокруг оси, перпендикулярной направлению магнитного поля.
26. В магнитном поле, близком к однородному, с магнитной индукцией В = 0,2 Тл находится квадратный проводящий контур со стороной l = 20 см и током I = 10 А. Плоскость квадрата составляет с направлением поля угол в 30°. Определите работу удаления контура за пределы поля.
27. В однородном магнитном поле с индукцией B = 0,5 Тл равномерно движется проводник длиной l = 10 см, расположенный под углом $\alpha = 30°$ к линиям магнитной индукции. По проводнику течет ток I = 2 А. Скорость движения проводника v = 20 см/с и направлена перпендикулярно к направлению магнитного поля и направлению тока. Найти работу A по перемещению проводника за время t = 10 с.
28. Из проволоки длиной l = 20 см сделаны квадратный и круговой контуры. Контуры помещены в однородное магнитное поле с индукцией B = 0,1 Тл. Плоскость каждого контура составляет угол 60° с линиями магнитной индукции. Какую работу надо совершить, чтобы повернуть эти контуры параллельно линиям магнитной индукции, если по каждому контуру течет ток I = 2 А?
29. Квадратная рамка со сторорой a = 10 см, имеющая N = 200 витков, расположена перпендикулярно магнитным силовым линиям. При повороте на угол 60° была совершена работа A = 0,1 Дж. Найти величину магнитной индукции, если сила тока в рамке I = 10 А.
30. Прямой провод длиной l = 20 см с током I = 5 А, находящийся в однородном магнитном поле с индукцией B = 0,1 Тл, расположен перпендикулярно линиям магнитной индукции. Определите работу сил поля, под действием которых проводник переместился на 2 см.
31. Квадратная рамка со стороной l = 2 см помещена в однородное магнитное

поле с индукцией B = 1 Тл. Плоскость рамки перпендикулярна линиям индукции поля. Сопротивление рамки R = 1 Ом. Какой ток протечет по рамке, если ее выдвигать из поля со скоростью v = 1 см/с? Поле имеет резко очерченные границы, стороны рамки параллельны границам, скорость перпендикулярна линиям поля.

32. Проволочный виток пощади S = 1 см^2, имеющий сопротивление R = 1 мОм, пронизывается однородным магнитным полем, линии которого перпендикулярны плоскости витка. Магнитная индукция изменяется со скоростью $\Delta B/\Delta t$ = 0,1 Тл/с. Какое количество теплоты выделится в витке за t = 10 с?
33. В магнитном поле, индукция которого В = 0,05 Тл, помещена квадратная рамка из медной проволоки. Площадь сечения проволоки $s_{пр}$ = 1 мм^2, площадь рамки S = 25 см^2. Какой заряд протечет по рамке при исчезновении магнитного поля?
34. Круговой контур радиусом r = 2 см помещен в однородное магнитное поле, индукция которого B = 0,2 Тл. Плоскость контура перпендикулярна линиям магнитного поля. Сопротивление контура R = 1 Ом. Какой заряд пройдет по контуру, если его повернуть на угол $\alpha = 90°$?
35. Имеется катушка длиной l = 20 см и диаметром D = 2 см. Обмотка катушки состоит из N = 200 витков медной проволоки, площадь поперечного сечения которой $s_{пр}$ = 1 мм^2. Катушка включена в цепь, и при помощи переключателя выключается из цепи и замыкается накоротко. Через какое время после выключения ток в катушке уменьшится в 2 раза?
36. Рамка из N = 1000 витков, имеющих площадь S = 5 см^2, замкнута на гальванометр с сопротивлением R = 10 кОм и помещена в однородное магнитное поле с индукцией B = 100 мТл, линии поля перпендикулярны плоскости рамки. Какой заряд протечет по рамке, если направление поля поменяется на противоположное?
37. Какой ток идет через гальванометр, присоединенный к железнодорожным рельсам, при приближении к нему поезда со скоростью v = 60 км/ч? Вертикальная составляющая индукции магнитного поля Земли B_0 = 50 мкТл. Сопротивление гальванометра R = 100 Ом. Расстояние между рельсами l = 1,2 м, рельсы считать изолированными друг от друга и от земли.
38. Замкнутая катушка диаметром D = 4 см^2 и с числом витков N = 200 помещена в однородное магнитное поле с индукцией B = 0,5 Тл. Ось катушки параллельна линиям магнитной индукции. Какой заряд протечет по цепи катушки, если ее повернуть на $\alpha = 180°$? Катушка изготовлена из медной проволоки диаметром d = 1 мм.
39. В однородном вертикальном магнитном поле с индукцией B = 0,4 Тл по двум проводящим горизонтальным стержням, расположенным на расстоянии l = 0,5 м друг от друга и замкнутым на сопротивление R = 1,5

Ом, движется без трения проводник сопротивлением r = 0,5 Ом со скоростью v = 1 м/с. Определить силу тока в цепи и силу, которую надо приложить к проводнику для его равномерного движения с заданной скоростью.

40. Определить индуктивность цепи, если при изменении силы тока по закону $I = (1 - 0{,}2t)$ в ней возникает ЭДС самоиндукции, равная 20 мВ.
41. Физический маятник состоит из очень легкого стержня, на котором закреплены два одинаковых груза: один на расстоянии l_1 = 30 см от оси, другой — на расстоянии l_2 = 15 см от оси. Ось проходит через конец стержня перпендикулярно ему. Найти период колебаний такого маятника.
42. Определить частоту гармонических колебаний диска радиусом R = 20 см около горизонтальной оси, проходящей через середину радиуса диска перпендикулярно его плоскости.
43. На концах тонкого невесомого стержня длиной l = 30 см укреплены одинаковые грузы по одному на каждом конце. Стержень с грузами колеблется около горизонтальной оси, проходящей через точку, удаленную на d = 10 см от одного из концов стержня. Определить приведенную длину и период колебаний такого маятника.
44. Математический маятник длиной l = 40 см и физический маятник в виде тонкого прямого стержня длиной L = 60 см синхронно колеблются около одной и той же горизонтальной оси. Определить расстояние от центра тяжести стержня до оси колебаний.
45. Колебательный контур состоит из конденсатора и катушки индуктивности. Определить частоту колебаний, возникающих в контуре, если максимальная сила тока в катушке 1,2 А, максимальная разность потенциалов на обкладках конденсатора 1200 В, энергия контура 1,1 мДж.
46. К нити длиной l = 20 см подвесили металлический шарик радиусом R = 5 см. Определить период колебаний получившегося маятника.
47. Шарик, подвешенный на нити длиной 2 м, отклоняют на угол 4° и наблюдают его колебания. Считая колебания гармоническими, найти его скорость при прохождении положения равновесия.
48. Медный шарик, подвешенный к пружине, совершает вертикальные гармонические колебания. Как измениться период колебаний, если к пружине вместо медного шарика подвесить аллюминиевый такого же радиуса?
49. К пружине подвесили груз и пружина растянулась на 3 см. Найти период колебаний, которые возникнут, если потянуть за груз.
50. Полная энергия колебаний равна $3 \cdot 10^{-5}$ Дж, максимальная возвращающая сила, действующая на тело, равна $1{,}5 \cdot 10^{-3}$ Н. Написать уравнение колебаний, если период равен 2 с и начальная фаза 60°.
51. Гиря массой m = 500 г подвешена к спиральной пружине жесткостью k = 20 Н/м и совершает упругие колебания в некоторой среде. Логарифмический декремент затухания Θ = 0,004. Сколько колебаний должна совершить гиря, чтобы амплитуда колебаний уменьшилась в 2 раза?
52. За один период колебаний разность потенциалов на обкладках конденсатора уменьшилась в 1,04 раза. Емкость конденсатора C = 405 нФ, сопротивление контура R = 2 Ом. Определить индуктивность контура.
53. Амплитуда колебаний математического маятника длиной 1 м за 10 мин уменьшилась в 2 раза. Определить логарифмический декремент затухания.
54. Логарифмический декремент затухания маятника равен 0,2. Во сколько раз уменьшится амплитуда колебаний за пять полных колебаний маятника?
55. На пружине жесткостью k = 30 Н/м подвешен груз, который совершает колебания в некоторой среде. Логарифмический декремент затухания равен 0,02. Во сколько раз изменится энергия колебаний груза за три полных колебания?
56. За одну минуту амплитуда колебаний математического маятника уменьшилась вдвое. Найти логарифмический декремент затухания, если длина маятника 1 м.
57. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью C = 40 мкФ и катушки, имеющей индуктивность L = 0,1 Гн и сопротивление R = 4 Ом. Сколько колебаний должно пройти в контуре, чтобы максимальное значение силы тока уменьшилось в 3 раза?
58. Математический маятник длиной 24,7 см совершает затухающие колебания. Логарифмический декремент затухания 0,01. Через какое время энергия колебаний маятника уменьшится в 9,4 раза?
59. Точка совершает затухающие колебания с частотой $\omega = 2\pi$ с$^{-1}$ и коэффициентом затухания δ = 0,1 с$^{-1}$. В начальный момент времени точку отклонили от положения равновесия на расстояние x_0 = 10 см и отпустили. Найти значение скорости в момент времени t = 2,25 с.
60. Колебательный контур состоит из катушки длиной 0,2 м и диаметром 0,5 мм. Логарифмический декремент затухания равен 0,018. Определить емкость конденсатора в контуре.

Библиографический список рекомендуемой литературы

1. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики: Учеб. пособие для втузов. — М.: Высш. шк., 1989. — 608 с.
2. Савельев Н.И. Курс общей физики: Учеб. пособие для вузов, т. 2. — М.: Наука, 1989.
3. Трофимова Т.И. Курс физики: Учеб. пособие для втузов. — М.: Высш. шк., 1999. — 524 с.
4. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Справочник по физике для втузов: Изд. 2-е перераб. — М.: Наука, главная редакция физ.-мат. литературы, 1985.— 512 с.
5. Енохович А.Е. Справочник по физике и технике: Учеб. пособие для учащихся. — М.: Просвещение, 1989. — 224 с.
6. Сена Л.А. Единицы физических величин и их размерности: Учебно-справочное руководство. — М.: Наука, 1988. — 432 с.
7. Джанколи Д. Физика, т. 2: Пер. с англ. / Под ред. Ю.Г. Рудого. — М.: Мир, 1989.
8. Орир Дж. Физика, т. 2: Пер. с англ. / Под ред. Е.М. Лейкина. — М.: Мир, 1981.

Приложение

Таблицы физических величин

Фундаментальные физические константы	
Электрическая постоянная	$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м
Магнитная постоянная	$\mu_0 = 12{,}57 \cdot 10^{-7}$ Гн/м
Элементарный заряд	$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл
Масса электрона	$m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг
Масса протона	$m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ кг
Характеристики материалов	
Плотность меди	8900 кг/м^3
Плотность алюминия	2600 кг/м^3
Плотность железа (стали)	7800 кг/м^3
Диэлектрическая проницаемость керосина	2
Диэлектрическая проницаемость стекла	6
Удельное электрическое сопротивление меди	17 нОм · м
Удельное электрическое сопротивление алюминия	26 нОм · м

Оглавление

Электростатика. Постоянный ток.

Электромагнетизм. Колебания

Методические указания и контрольные работы **№ 3** и **№ 4**
по физике для студентов заочного факультета

Составители: к.т.н. доц. Максим Петрович Сумец,
асс. Павел Викторович Рясной
Под ред. д.физ.-мат. наук, проф. Головинского П.А.

Редактор Суханова Т.В.

Подписано в печать . Формат 60×84 1/16. Уч.-изд.л. 3,2 .
Усл.-печ. л. 3,3. Бумага писчая. Тираж 500 экз.
Заказ № 127.

Отпечатано: отдел оперативной полиграфии Воронежского государственного архитектурно-строительного университета
394006, Воронеж, ул. 20-летия Октября, 84