


**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

Филиал федерального государственного бюджетного образовательного  
учреждения высшего образования  
«Воронежский государственный технический университет» в  
городе Борисоглебске



УТВЕРЖДАЮ

Директор филиала

 /В.В. Григораш/

31 августа 2021 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА  
дисциплины**

**«Математика»**

Направление подготовки 09.03.02 Информационные системы и технологии

Профиль Информационные технологии в дизайне

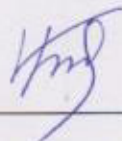
Квалификация выпускника бакалавр

Нормативный период обучения 4 г 11 м

Форма обучения заочная

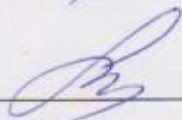
Год начала подготовки 2019

Автор программы



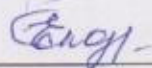
Б.Р. Кодиров

Заведующий кафедрой  
естественнонаучных дисциплин



Л.И. Матвеева

Руководитель ОПОП



Е.А. Позднова

## **1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **1.1. Цели дисциплины**

- развитие логического и алгоритмического мышления, выработка умения самостоятельно расширять и углублять математические знания;
- освоение необходимого математического аппарата, помогающего анализировать, моделировать и решать прикладные задачи, при необходимости с применением современной вычислительной техники;
- формирование у студента начального уровня математической культуры, достаточного для продолжения образования, научной работы или практической деятельности, методологических основ для формирования целостного научного мировоззрения, отвечающего современному уровню развития человеческой цивилизации

### **1.2. Задачи освоения дисциплины**

- Выработка ясного понимания необходимости математического образования в подготовке бакалавра и представления о роли и месте математики в современной системе знаний и мировой культуре;
- Ознакомление с системой понятий, используемых для описания важнейших математических моделей и математических методов, и их взаимосвязью;
- Формирование конкретных практических приемов и навыков постановки и решения математических задач, ориентированных на практическое применение при изучении дисциплин профессионального цикла;
- Овладение основными математическими методами, необходимыми для анализа процессов и явлений при поиске оптимальных решений, обработки и анализа результатов экспериментов;
- Изучение основных математических методов применительно к решению научно-технических задач
- Изучение современных математических методов исследования, основанных на применении компьютерной техники.

## **2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП**

Дисциплина «Математика» относится к дисциплинам обязательной части блока Б.1 учебного плана.

## **3. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

Процесс изучения дисциплины «Математика» направлен на формирование следующих компетенций:

УК-1 - Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

ОПК-1 - Способен применять естественнонаучные и инженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности;

<b>Компетенция</b>	<b>Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции</b>
УК-1	знать принципы сбора, отбора и обобщения информации
	уметь соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности
	владеть практическим опытом работы с информационными источниками, опытом научного поиска, создания научных текстов
ОПК-1	знать основы высшей математики
	уметь решать стандартные профессиональные задачи с применением методов высшей математики
	владеть навыками теоретического исследования объектов профессиональной деятельности

#### **4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ**

Общая трудоемкость дисциплины «Математика» составляет 10 зачетных единиц.

Распределение трудоемкости дисциплины по видам занятий

##### **Заочная форма обучения**

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры				
		у	1	2	3	
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>	58	8	14	16	20	
В том числе:						
Лекции	26	4	6	8	8	
Практические занятия (ПЗ)	32	4	8	8	12	
Лабораторные работы (ЛР)	-	-	-	-	-	
<b>Самостоятельная работа</b>	280	-	74	91	115	
Курсовой проект (работа)	-	-	-	-	-	
Контрольная работа	-	-	-	-	-	
Вид промежуточной аттестации (зачет с оценкой, экзамен, экзамен)	22	-	4	9	9	
Общая трудоемкость	час	360	8	92	116	144
	зач. ед.	10	6		4	

#### **5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

**5.1 Содержание разделов дисциплины и распределение трудоемкости по видам занятий**

**заочная форма обучения**

№ п/п	Наименование темы	Содержание раздела	Лек ц	Пра к зан.	СРС	Всего , час
1	Элементы линейной и векторной алгебры	Определители, их свойства. Вычисление определителей. Алгебра матриц. Обратная матрица. Ранг матрицы. Системы линейных уравнений. Общая теория. Методы решения. Векторы, линейные операции над векторами. Скалярное, векторное и смешанное произведения.	2	4	30	36
2	Аналитическая геометрия	Прямоугольная и полярная системы координат на плоскости. Прямая на плоскости. Плоскость и прямая в пространстве. Кривые второго порядка. Поверхности второго порядка.	2	4	30	36
3	Последовательности, функции и их пределы..	Множества. Элементы логики высказываний и математической логики. Понятие функции. Характеристики поведения функции. Графики функций. Предел функции. Теоремы о пределах. Замечательные пределы. Сравнение бесконечно малых.	2	4	30	36
4	Непрерывность и точки разрыва. Производная и ее приложения	Непрерывность и точки разрыва. Производная, её геометрический и физический смысл, правила вычислений. Таблица производных. Дифференцирование сложных, неявных и функций, заданных параметрически. Дифференциал. Производные и дифференциалы высших порядков. Основные теоремы дифференциального исчисления. Правило Лопиталя. Экстремумы. Выпуклость, вогнутость, точки перегиба. Асимптоты кривых. Построение графиков.	2	4	30	36
5	Комплексные числа. Неопределенный и определенный интеграл	Комплексные числа. Действия с ними. Неопределенный интеграл. Свойства, таблица интегралов. Методы интегрирования. Определенный интеграл. Методы вычисления. Несобственные интегралы. Геометрические и механические приложения определенного интеграла	4	4	30	38

6	Функции нескольких переменных	Определение функции нескольких переменных. Частные производные и дифференциал. Производная по направлению, градиент. Экстремум функции двух переменных.	4	4	30	38
7	Дифференциальные уравнения	Основные понятия. Дифференциальные уравнения первого порядка. Дифференциальные уравнения высших порядков. Линейные дифференциальные уравнения. Общая теория. Уравнения с постоянными коэффициентами и специальным видом правой части. Колебания. Резонанс.	4	4	30	38
8	Ряды	Числовые ряды и признаки их сходимости. Функциональные ряды. Степенные ряды и их приложения. Ряды Фурье.	4	2	30	36
9	Кратные и криволинейные интегралы	Двойные интегралы. Тройные интегралы. Криволинейные интегралы.	2	2	40	44
<b>Итого</b>			<b>26</b>	<b>32</b>	<b>280</b>	<b>338</b>

## 5.2 Перечень лабораторных работ

Не предусмотрено учебным планом

## 6. ПРИМЕРНАЯ ТЕМАТИКА КУРСОВЫХ ПРОЕКТОВ (РАБОТ) И КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Учебным планом по дисциплине «Математика» не предусмотрено выполнение курсовых проектов (работ) и контрольной работы (контрольных работ) в период установочной сессии, 1, 2, 3 семестре.

## 7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

**7.1. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания**

### 7.1.1 Этап текущего контроля

Результаты текущего контроля знаний и межсессионной аттестации оцениваются по следующей системе:

«аттестован»;

«не аттестован».

Компетенция	Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции	Критерии оценивания	Аттестован	Не аттестован
УК-1	Имеет практический опыт работы с информационными источниками	Решение стандартных и прикладных задач в конкретной предметной области, выполнение ИДЗ, защита.	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах
ОПК-1	Знает основы высшей математики	тест	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах
	Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением методов высшей математики	Решение стандартных задач, контрольная работа	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах
	Владеет навыками теоретического исследования объектов профессиональной деятельности	Решение стандартных и прикладных задач в конкретной предметной области, выполнение ИДЗ, защита.	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах

### 7.1.2 Этап промежуточного контроля знаний

Результаты промежуточного контроля знаний оцениваются в у, 1, 2, 3 семестре для заочной формы обучения по системе:

- «отлично»;
- «хорошо»;
- «удовлетворительно»;
- «неудовлетворительно».

Компетенция	Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции	Критерии оценивания	Отлично	Хорошо	Удовл.	Неудовл.
УК-1	Имеет практический опыт работы с информационными источниками	Решение стандартных и прикладных задач в конкретной предметной области, ИДЗ, защита	Задачи решены в полном объеме и получены верные ответы	Продемонстрирован верный ход решения всех, но не получен верный ответ во всех задачах	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены
ОПК-1	Знает основы высшей математики	тест	Выполнение теста на 90- 100%	Выполнение теста на 80- 90%	Выполнение теста на 70- 80%	В тесте менее 70% правильных ответов

	Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением методов высшей математики	Решение стандартных практических задач, контрольная работа	Задачи решены в полном объеме и получены верные ответы	Продемонстрирован верный ход решения всех, но не получен верный ответ во всех задачах	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены
	Владеет навыками теоретического исследования объектов профессиональной деятельности	Решение стандартных и прикладных задач в конкретной предметной области, ИДЗ, защита	Задачи решены в полном объеме и получены верные ответы	Продемонстрирован верный ход решения всех, но не получен верный ответ во всех задачах	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены

## 7.2 Примерный перечень оценочных средств (типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности)

### 7.2.1 Примерный перечень заданий для подготовки к тестированию

#### ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА

#### I. Линейные операции над векторами

1.1 Из векторов  $a(1,2,3)$ ,  $b(1,3,1)$ ,  $c(2,6,2)$  коллинеарными являются

1.  $a$  и  $b$     2.  $b$  и  $c$     3.  $a$  и  $c$     4.  $a$  и  $b$ ,  $b$  и  $c$

1.2 Даны вектора  $a=i+j-k$ ,  $b=i-j+2k$ . Найти вектор  $a-b-c$ .

1.  $(-1,3,5)$     2.  $(-1,3,-5)$     3.  $(1,3,-5)$     4.  $(-1,-3,5)$

1.3 Известны  $|\bar{a}| = 4$ ,  $|\bar{c}| = 3$ ,  $a \perp c$ . Найти  $|\bar{a} - \bar{c}|$

1. 5    2. 4    3. 3    4. 2

1.4 Известны  $|\bar{a}| = 12$ ,  $|\bar{c}| = 16$ ,  $a \perp c$ . Найти  $|\bar{a} - \bar{c}|$

1. 21    2. 20    3. -20    4. 12

1.5 Найти управляющие косинусы векторы  $a(4,0,-3)$

1.  $(-0.8, 0, 0.6)$     2.  $(0.6, 0, 0.8)$     3.  $(0.8, 0, -0.6)$     4.  $(0.8, 0, 0.6)$

#### II. Скалярное произведение векторов

2.1 Из векторов  $a(3,2,2)$ ,  $b(1,0,1)$ ,  $c(2,6,-2)$  ортогональными являются

1.  $a$  и  $b$     2.  $a$  и  $c$     3.  $a$  и  $b$ ,  $a$  и  $c$     4.  $c$  и  $b$

2.2 Вычислить проекцию вектора  $a$  на вектор  $a+b$ , где  $a(3,0,4)$ ,  $b(-3,1,-4)$

1. 0.2    2. -0.2    3. 0.1    4. 0.5

2.3 Определить угол между векторами  $a(4,0,-3)$  и  $b(1,-3,-4/3)$

1.  $90^\circ$     2.  $0^\circ$     3.  $90^\circ$  или  $270^\circ$     4.  $180^\circ$

2.4 Даны вектора  $a=i+j+k$ ,  $b=-4i+3k$ . Найти вектор  $(a+b)^2-c^2$ .

1. -1    2. 1    3. 0    4. -21

#### III. Векторное, смешанное произведения векторов

3.1 Даны вектора  $a=i+k$ ,  $b=i-j$ . Найти  $|a \times b|^2 - a^2$ , где  $a \times b$ -векторное произведение  $a$  на  $b$ .

1. 1    2. 0    3. 2    4. -1

3.2 Вычислить объем тетраэдра, построенного на векторах  $a(3,0,2)$ ,  $b(3,0,0)$ ,  $c(1,-1,2)$ .

1. 2          2. 1          3. 3          4. 6

3.3 Вычислить объем наклонной призмы, построенной на векторах  $a(2,0,1)$ ,  $b(7,1,0)$ ,  $c(1,1,0)$ .

1. 1          2. 3          3. 6          4. 3

3.4 Сила  $F(1,0,1)$  приложена к точке  $A(2,1,2)$ . Определить момент этой силы относительно начала координат.

1.  $(1,0,-1)$    2.  $(1,0,1)$    3.  $(1,1,0)$    4.  $(1,-1,0)$

3.5 Определить площадь треугольника ABC с вершинами в точках  $A(-1,0,-1)$ ,  $B(0,1,0)$  и  $C(-1,1,-1)$  с помощью векторного произведения.

1.  $\sqrt{2}/2$    2.  $\sqrt{2}$    3. 1   4. 2

3.6 Определить  $abc$ , если  $a(1,0,1)$ ,  $b(1,-1,0)$ ,  $c(1,1,0)$ .

1. 1          2. -2          3. 2          4. -1

### Аналитическая геометрия

1. Определите неизвестный коэффициент в уравнении плоскости

$3x + By + Cz - 3 = 0$ , параллельной плоскости  $6x - 2y + 4z = 0$ .

1)  $B = -1$ ;  $C = 2.5$ ;          2)  $B = 1$ ;  $C = 2.5$           3)  $B = 2$ ;  $C = -1.5$ ;

2. Найдите неизвестный коэффициент в уравнении плоскости

$3x + By - 2z - 5 = 0$ , перпендикулярной плоскости  $x - 2y + 4z = 0$

1)  $B = 2$ ;          2)  $B = -5/2$ ;          3)  $B = 5/2$

3. Укажите канонические уравнения прямой, проходящей через точку  $A(3;2;-1)$  параллельно вектору  $s = \{3;2;-1\}$

1)  $\frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-4}{-1}$    2)  $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{4}$    3)  $\frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{2}$

4. Уравнения прямой, проходящей через точки  $A(2;-3;5)$  и  $B(0;-2;1)$  имеют вид:

$\frac{x-2}{-1} = \frac{y-3}{-8} = \frac{z-4}{2}$ ;  $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{8} = \frac{z-4}{-2}$ ;  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+5}{4} = \frac{z-6}{-1}$ . Все ответы верны?

1) да          2) нет.

5. Найдите точку  $M_0$  пересечения прямой  $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{-1}$  с плоскостью

$x - y + 2z - 3 = 0$

1)  $M_0(-1;0;-1)$ ;   2)  $M_0(-5;-6;1)$ ;   3)  $M_0(1;2;3)$ .

6. Укажите каноническое уравнение прямой, проходящей через точку

$M(2;0;-3)$  параллельной прямой  $\frac{x-1}{5} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+1}{-1}$

1)  $\frac{x-5}{2} = \frac{y-2}{0} = \frac{z+1}{-3}$ ;   2)  $\frac{x-2}{5} = \frac{y}{2} = \frac{z+2}{-1}$ ;   3)  $\frac{x-2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z+3}{5}$ .

7. При каких значениях  $m$  прямая  $\frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{m} = \frac{z+2}{-2}$  параллельна плоскости

$x - 3y + 6z + 7 = 0$

1)  $m = 1$ ;          2)  $m = -3$ ;          3)  $m = 2$ .

### Производная

1. Производная функции  $f(x) = \frac{x}{\operatorname{tg} x}$  равна



$$1) \frac{tgx - xctgx}{tgx} \quad 2) \frac{\sin 2x - 2x}{2\sin x} \quad 3) \cos^2 x \quad 4) \frac{tgx + xctgx}{tg^2 x}$$

2. Производная функции  $f(x) = \sin 2x * \ln x$  равна

$$1) \cos 2x \frac{1}{x} \quad 2) -\cos 2x * \ln x + \frac{\sin 2x}{x} \quad 3) \frac{\sin 2x}{x} + \frac{\cos 2x}{2} \quad 4) 2 \cos 2x * \ln x + \frac{\sin 2x}{x}$$

3. Производная функции  $\frac{x=2 \cos t}{y=1-\sin t}$  равна

$$1) \frac{1}{2} tgt; \quad 2) \frac{1}{2} ctgt; \quad 3) -\frac{1}{2} ctgt; \quad 4) -2ctgt.$$

4. Производная функции  $f(x) = x^2 \sqrt{x-3}$  в точке  $x = \frac{\pi}{6}$

$$1) e^{\frac{1}{4}}; \quad 2) \frac{\sqrt{3}}{2} e^{\frac{1}{4}}; \quad 3) \frac{1}{2} e^{\frac{1}{4}}; \quad 4) -\frac{\sqrt{3}}{2} e^{\frac{1}{4}}.$$

5. Производная функции  $f(x) = e^{\sin^2 x}$  в точке  $x = 4$  равна

$$1) 0; \quad 2) 16; \quad 3) 8; \quad 4) 4.$$

6. Дана  $f(x) = \frac{e^{2x}}{5}$  тогда  $f'(\ln 3)$

$$1) 1,8; \quad 2) 2,4; \quad 3) 2,8; \quad 4) 3,6.$$

7. При каком значении  $a$  прямая  $y = 3 + x$  является касательной к графику функции  $f(x) = e^{x-a}$

$$1) -\frac{1}{2}; \quad 2) 2; \quad 3) -2; \quad 4) 0,5.$$

8. Промежутки убывания функции  $f(x) = \frac{e^{-x}}{x+1}$  равны

$$1) (-\infty; -2] \cup [-1; \infty); \quad 2) [-2; -1) \cup (-1; \infty); \quad 3) [-2; \infty); \quad 4) [-2; -1].$$

9. Промежутки убывания функции  $f(x) = \frac{x^2}{\ln x}$  равны

$$1) (0; \sqrt{e}); \quad 2) (0; 1) \cup [\sqrt{e}; \infty); \quad 3) [\sqrt{e}; \infty); \quad 4) (0; 1) \cup (1; \sqrt{e}].$$

10. Функция  $f(x) = \frac{3}{2}x^4 + 3x^3$  имеет экстремум в точках

$$1) x_{min} = 0; x_{max} = -\frac{3}{2}; \quad 2) x_{min} = -\frac{3}{2}; x_{max} = 0;$$

$$3) x_{min} = -\frac{3}{2}; \quad 4) x_{max} = \frac{3}{2}.$$

11. Экстремальное значение функции  $f(x) = \frac{8+2x}{\sqrt{x}}$

$$1) 3\sqrt{2}; \quad 2) 2; \quad 3) 4; \quad 4) 8.$$

12. Прямая  $y = -x + 3$  касается графика функции  $y = g(x)$  в точке  $x_0 = -2$  тогда  $g(-2)$  равно

$$1) 1; \quad 2) 3; \quad 3) 5; \quad 4) -3.$$

13. Точка движется по координатной прямой по закону  $s(t) = -t^2 + 9t + 8$ , тогда  $v_{\text{МГН}}(4)$  равно

- 1) 9;      2) 25;      3) 1;      4) -25.

Дифференциальные уравнения  
Общим решением дифференциального уравнения

- |                                 |  |
|---------------------------------|--|
| 1. $y' + 5y' + 6y = 0$ является | 1) $c_1 \cos(-3x) + c_2 \sin(-2x)$<br>2) $c_1 e^{-3x} + c_2 e^{-2x}$<br>3) $c_1 e^{3x} + c_2 e^{2x}$<br>4) $c_1 e^{-3x} + c_2 \sin(-2x)$ |
| 2. $y' + y' = 0$ является       | 1) $e^{-x}$<br>2) $c_1 + c_2 e^{-x}$<br>3) $c_1 e^x + c_2 e^{-x}$<br>4) $c_1 \sin x + c_2 \cos x$  |

Частным решением дифференциального уравнения является функция

- |  |  |
|--|--|
| 1. $y'' = -4x + 1$ $y = -\frac{2}{3}x^3 + \frac{x^2}{4}$ | 2. $y'' = 6x$ $y = \frac{x^5}{4}$        |
| $y'' = 12x^2$ $y = x^4$                                  | $y'' = -x^2 + 2$ $y = 8x^4$              |
| $y'' = -10$ $y = -5x^2$                                  | $y'' = 5x^3$ $y = -\frac{x^4}{12} + x^2$ |
| $y'' = 3x - 2$ $y = x^4$                                 | $y'' = 16$ $y = x^3$                     |

Частным решением дифференциального уравнения является функция

- |   |  |
|---|--|
| 1) $y'' - 2y' + 2y = x - x^2$<br>$y'' - 2y' = 6x^2 + 1$<br>$y'' + 4y = 8x + 12$ | 1) $y = -x^3 - \frac{3}{2x^2} - 2x$<br>2) $y = 2x + 3$<br>3) $y = -1/2(x^2 + x)$ |
| 2) $y'' - 4y' = 6x^2 + 1$<br>$y'' - 4y' = 4xe^{2x}$<br>$y'' + 4y = 16x^2 - 4$   | 1) $y = 4x^2 - 3$<br>2) $y = x^2 e^{2x}$<br>3) $y = -(x + 1)e^{2x}$              |

Ряды

1. Необходимый признак сходимости числового ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  записывается в виде

$$\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0 \qquad \lim_{n \rightarrow \infty} u_n \neq 0 \qquad \lim_{n \rightarrow \infty} u_n < 0 \qquad \lim_{n \rightarrow \infty} u_n > 0$$

2. Найти сумму числового ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$

- 1) 1      2) 3/2      3)  $\infty$       4) 2      5) 2/3

3. При каких значениях  $a$ , при которых ряд сходится  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n}{n!}$

- 1)  $a > 0$     2)  $a > 1$     3)  $0 < a < 1$     4)  $a > 1/2$     5)  $a > 3/2$

4. Найдите все значения  $\alpha$ , при которых ряд 1) абсолютно сходится; б) условно

1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^\alpha}$  (Ответ: а)  $\alpha > 1$ ; б)  $0 < \alpha \leq 1$ ;) )

2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n-\alpha}$  (Ответ: а) Нет; б)  $\alpha \neq k; k \in \mathbb{N}$ ;) )

3)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n}{n^\alpha}$  (Ответ: а)  $\alpha > 1$ ; б)  $0 < \alpha \leq 1$ ;) )

4)  $1 + \frac{1}{3^\alpha} - \frac{1}{2^\alpha} + \frac{1}{5^\alpha} + \frac{1}{7^\alpha} - \frac{1}{4^\alpha} + \dots$  (Ответ: а)  $\alpha > 1$ ; б)  $\alpha = 1$ ;) )

5. Сколько первых членов ряда достаточно, чтобы их сумма отличалась от суммы ряда на величину, меньшую, чем  $10^{-6}$ :

1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^2}$  (Ответ:  $n = 10^3$ ) )

2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n}$  (Ответ:  $n = 10^6$ ) )

6. Найти взаимное соответствие между функциями 1)  $e^x$ ; 2)  $\cos x$ ; 3)  $\sin x$ ; 4)  $\ln(1+x)$  и их разложением в степенной ряд:

1)  $x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n} + \dots$

2)  $1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \dots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + \dots$

3)  $x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots + (-1)^{n-1} \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + \dots$

### 7.2.2 Примерный перечень заданий для решения стандартных задач

1. Даны векторы  $\vec{a} = 2\vec{n} + \vec{p}$  и  $\vec{b} = -3\vec{n} + 2\vec{p}$ , где  $|\vec{n}| = 2$ ;  $|\vec{p}| = 1$ , угол между векторами  $\vec{n}$  и  $\vec{p}$  равен  $120^\circ$ . Найти  $|2\vec{a} \times \vec{b}|$ .

2. На материальную точку действуют силы  $\vec{f}_1 = 5\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$ ,  $\vec{f}_2 = 3\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ ,  $\vec{f}_3 = \vec{i} + \vec{j} + 5\vec{k}$ . Найти работу равнодействующей этих сил  $\vec{R}$  при перемещении точки  $M_1(8,9,11)$  в положение  $M_2(3,2,1)$ .

3. Найти площадь  $V$  вершины которого лежат на осях координат и отстоят от начала координат на 2,3,5 единиц.

4. Даны векторы  $\vec{a} = l\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ ,  $\vec{b} = \vec{i} - \vec{j}$ ,  $\vec{c} = \vec{k}$ . Найти значение  $l$ , при котором  $\vec{a}\vec{b}\vec{c} = \vec{a}\vec{c}$

5. Дано  $\vec{a} = \{3; 1; -1\}$  и  $\vec{b} = \{-2; 3; 4\}$ . Найти косинус угла, образованного вектором  $(\vec{a} + \vec{b})$  с осью  $Ox$ .

6. Сила  $\vec{P} = \{2; -4; 5\}$  приложена к точке  $M(4; -2; 3)$ . Определить момент этой силы относительно точки  $A(3; 2; -1)$ .

7. На векторах  $\vec{a} = \{3; -2; 0\}$ ;  $\vec{b} = \{1; 2; 5\}$  и  $\vec{c}$  построен параллелепипед, объем которого равен 20. Найти отличную от нуля координат вектора  $\vec{c}$ , если  $\vec{c} \perp$  плоскости  $uOz$  и тройка  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  – левая.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую  $\begin{cases} 2x - 2y - 5z = 0 \\ 5x - 2y + z = 0 \end{cases}$ , и перпендикулярной плоскости  $x - y - 3z + 2 = 0$ .

9. При каком значении  $l$  прямая  $\begin{cases} x = lt - 1 \\ y = 3t + 1 \\ z = -3t - 4 \end{cases}$ , перпендикулярно прямой  $\begin{cases} 3x - 2y - 5z = 0 \\ 5x - 2y + 3 = 0 \end{cases}$ .

10. Составить уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых  $3x + y - 5 = 0$  и  $x - 2y + 10 = 0$  и отстоящей от точки  $C(-1, -2)$  на расстоянии  $d = 5$ .

11. На гиперболе  $\frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{16} = 1$  найти точку, которая была бы в три раза ближе от одной асимптоты, чем от другой.

### Пределы

1.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 2x^3}{5x^3 + 7x}$  2.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^4 - x}{x^2 + x - 2}$  3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x+10} - \sqrt{4-x}}{2x^2 - x - 21}$

### Непрерывность. Производная.

1. Исследовать на непрерывность и найти точки разрыва функции (указать их характер) и построить эскиз графика функции

1.1.  $\begin{cases} x - 1, & \text{если } x < 1, \\ x^2, & \text{если } 1 \leq x < 2, \\ 3 + \log_2 x, & \text{если } x \geq 2. \end{cases}$

1.2.  $f(x) = 5^{\frac{2}{(x+1)^2(x^2+5x-6)}}$

### Производная

Найти производные функций

1.  $y = \ln(\arcsin \sqrt{1 - e^{2x}})$

2.  $y = (3x - 1) \ln(\sqrt{1 + 4x^2} + 2x)$

3.  $y = \arctg \frac{2x}{1-x^2}$

3.  $y = 2^{\arccos^2 \sqrt{x}}$

Примерный метод логарифмического дифференцирования, найти производные функций.

5. а)  $y = \frac{e^{x^2} \cdot \operatorname{tg}^3 x}{\arccos x}$ ;

б)  $y = (\sin x)^{e^{4x}}$

6. Найдите производные 1-го и 2-го порядка от функций, заданных параметрически.

$$\begin{cases} x = e^{-2t} \sin 2t \\ y = e^{2t} \cos 2t \end{cases}$$

7. Найдите производную указанного порядка.

$$y = (3 - x^2)\ln^2 x, y''' = ?$$

8. Найти производную n-го порядка  $y = \frac{1}{2x-3}$ .

9. Составить уравнения касательных к графику  $y = \frac{2x+1}{x+1}$ , перпендикулярных прямой  $y + x + 7 = 0$ .

1. Построить график функции с помощью производной первого порядка.  
 $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 9$ .

2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.

$$y = x^2 + \frac{16}{x} - 16, [1, 4].$$

3. Найти асимптоты и построить графики функции.

$$y = (17 - x^2) | (4x - 5).$$

4. Провести полное исследование функции и построить график.

$$y = (4 - x^3) | x^2.$$

5. Провести полное исследование функции и построить график.

$$y = (2x + 3)e^{-2(x+1)}.$$

### Интегралы

1.  $\int (3^x - \frac{5}{\cos^2 x} + \frac{8}{x^3} - 10\sqrt[5]{x^3} - 4) dx;$

2. а)  $\int \frac{dx}{x+4\sqrt[10]{x^7}};$  б)  $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+36}};$

3. а)  $\int \arctg x dx;$  б)  $\int (x^2 - 3x + 5)\cos 3x dx;$

4. а)  $\int \frac{(6x-1)}{x^2-6x+13} dx;$  б)  $\int \frac{(5x+1)dx}{x^3+2x^2+x-8};$

5. а)  $\int \frac{(2x-3)dx}{(x+1)^2(x^2-2x+2)};$  б)  $\int \frac{(x^2-x+3)dx}{x^3+2x^2+x+2};$

6. а)  $\int \sin^3 x \cos^6 x dx$  б)  $\int \cos 2x \cos 8x dx;$

7. а)  $\int \frac{dx}{1-3\sin x - \cos x}$

8. а)  $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+36}}$  б)  $\int \frac{(4x-5)dx}{\sqrt{-x^2+6x-5}}$

Вычислить интегралы.

9. а)  $\int_2^4 \left( \frac{3}{x} - \frac{6}{x^2} - \sin \frac{\pi x}{8} \right) dx$

10. а)  $\int_{\sqrt[3]{2}}^6 \frac{dx}{x\sqrt{x^2-9}}$

б)  $\int_0^2 x^2(3x-8)^6 dx$

в)  $\int_2^{\pi} \frac{dx}{2+\sin x + \cos x}$

## Приложения определенных интегралов

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = \sqrt{e^x - 1}, y = 0, x = \ln 2$ .
2. Вычислить длину дуги кривой  $y = 2 - e^x, \ln \sqrt{3} \leq x \leq \ln \sqrt{8}$
3. Вычислить длину дуги кривой  $\begin{cases} x = (t^2 - 2) \sin t + 2t \cos t, \\ y = (2 - t^2) \cos t + 2t \sin t, \end{cases} 0 \leq t \leq 3\pi$ .
4. Вычислить длину дуги кривой  $\rho = 4e^{4\varphi|3}, 0 \leq \varphi \leq \pi|3$
5. Вычислить объем тела, полученного вращением вокруг оси Оу фигуры, ограниченной линиями  $y = x^3, y = x$ .

## Функции нескольких переменных

1. Найдите частные производные функции  $z = \arctg(x^2 + y^2)$ .
2. Составьте уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности, заданной уравнением  $f(x; y; z) = 0$  в указанной точке  $M(x_0; y_0; z_0)$ .  
 $4x^2y^2z^3 - xy^2z - 2yz^2 - z^3 - 15 = 0, M(2; -1; 1)$
3. Найдите точки экстремума функции  $u(x; y)$   
 $u(x; y) = x^2 - 2x - y^3 + y^2 + y - 5;$
4. Найдите условный экстремум функции  $u(x; y)$  при заданном уравнении связи.  
 $U(x; y) = 3x^2 + 2xy + y^2 - 2x + y + 3$  при  $x - 2y + 3 = 0$
5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $u(x; y)$  в области (D), заданной указанными неравенствами.  
 $u(x; y) = -x^2 + xy + 2y^2 + 4x + y - 2, (D) : x \leq 2, y \leq 2, x + y \geq 1$

Решите дифференциальные уравнения.

1)  $y' = (1 + y^2)x^2$       2)  $y' - \frac{y}{2x} = x$       3)  $y' + xy = (x - 1)e^x y^2$

Найдите общее решение дифференциального уравнения, понизив его порядок.

4)  $(1 - x^2)y' - xy' = 2;$

Найдите общее решение дифференциального уравнения

5)  $y' - 2y' - 8y = 80 \cos 2x$     6)  $y' - 6y' + 13y = 25xe^{2x}$

Исследовать сходимость рядов:

1.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n!}$     2.  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^3 n}$     3.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{\sqrt[3]{n}} x^n$     4.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{3^n n}$

5. Вычислить  $\ln 1,04$  с точностью до  $10^{-4}$ .

6. Изменить порядок интегрирования в повторном интеграле и сделать чертеж области интегрирования  $\int_0^1 dx \int_{8x^3}^{4x+4} f(x, y) dy$

7. Вычислить двойной интеграл по области D

$$\iint_D (x^3 - 2y) dx dy, \quad D: y = x^2 - 1, y = 0$$

8. Вычислить интеграл, перейдя от прямоугольных декартовых координат к

полярным:  $\int_0^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} \frac{\operatorname{tg} \sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{x^2+y^2}} dy$

9. Вычислить объем тела, ограниченного заданными поверхностями.

$$z = y^2, x^2 + y^2 = 9, z = 0$$

### 7.2.3 Примерный перечень заданий для решения прикладных задач

1. Записать разложение силового вектора  $\vec{F}$  по базису  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ , зная, что сила  $\vec{F}$  приложена к точке  $M(x, y, z)$  и направлена к началу координат, а величина силы  $\vec{F}$  прямо пропорциональна расстоянию от точки  $M$  до начала координат. Коэффициент пропорциональности равен  $k$ .

2. Вектор  $\vec{F}$  приложенный в произвольной точке пространства  $M$  имеет направление радиус-вектора  $\vec{r} = \vec{OM}$  и длину  $|\vec{E}| = \frac{q}{r^2}, r = |\vec{r}|, q > 0 - \text{const}$ . Как записать вектор  $\vec{E}$ ? С каким физическим законом связан вектор  $\vec{E}$ ?

3. К точке  $O$  приложены силы  $\vec{F}_i, i = 1, 2, 3, 4$ , одинаковой величины  $|\vec{F}_i| = F$ . Зная, что  $(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = (\vec{F}_2, \vec{F}_3) = (\vec{F}_3, \vec{F}_4) = 72^\circ$ , найти значение и направление равнодействующей.

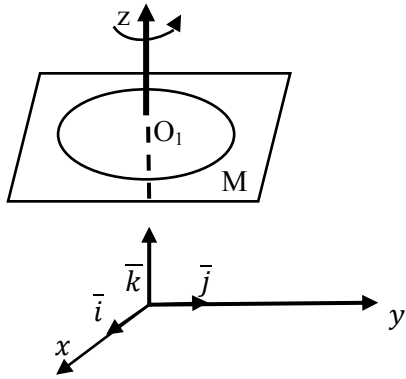
4. Найти центр тяжести системы, состоящей из двух материальных точек  $A_1$  и  $A_2$ , в которых сосредоточены массы  $m_1$  и  $m_2$ . Радиус-векторы точек  $A_1$  и  $A_2$  соответственно равны  $\vec{r}_1$  и  $\vec{r}_2$ .

5. Найти величину равнодействующей двух сил, приложенных к одной точке, зная величину составляющих сил и угол между ними.

Решить задачу для случая трех составляющих сил, предполагая известными величины этих сил и три угла между направлениями сил, взятых попарно.

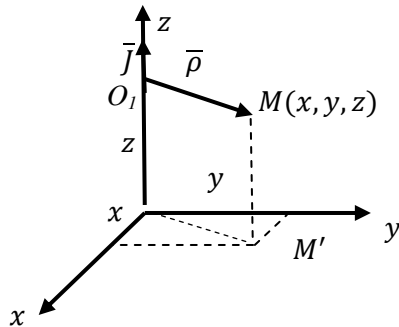
6. Пусть жидкость течет так, что все частицы движутся прямолинейно с одинаковой скоростью  $\vec{v}$ . Показать, что объем жидкости, протекающей через плоскую площадку  $\sigma$  в единицу времени, равен  $\sigma \vec{v} * \vec{n}^0$ , где  $\vec{n}^0$  – единичный вектор, перпендикулярный к площадке  $\sigma$  и направленный в сторону течения жидкости.

8. Пусть вращательное движение жидкости вокруг оси  $Oz$  задано вектором угловой скорости  $\vec{\omega} = \omega \vec{k}$ . Радиус-вектор частицы жидкости, находящейся в точке  $M(x, y, z)$  относительно центра ее вращения, обозначим через  $\vec{\rho}$ . Вектор  $\vec{v}(M) = [\vec{\omega} \times \vec{\rho}]$  является вектором линейной скорости вращающейся частицы жидкости.



- 1) Показать на чертеже векторы  $\vec{\omega}, \vec{\rho}, \vec{v}$
- 2) Найти разложение вектора  $\vec{v}$  по базису  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  и значение  $|\vec{v}|$ .

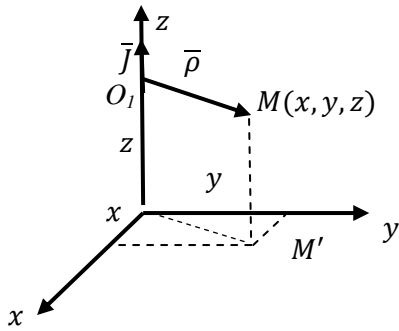
9. Постоянный электрический ток  $J$  течет в направлении оси  $Oz$ . Вектор напряженности магнитного поля, создаваемого этим током в произвольной точке  $M(x, y, z)$ ,  $\vec{H} = \frac{2}{|\vec{\rho}|^2} \vec{J} \vec{\rho}$ , где  $\vec{J} = J \vec{k}$ .  $\vec{\rho} = \overline{O_1 M}$  (точка  $O_1$  – проекция точки  $M$  на ось  $Oz$ ). Вектор  $\vec{H}$  показать на



чертеже.

14. Постоянный электрический ток  $J$  течет снизу по бесконечному проводу, совпадающему с осью  $Oz$ . Вектор  $H$  напряженности магнитного поля, создаваемого этим током в произвольной точке  $M(x, y, z)$  имеет вид  $\vec{H} = \frac{2J}{|\vec{\rho}|^2} (-y\vec{j} + x\vec{i})$ , где  $\rho^2 = x^2 + y^2$ .





- 1) Записать векторы  $\overline{OM}$  и  $\overline{OM'}$  в виде разложения по базису  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ . Найти  $|\overline{OM'}|$  ( $M'$  – плоскость  $xOy$ ).
1. Закон изменения тока в электромагните без шунта определяется формулой  $i(t) = \frac{E}{R_1 + R_2} \left( I - e^{-\frac{L}{R_1 + R_2} t} \right)$ . Считая все параметры этой формулы постоянными, найти скорость тока в момент времени  $t = 0$ .
2. Сила действия кругового электрического тока на небольшой магнит, ось которого расположена на перпендикуляре к плоскости круга, проходящем через его центр, выражается  $(0 < x < \infty)$ ,  $\alpha$  – радиус круга. При каком значении  $x$  величина  $F$  будет наибольшей?
3. Движение материальной точки происходит по закону  $S = Ae^{-kt} \sin \omega t$ , ( $A, k, \omega > 0$ ), которой называется законом затухающих колебаний. Найти скорость движения, ускорение и силу, под действием которой происходит движение.
4. Две среды разделены прямой. Известны скорости движения точки в средах  $v_1$  и  $v_2$  соответственно. Данные точки  $A$  и  $B$  находятся в разных средах на расстояниях  $a$  и  $b$  от границы раздела. Расстояние между проекциями этих точек на границу раздела равно  $A_1B_1 = d$ . Требуется найти на границе сред точку  $C$  такую, чтобы время движения из точки  $A$  в  $C$  и далее в точку  $B$  было наименьшим.
5. Напряжение синусоидального тока дается формулой  $E(t) = E_0 \sin \frac{2\pi t}{T}$ , а ток формулой  $J(t) = J_0 \sin \left( \frac{2\pi t}{T} - \varphi_0 \right)$ , где  $E_0$  и  $J_0$  – постоянные величины;  $T$  – период;  $\varphi_0$  – так называемая разность фаз. Вычислить работу тока за время от  $t_1 = 0$  до  $t_2 = T$ .
6. Котел, имеющий форму эллиптического параболоида  $z = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9}$  и высотой  $H = 4$  м, заполнен жидкостью плотностью  $\delta = 0,8$  т/м<sup>3</sup>. Вычислить работу, которую нужно затратить на перекачивание жидкости через край котла.
7. Вычислить координаты центра масс однородной плоской фигуры, ограниченной линиями  $y = 6 - x^2$ ,  $y = 2$ .

8. Если в электрической цепи, имеющей сопротивление  $R$ , течет ток  $J$ , то количество теплоты, выделяющейся в единицу времени, пропорционально  $J^2 R$ . Определить, как следует разветвить ток  $J$  на токи  $J_1, J_2, J_3$  с помощью трех проводов, сопротивления которых  $R_1, R_2, R_3$ , чтобы выделение теплоты было наименьшим.

9. В полушар радиусом  $R$  вписать прямоугольный параллелепипед наибольшего объема.

10. Электростанции 1 и 2 питают токком линию  $n$  последовательно подсоединенных равных нагрузок. На каком расстоянии от электростанции 1 необходимо разорвать цепь, чтобы на линии достигался минимум потерь мощности? Известна линейная плотность тока  $i_0 = \frac{J}{L}$  (А/м), погонное сопротивление  $r_0$  (Ом/м), общая длина линии  $L$  (м).

1. Электрическая цепь состоит из последовательно соединенных источника ЭДС  $e(t)$  индуктивности  $L$ , сопротивления  $R$  и емкости  $C$ . Найти ток в цепи, если в начальный момент ток в контуре и заряд конденсатора равны нулю, а  $e(t) = a \sin vt$ .

2. Дифференциальные уравнения движения свободной материальной точки относительно земного шара под действием силы тяжести имеют вид. Найти зависимость положения точки от времени, если при  $t=0$  точка находилась в начале координат.

3. Найти центр тяжести  $(x_0, y_0)$  и геометрические моменты инерции однородной плоской фигуры ( $\gamma \equiv 1$ ), заданной неравенствами  $y \geq 1 - \frac{x}{\sqrt{3}}, x^2 + y^2 \leq 1$

4. Найти момент инерции  $L_z$  тела, образованного общей частью шара  $x^2 + y^2 + (z - R)^2 \leq R^2$  и конуса  $x^2 + y^2 - z^2 \leq 0$ , если плотность тела равна единице.

5. Шар радиуса  $a$  погружен в жидкость постоянной плотности  $\rho$ , причем центр шара находится на расстоянии  $h$  от уровня жидкости  $h \geq a$ . Найти силы давления  $P_в$  и  $P_н$  на верхнюю и нижнюю полусферы этого шара.

6. Найти координаты центра тяжести тела, ограниченного поверхностями  $2z = x^2 + 4x + y^2 - 2y + 5, z = 2$ , если плотность тела изменяется по закону:  $\rho = \rho_0((x + 2)^2 + (y - 1)^2)$ ;

7. Найти моменты инерции относительно координатных плоскостей однородного тела плотности  $\rho_0$ , ограниченного поверхностями:  $z = 4 - x^2 - y^2, z = 1, x = 0, y = 0$  ( $x \geq 0, y \geq 0$ ).

8. Найти момент инерции  $I_z$  тела, образованного общей частью шара  $x^2 + y^2 + (z - R)^2 \leq R^2$  и конуса  $x^2 + y^2 - z^2 \leq 0$ , если плотность тела равна единице.

9. Найти моменты инерции  $I_x$  и  $I_y$  относительно осей  $Ox$  и  $Oy$  однородной пластинки с плотностью  $\rho = \rho_0$ , ограниченной кривыми:  
 $y = 0, y = x, y = 2 - x;$

10. Шар радиуса  $a$  погружен в жидкость постоянной плотности  $\rho$ , причем центр шара находится на расстоянии  $h$  от уровня жидкости и  $h \geq a$ . Найти силы давления  $P_в$  и  $P_н$  на верхнюю и нижнюю полусферы этого шара.

#### 7.2.4 Примерный перечень вопросов для подготовки к зачету

1. Определители их свойства и вычисление. Определители высших порядков.
2. Правило Крамера решения систем линейных алгебраических уравнений.
3. Метод Гаусса.
4. Матрицы, действия над ними.
5. Ранг матрицы и его вычисление. Метод элементарных преобразований.
6. Исследование совместности систем линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.
7. Решение произвольных систем линейных алгебраических уравнений.
8. Обратная матрица. Матричный способ решения систем линейных уравнений.
9. Векторы. Линейные операции над векторами. Декартова система координат.
10. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Базис. Разложение векторов по базису.
11. Вычисление результата векторных операций через координаты векторов.
12. Скалярное произведение, его свойства и вычисление. Координатная форма.
13. Векторное произведение и его свойства и вычисление. Координатная форма векторного произведения. Простейшие физические приложения векторного произведения.
14. Смешанное произведение векторов, его свойства и вычисление.
15. Геометрический смысл смешанного произведения.
16. Деление отрезка в заданном отношении. Расстояние между двумя точками.
17. Уравнение плоскости, проходящей через заданную точку с заданным вектором нормали.
18. Общее уравнение плоскости. Неполные уравнения плоскости.
19. Уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки.
20. Уравнение плоскости в отрезках. Нормальное уравнение плоскости.
21. Отклонение и расстояние от точки до плоскости.
22. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей.
23. Уравнения прямой в пространстве: канонические и параметрические уравнения прямой в пространстве.
24. Уравнение прямой, проходящей через две заданные точки.
25. Прямая как линия пересечения двух плоскостей.
26. Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых.

27. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве: точка пересечения прямой и плоскости.
28. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.
29. Расстояние между двумя скрещивающимися прямыми.
30. Различные виды уравнений прямой на плоскости., взаимное расположение прямых. Расстояние от точки до прямой.
31. Угол между двумя прямыми на плоскости, расстояние от точки до прямой.
32. Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола, парабола, их свойства и канонические уравнения.
33. Поверхности второго порядка. Метод сечений.
34. Множества. Операции над множествами. 35. Функции, способы задания.
36. Основные элементарные функции. Классификация функций.
37. Гиперболические функции.
38. Полярная система координат.
39. Числовые последовательности. Предел последовательности и признаки его существования. Число  $e$ .
40. Предел функции, признаки его существования. Односторонние пределы. Свойства функций, имеющих предел.
41. Бесконечно малые и их основные свойства. Сравнение бесконечно малых.
42. Теоремы о существовании предела.
43. Первый замечательный предел. Следствия.
44. Второй замечательный предел. Следствия.

### **7.2.5 Примерный перечень вопросов для подготовки к экзамену**

1. Непрерывность функции. Арифметические операции над непрерывными функциями.
2. Классификация точек разрыва.
3. Свойства непрерывных на отрезке функций.
4. Производная, ее геометрический и физический смысл.
5. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции в точке.
6. Таблица производных. Техника дифференцирования. Логарифмическая производная.
7. Производные параметрически заданных функций.
8. Обратная функция и ее дифференцирование. Обратные тригонометрические функции и их дифференцирование.
9. Дифференциал, его свойства, вычисление. Инвариантность формы первого дифференциала. Применение дифференциала в приближенных вычислениях.
10. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница.
11. Уравнение касательной и нормали.
12. Правило Лопиталю.
13. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа.
14. Представление по формуле Тейлора функции. Применение формулы Тейлора.
15. Возрастание и убывание функций. Экстремумы. Исследование функции с помощью первой производной.
16. Выпуклость и вогнутость, точки перегиба. Асимптоты кривых. Общая схема

исследование функций и построение их графиков.

17. Комплексные числа и действия над ними, различные формы записи. Формулы Эйлера. Возведение комплексных чисел в степень и извлечение корня.

18. Многочлен в комплексной плоскости. Корни многочлена. Теорема Безу. Основная теорема алгебры (без док.).

19. Первообразная и неопределенный интеграл, их свойства.

20. Простейшие приемы интегрирования: интегрирование по частям, замена переменной.

21. Разложение рациональной дроби на простейшие.

22. Интегрирование простейших дробей.

23. Интегрирование дробно-рациональной функции.

24. Интегрирование тригонометрических функций.

25. Интегрирование иррациональных функций. Тригонометрические замены.

26. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определенный интеграл как предел интегральных сумм.

27. Основные свойства определенного интеграла.

28. Производная интеграла по переменному верхнему пределу. Формула Ньютона-Лейбница. Вычисление определенного интеграла.

29. Интегрирование по частям и замена переменной в определенном интеграле.

30. Применение определенных интегралов. Вычисление площадей.

31. Вычисление длины дуги.

32. Вычисление объема по поперечным сечениям, объем тел вращения.

33. Несобственные интегралы с бесконечными пределами.

34. Несобственные интегралы от неограниченных функций.

35. Функции нескольких переменных. Основные определения. Линии и поверхности уровня.

36. Частное и полное приращение функции.

37. Частные производные функции нескольких переменных. Геометрический смысл частных производных.

38. Полный дифференциал функции нескольких переменных. Применение полного дифференциала к приближенным вычислениям.

39. Частные производные различных порядков. Дифференциалы высших порядков.

40. Экстремум функции двух переменных. Необходимые условия экстремума.

41. Достаточные условия локального экстремума функции двух переменных.

1. Дифференциальные уравнения первого порядка. Общее решение. Задача Коши. Теорема существования и единственности.

2. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения.

3. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнения Бернулли.

4. Дифференциальные уравнения высших порядков. Общее решение. Задача Коши. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши.

5. Уравнения, допускающие понижение порядка.

6. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка. Свойства решений однородных дифференциальных уравнений.

7. Линейно зависимые и линейно независимые системы функций. Определитель

Вронского.

8. Структура общего решения линейного однородного дифференциального уравнения.
9. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.
10. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с правой частью специального вида.
11. Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Ряды с положительными членами.
12. Необходимый признак сходимости.
13. Достаточные признаки сходимости рядов: теоремы сравнения, Даламбера, Коши, интегральный признак.
14. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость. Признак Лейбница. Оценка остатка ряда.
15. Степенные ряды. Теорема Абеля.
16. Интервал и радиус сходимости степенных рядов.
17. Ряды Тейлора, Маклорена.
18. Разложение функций в ряд Маклорена.
19. Применение степенных рядов к приближенным вычислениям, вычислению определенных интегралов, решению дифференциальных уравнений.
21. Ряд Фурье. Нахождение коэффициентов разложения.
22. Разложение в ряд Фурье четных и нечетных функций.
23. Ряд Фурье функции, заданной на полупериоде.
24. Ряд Фурье в комплексной форме.
25. Двойной интеграл. Геометрический и физический смысл. Свойства.
26. Вычисление двойного интеграла в прямоугольной системе координат.
27. Двойной интеграл в полярной системе координат.
28. Тройной интеграл. Геометрический и физический смысл.
29. Вычисление тройного интеграла в прямоугольной системе координат.
30. Тройной интеграл в цилиндрической и сферической системах координат.
31. Криволинейный интеграл второго рода, его механический смысл. Свойства.

#### **7.2.6. Методика выставления оценки при проведении промежуточной аттестации**

Зачет с оценкой проводится по билетам, каждый из которых содержит 3 вопроса и 2 задачи. Для проверки усвоения компетенции УК-1, в билет включается один из вопросов, выданных на самостоятельное изучение. Каждый правильный ответ на вопрос в билете оценивается 3 баллами, задача оценивается в 5 баллов. Максимальное количество набранных баллов – 19.

1. Оценка «Отлично» ставится в случае, если студент набрал 17-19 баллов.
2. Оценка «Хорошо» ставится в случае, если студент набрал от 11 до 16 баллов.
3. Оценка «Удовлетворительно» ставится в случае, если студент набрал 8-10 баллов.
4. Оценка «Неудовлетворительно» ставится в случае, если правильные ответы только на теоретические вопросы или решены только практические

задачи, или студент набрал менее 8 баллов.

На основании вопросов для подготовки к экзамену формируются билеты. В каждом билете содержатся три теоретических вопроса и две задачи из разных разделов дисциплины. Для проверки усвоения компетенции УК-1, в билет включается один из вопросов, выданных на самостоятельное изучение.

Экзамен для студентов проводится по смешанной системе (письменно-устно). Студент должен дать полный письменный ответ на билет. Затем преподаватель беседует со студентом. Возможны дополнительные вопросы.

Каждый правильный ответ на вопрос в билете оценивается 3 баллом, задача оценивается в 5 баллов. Максимальное количество набранных баллов – 19.

Оценка «Неудовлетворительно» ставится в случае, если правильные ответы только на теоретические вопросы или решены только практические задачи, или студент набрал менее 8 баллов.

Оценка «Удовлетворительно» ставится в случае, если студент набрал 8-10 баллов.

Оценка «Хорошо» ставится в случае, если студент набрал от 11 до 16 баллов.

Оценка «Отлично» ставится в случае, если студент набрал 17-19 баллов.

### 7.2.7 Паспорт оценочных материалов

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Код контролируемой компетенции	Наименование оценочного средства
1	Элементы линейной и векторной алгебры	ОПК-1	Тест, индивидуальное задание
2	Аналитическая геометрия	УК-1, ОПК-1	Тест, индивидуальное задание
3	Последовательности, функции и их пределы	УК-1, ОПК-1	Тест, индивидуальное задание
4	Непрерывность Производная и ее приложения	УК-1, ОПК-1	Тест, индивидуальное задание
5	Функции нескольких переменных	ОПК-1	Тест, индивидуальное задание
6	Комплексные числа. Неопределенный и определенный интеграл	УК-1, ОПК-1	Тест, индивидуальное задание
7	Дифференциальные уравнения	УК-1, ОПК-1	Тест, индивидуальное задание
8	Ряды	ОПК-1	Тест, индивидуальное задание
9	Кратные и криволинейные интегралы	УК-1, ОПК-1	Тест, индивидуальное задание

### **7.3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

Тестирование осуществляется, либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных тест-заданий на бумажном носителе. Время тестирования 30 мин. Затем осуществляется проверка теста экзаменатором и выставляется оценка согласно методике выставления оценки при проведении промежуточной аттестации.

Решение стандартных задач осуществляется, либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных задач на бумажном носителе. Время решения задач 30 мин. Затем осуществляется проверка решения задач экзаменатором и выставляется оценка, согласно методике выставления оценки при проведении промежуточной аттестации.

Решение прикладных задач осуществляется, либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных задач на бумажном носителе. Время решения задач 30 мин. Затем осуществляется проверка решения задач экзаменатором и выставляется оценка, согласно методике выставления оценки при проведении промежуточной аттестации.

## **8 УЧЕБНО МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **8.1 Перечень учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

1. Курс математического анализа/Л. И. Камынин. Москва: Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, 2001, Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/13140.html> ЭБС “IPRbooks”,
2. Математический анализ. Ч. I [Электронный ресурс] : учебное пособие / И. А. Антипова, И. И. Вайнштейн, Т. В. Зыкова [и др.]. — Электрон. текстовые данные. — Красноярск : Сибирский федеральный университет, 2018. — 196 с.— 978-5-7638-3326-3. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/84232.html>,
3. Математический анализ. Ч. II [Электронный ресурс] : учебное пособие / И. А. Антипова, И. И. Вайнштейн, Т. В. Зыкова [и др.]. — Электрон. текстовые данные. — Красноярск : Сибирский федеральный университет, 2018.— 188с.—978-5-7638-3327-0.—Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/84231.html>,
4. Гусак, А. А. Математический анализ и дифференциальное уравнение. Примеры и задачи [Электронный ресурс] : учебное пособие / А. А. Гусак. — Электрон. текстовые данные. — Минск : ТетраСистемс, 2011. — 415 с.—978-985-536-2280.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/28122.html>

### **8.2 Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень лицензионного программного обеспечения, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем:**

*Перечень ПО, включая перечень лицензионного программного обеспечения:*

Microsoft Office 64-bit;



ОС Windows 7 Pro;  
Mozilla Firefox 81.0 (x64 ru);  
PDFCreator;

Google Chrome;

Skype;

Maxima

Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

<http://window.edu.ru>

<http://www.edu.ru/>

Образовательный портал ВГТУ

Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

<http://www.mathnet.ru/>

## **9 МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА, НЕОБХОДИМАЯ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА**

Для проведения обучения по дисциплине используется учебная аудитория. Учебная аудитория оснащена:

- персональный компьютер с установленным ПО, подключенный к сети Интернет;
- мультимедийный проектор;
- экран;
- магнитно-маркерная доска.

Помещение для самостоятельной работы. Читальный зал с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду

## **10. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

По дисциплине «Математика» читаются лекции, проводятся практические занятия.


Основой изучения дисциплины являются лекции, на которых излагаются наиболее существенные и трудные вопросы, а также вопросы, не нашедшие отражения в учебной литературе.

Практические занятия направлены на приобретение практических навыков расчета обработки опытных данных. Занятия проводятся путем решения конкретных задач в аудитории.

Вид учебных занятий	Деятельность студента
------------------------	-----------------------

Лекция	Написание конспекта лекций: кратко, схематично, последовательно фиксировать основные положения, выводы, формулировки, обобщения; пометить важные мысли, выделять ключевые слова, термины. Проверка терминов, понятий с помощью энциклопедий, словарей, справочников с выписыванием толкований в тетрадь. Обозначение вопросов, терминов, материала, которые вызывают трудности, поиск ответов в рекомендуемой литературе. Если самостоятельно не удастся разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на лекции или на практическом занятии.
Практическое занятие	Конспектирование рекомендуемых источников. Работа с конспектом лекций, подготовка ответов к контрольным вопросам, просмотр рекомендуемой литературы. Прослушивание аудио- и видеозаписей по заданной теме, выполнение расчетно-графических заданий, решение задач по алгоритму.
Самостоятельная работа	Самостоятельная работа студентов способствует глубокому усвоению учебного материала и развитию навыков самообразования. Самостоятельная работа предполагает следующие составляющие: <ul style="list-style-type: none"> <li>- работа с текстами: учебниками, справочниками, дополнительной литературой, а также проработка конспектов лекций;</li> <li>- выполнение домашних заданий и расчетов;</li> <li>- работа над темами для самостоятельного изучения;</li> <li>- участие в работе студенческих научных конференций, олимпиад;</li> <li>- подготовка к промежуточной аттестации.</li> </ul>
Подготовка к промежуточной аттестации	Готовиться к промежуточной аттестации следует систематически, в течение всего семестра. Интенсивная подготовка должна начаться не позднее, чем за месяц-полтора до промежуточной аттестации. Данные перед зачетом с оценкой, экзаменом три дня эффективнее всего использовать для повторения и систематизации материала.

## ЛИСТ РЕГИСТРАЦИИ ИЗМЕНЕНИЙ

№ п/п	Перечень вносимых изменений	Дата внесения изменений	Подпись заведующего кафедрой, ответственной за реализацию ОПОП
1	Актуализирован раздел 8.2 в части состава используемого лицензионного программного обеспечения, современных профессиональных баз данных и справочных информационных систем	31.08.2020	
2	Актуализирован раздел 8.2 в части состава используемого лицензионного программного обеспечения, современных профессиональных баз данных и справочных информационных систем	31.08.2021	