

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Воронежский государственный архитектурно-строительный университет»

А.И. Никишина, А.К. Тарханов

***ФИЗИКА:
теоретический материал для подготовки
к лабораторным работам***

Учебное пособие

Воронеж – 2016

УДК 53(07)
ББК 22.3я73
Н628

Рецензенты:

*кафедра материаловедения и физики металлов
Воронежского государственного технического университета;
В.Н. Нечаев, профессор Военно-воздушной академии
им. профессора Н. Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина*

Никишина, А.И.

Н628 **Физика: теоретический материал для подготовки к лабораторным работам** : учеб. пособие / А.И. Никишина, А.К. Тарханов; Воронежский ГАСУ. – Воронеж, 2016. – 138 с.

Содержит 18 разделов по курсу «Физика – механика, молекулярная физика и термодинамика, электричество и магнетизм, колебательные процессы, волновая оптика, элементы физики атома» в соответствии со стандартами и учебными планами. Приведены примеры применения основных законов и явлений в общей физике для решения задач.

Предназначено для студентов первого курса, обучающихся по направлению «Строительство», профиль «Промышленное и гражданское строительство».

Ил. 103. Табл. 3. Библиогр.: 5 назв.

**УДК 53(07)
ББК 22.3 я73**

*Печатается по решению учебно-методического совета
Воронежского ГАСУ*

ISBN 978-5-89040-637-8

© Никишина А.И., Тарханов А.К., 2016
© Воронежский ГАСУ, 2016

ВВЕДЕНИЕ

Пособие подготовлено в соответствии с действующей программой курса физики для инженерно-технических специальностей высших учебных заведений. Оно содержит необходимый для изучения материал по всем разделам курса и состоит из 18 разделов, предусмотренных учебным планом. В пяти разделах дано систематическое изложение физических основ классической механики. Два раздела посвящены основам молекулярной физики и термодинамики. Электростатике, постоянному электрическому току и электромагнетизму посвящены четыре раздела, а на механические и электромагнитные колебания и волновую оптику приходится по два раздела и по одному разделу – на тепловое излучение, элементы квантовой оптики и элементы квантовой механики. Небольшой объем пособия достигнут с помощью тщательного отбора и лаконичного изложения материала. Приводятся определения основных физических понятий и величин, формулировки физических законов, кратко разъяснена сущность описываемых ими явлений. Разобраны решения задач с целью лучшего усвоения рассматриваемых законов и формул. Изложение материала ведется без громоздких математических выкладок. Пособие снабжено большим количеством иллюстраций, облегчающих понимание материала. Оно не призвано заменить учебник, а выступает лишь в качестве теоретического сопровождения лекций, практических и лабораторных занятий с целью достижения более глубокого усвоения основных понятий и законов физики.

Пособие предназначено в первую очередь для студентов очной формы обучения направления «Строительство», профиль «Промышленное и гражданское строительство», однако может быть полезно студентам заочной и дистанционной форм обучения.

1. КИНЕМАТИКА ПРЯМОЛИНЕЙНОГО ДВИЖЕНИЯ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

1.1. Механическое движение

Механическим движением называется изменение положения данного тела (или его частей) относительно других тел.

В *ньютоновской* механике рассматриваются механические движения тел, происходящие со скоростями, много меньшими скорости света в вакууме.

Кинематикой называется раздел механики, в котором изучаются механические движения тел во времени и не рассматриваются какие-либо воздействия на эти тела других тел или полей.

Для описания механического движения необходима **система отсчета**:

- *Тело отсчета* – тело, относительно которого рассматривается движение. Например, пассажир, сидящий в кресле самолета, и корпус самолета движутся относительно Земли, но неподвижны друг относительно друга.

- *Система координат*, связанная с телом отсчета. Простейшей системой координат является прямоугольная декартова система *хуз*.

- *Часы*, позволяющие отсчитывать интервалы времени от начала отсчета.

Материальной точкой называется тело, формой и размерами которого можно пренебречь в условиях исследуемой задачи.

Абсолютно твердое тело – тело, форма и размеры которого при наличии всевозможных внешних воздействий могут считаться неизменными. Абсолютно твердое тело можно рассматривать как систему жестко связанных материальных точек, находящихся на неизменных расстояниях друг от друга.

Положение материальной точки *A* в пространстве полностью определяется заданием системы координат и трех координат частицы в данной системе x_A, y_A, z_A (*координатное* описание положения частицы) (рис. 1.1.1). Также положение точки может быть задано радиус-вектором \vec{r} (*векторное* описание положения частицы).

Радиус-вектор \vec{r} – вектор, проведенный из начала отсчета координат *O* в точку пространства, в которой находится частица (точка *A*) (рис. 1.1.1).

(Чтобы описать движение точки, необходимо задать зависимость радиус-вектора от времени.)

Уравнение движения точки – уравнение зависимости радиус-вектора движущейся точки от времени:

$$\vec{r} = \vec{r}(t) \quad (1.1.1)$$

или эквивалентная ему система уравнений:

$$x = x(t) \quad y = y(t) \quad z = z(t). \quad (1.1.2)$$

Уравнение траектории – уравнение зависимости координаты x от y :

$$y = f(x). \quad (1.1.3)$$

Траектория – линия, которую описывает в пространстве конец радиус-вектора r при движении материальной точки A .

Путь S – скалярная физическая величина, равная длине участка траектории, пройденного движущейся точкой за данный промежуток времени. Пути, пройденные точкой за последовательные промежутки времени, складываются арифметически.

Перемещение $\Delta\vec{r}$ – вектор, соединяющий начальное и конечное положения точки, движущейся в течение промежутка времени Δt (рис. 1.1.2):

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1. \quad (1.1.4)$$

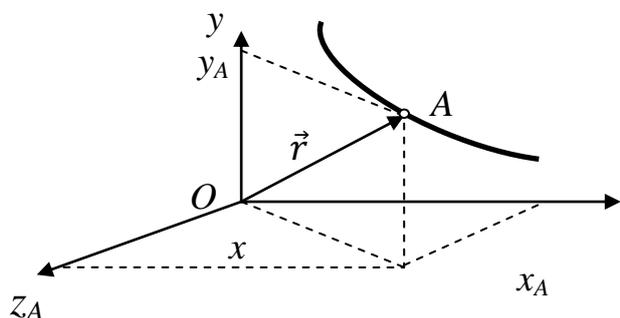


Рис. 1.1.1

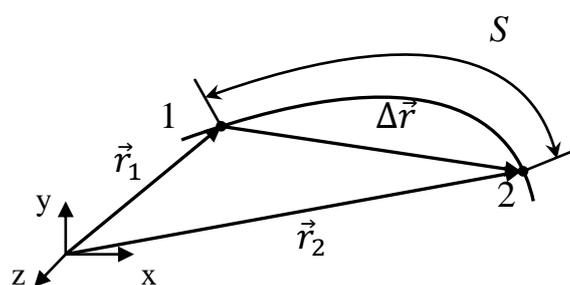


Рис. 1.1.2

По форме траектории механическое движение делится на *прямолинейное* и *криволинейное*. Если все точки траектории лежат в одной плоскости, движение называется *плоским*.

Поступательное движение – движение тела, при котором любая прямая, соединяющая две произвольные точки тела, перемещается, оставаясь параллельной самой себе. Поступательное движение абсолютно твердого тела может быть охарактеризовано движением какой-либо одной его точки, например движением центра масс.

1.2. Скорость и ускорение материальной точки

Средняя скорость \vec{v} – векторная физическая величина, равная отношению вектора перемещения $\Delta\vec{r}$ к промежутку времени Δt , в течение которого это перемещение происходит:

$$\vec{v} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}. \quad (1.2.1)$$

В соответствии с определением направление вектора скорости и перемещения совпадают.

Мгновенная скорость \vec{v} – векторная физическая величина, равная пределу, к которому стремится отношение вектора перемещения $\Delta\vec{r}$ к промежутку времени Δt , в течение которого это перемещение происходит:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}. \quad (1.2.2)$$

Следовательно, вектор скорости равен производной радиус-вектора по времени. Вектор скорости направлен по касательной к траектории (рис. 1.2.1). Направление скорости называют направлением движения точки.

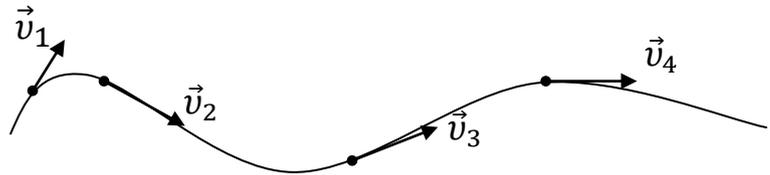


Рис. 1.2.1

Среднее ускорение \vec{a} – векторная физическая величина, характеризующая быстроту изменения скорости и равная отношению изменения скорости ко времени, в течение которого это изменение произошло:

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}. \quad (1.2.3)$$

Мгновенное ускорение \vec{a} – векторная физическая величина, равная пределу, к которому стремится отношение изменения вектора скорости $\Delta\vec{v}$ к промежутку времени Δt , в течение которого это изменение происходит:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}. \quad (1.2.4)$$

Следовательно, вектор ускорения равен производной скорости по времени. В случае прямолинейного движения вектор ускорения направлен вдоль прямой, по которой направлен вектор скорости.

В случае криволинейного движения вектор скорости изменяется как по модулю, так и по направлению. Составляющая a_τ вектора ускорения, направленная вдоль касательной к траектории в данной точке, называется **тангенциальным** ускорением. Тангенциальное ускорение характеризует изменение вектора скорости по модулю:

$$a_\tau = \frac{dv}{dt}. \quad (1.2.5)$$

Если модуль скорости с течением времени возрастает, движение называется *равноускоренным*. При этом направление ускорения совпадает с направлением скорости точки (рис. 1.2.2, *a*). Если модуль скорости с течением времени уменьшается, движение называется *равнозамедленным*. Направления векторов ускорения и скорости противоположны (рис. 1.2.2, *b*).

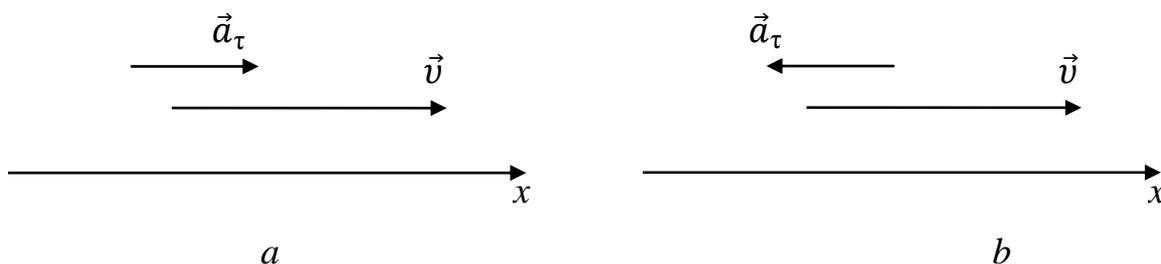


Рис. 1.2.2

Составляющая a_n вектора ускорения, направленная по нормали к траектории в данной точке, называется **нормальным** (центростремительным) ускорением. Нормальное ускорение характеризует изменение вектора скорости по направлению при криволинейном движении:

$$a_n = \frac{v^2}{R}. \quad (1.2.6)$$

На рис. 1.2.3, *a* представлены направления полного, нормального и тангенциального ускорений при равноускоренном движении, на рис. 1.2.3, *b* – при равнозамедленном. Видно, что нормальное ускорение перпендикулярно тангенциальному. Из рис. 1.2.3 следует, что полное, нормальное и тангенциальное ускорения связаны между собой соотношением

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}. \quad (1.2.7)$$

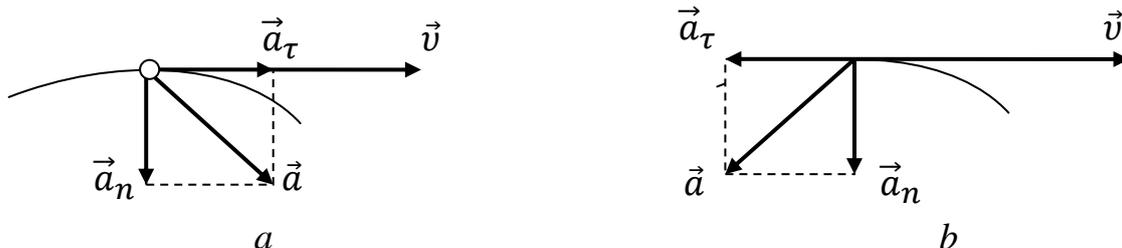


Рис. 1.2.3

1.3. Равномерное прямолинейное движение

Движение материальной точки называется **равномерным**, если точка за любые равные промежутки времени совершает одинаковые перемещения. При равномерном прямолинейном движении скорость тела постоянна ($\vec{v}=\text{const}$). Полное ускорение равно нулю: $a_t = 0$, т.к. не изменяется модуль скорости, $a_n = 0$, т.к. при прямолинейном движении не изменяется направление вектора скорости. Уравнение (закон) движения (1.1.1) в проекции на ось ОХ имеет вид

$$x = x_0 + v_x t. \quad (1.3.1)$$

Здесь x_0 – координата тела в начальный момент времени, x – координата тела в момент времени t , v_x – проекция вектора скорости тела на ось ОХ.

Графиком такой зависимости в координатах $x(t)$ является прямая линия (рис. 1.3.1, а), тангенс угла наклона которой равен проекции скорости v_x . В координатах $v(t)$ график движения представляет собой прямую линию, параллельную оси времени (рис. 1.3.1, б). Площадь S под этой прямой равна пройденному пути за некоторый промежуток времени. Рис. 1.3.1, с отражает отсутствие ускорения.

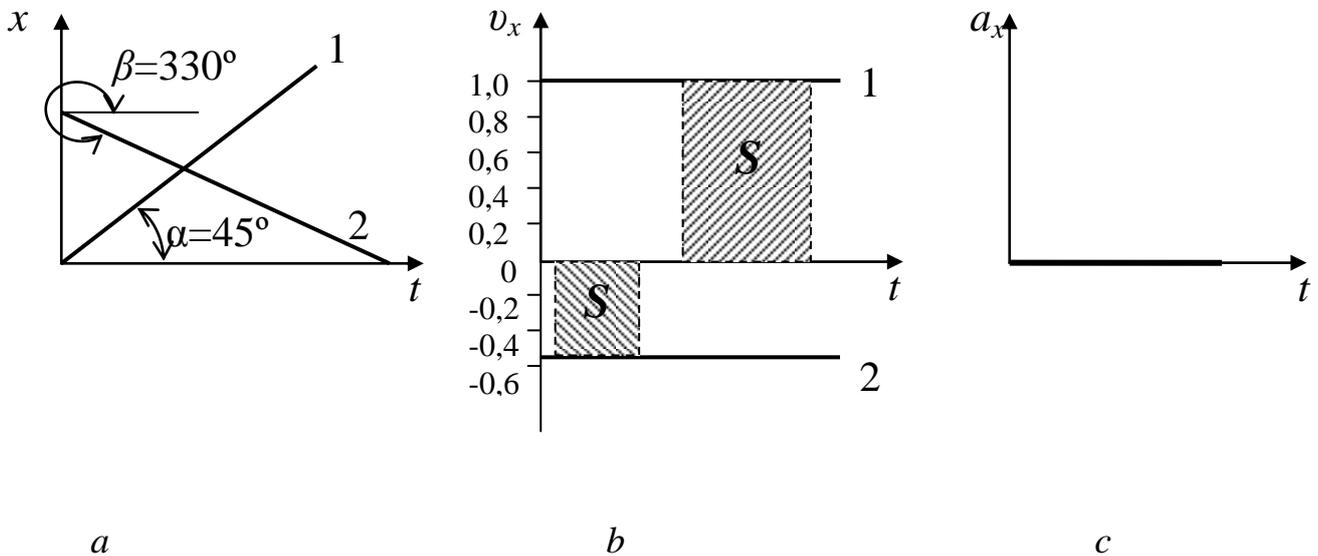


Рис. 1.3.1

1.4. Равнопеременное прямолинейное движение

Движение материальной точки называется **равнопеременным**, если скорость тела за любые равные промежутки времени изменяется одинаково, т.е. ускорение постоянно. При равнопеременном прямолинейном движении

векторы скорости и ускорения направлены вдоль одной прямой. Уравнение движения в проекции на ось ОХ имеет вид

$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}. \quad (1.4.1)$$

Здесь x_0 – координата тела в начальный момент времени, x – координата тела в момент времени t , v_{0x} – проекция вектора начальной скорости тела на ось ОХ, a_x – проекция вектора ускорения тела на ось ОХ. В данном случае $a = a_x$, т.к. скорость при прямолинейном движении изменяется только по модулю и не изменяется по направлению. Для прямолинейного движения разность между конечной (x) и начальной (x_0) координатами тела равна пройденному пути S . Графиком зависимости $x(t)$ и $S(t)$ является парабола (рис. 1.4.1 а, б и 1.4.2 а, б).

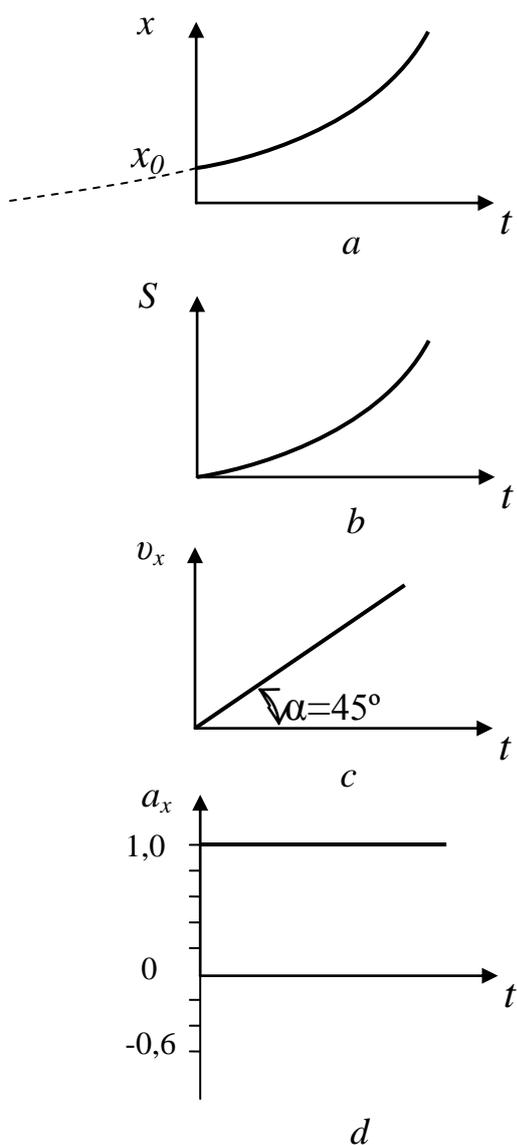


Рис. 1.4.1

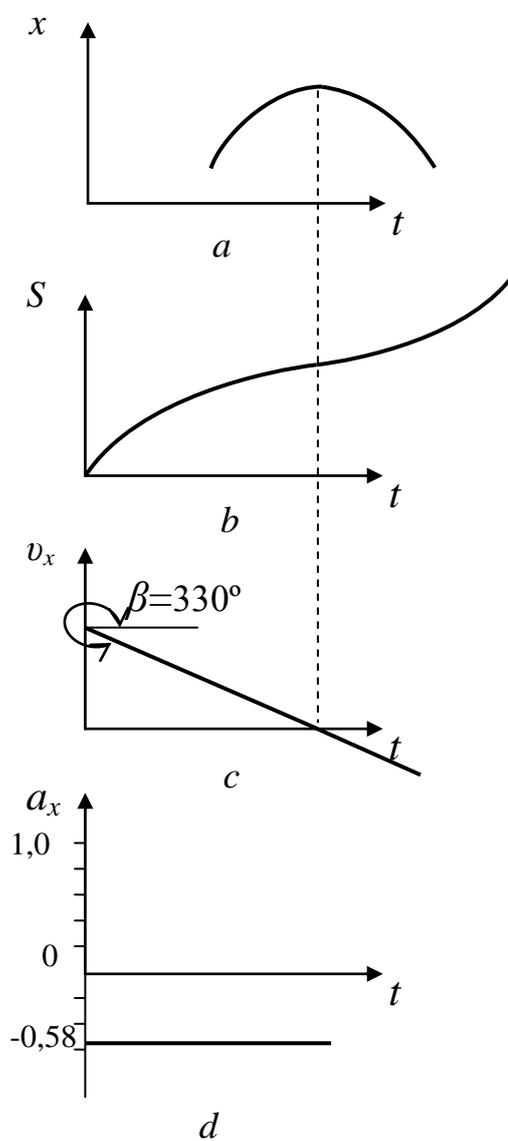


Рис. 1.4.2

Проекция скорости тела v_x зависит от времени по закону:

$$v_x = v_{0x} + a_x t. \quad (1.4.1)$$

Аналогично записываются уравнения движения и уравнения для проекций вектора скорости на другие координатные оси. График зависимости $v_x(t)$ представляет собой прямую линию (рис. 1.4.1 с и 1.4.2 с), тангенс угла наклона которой равен проекции ускорения a_x . По коэффициентам в уравнении прямой и параболы можно судить о расположении графика функции относительно координатных осей. На рис. 1.4.1 и 1.4.2 приведены графики для равноускоренного и равнозамедленного движений, соответственно.

Задача 1.1. В начальный момент времени самосвал имеет скорость $v_0 = 1$ м/с. Пройдя равноускоренно некоторое расстояние, он приобрел скорость $v_2 = 7$ м/с. Какова была скорость v_1 самосвала на половине этого расстояния?

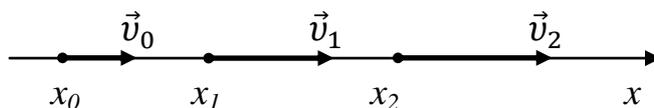


Рис. 1

Решение. Пусть в начальный момент времени самосвал находится в точке с координатой x_0 и имеет скорость v_0 . Через время t_1 координата тела x_1 , скорость — v_1 , через время t_2 — координата x_2 , скорость — v_2 (рис. 1). Запишем для двух участков пути проекции на ось ОХ уравнений (1.4.1) и (1.4.2):

$$x_1 = x_0 + v_0 t_1 + \frac{a t_1^2}{2};$$

$$x_2 = x_0 + v_0 t_2 + \frac{a t_2^2}{2};$$

$$v_1 = v_0 + a t_1.$$

$$v_2 = v_0 + a t_2.$$

В зависимостях $x(t)$ учтем, что при прямолинейном движении разность между конечной и начальной координатами равна пройденному пути S . Из зависимостей $v(t)$ выразим время. Получим

$$S_1 = v_0 t + \frac{a t_1^2}{2};$$

$$S_2 = v_0 t + \frac{a t_2^2}{2};$$

$$t_1 = \frac{v_1 - v_0}{a}.$$

$$t_2 = \frac{v_2 - v_0}{a}.$$

Время t_1 и t_2 подставим в соответствующие уравнения для S_1 и S_2 :

$$S_1 = v_0 \frac{v_1 - v_0}{a} + \frac{a \left(\frac{v_1 - v_0}{a} \right)^2}{2}.$$

$$S_2 = v_0 \frac{v_2 - v_0}{a} + \frac{a \left(\frac{v_2 - v_0}{a} \right)^2}{2}.$$

Прделаем необходимые преобразования

$$\begin{aligned} S_1 &= \frac{v_0 v_1 - v_0 v_0}{a} + \frac{v_1^2 - 2v_0 v_1 + v_0^2}{2a} = & S_2 &= \frac{v_0 v_2 - v_0 v_0}{a} + \frac{v_2^2 - 2v_0 v_2 + v_0^2}{2a} = \\ &= \frac{2v_0 v_1 - 2v_0^2 + v_1^2 - 2v_0 v_1 + v_0^2}{2a} = & &= \frac{2v_0 v_2 - 2v_0^2 + v_2^2 - 2v_0 v_2 + v_0^2}{2a} = \\ &= \frac{-2v_0^2 + v_1^2 + v_0^2}{2a}. & &= \frac{-2v_0^2 + v_2^2 + v_0^2}{2a} \end{aligned}$$

и получим

$$S_1 = \frac{v_1^2 - v_0^2}{2a}, \quad S_2 = \frac{v_2^2 - v_0^2}{2a}.$$

По условию задачи $S_2 = 2S_1$, следовательно

$$\frac{v_2^2 - v_0^2}{2a} = 2 \frac{v_1^2 - v_0^2}{2a}.$$

Выразим из этого выражения скорость v_1 :

$$\begin{aligned} v_2^2 - v_0^2 &= 2v_1^2 - 2v_0^2; \\ -2v_1^2 &= -v_2^2 + v_0^2 - 2v_0^2; \\ 2v_1^2 &= v_2^2 + v_0^2; \end{aligned}$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{v_2^2 + v_0^2}{2}}.$$

Подставив числовые данные, рассчитаем скорость:

$$v_1 = \sqrt{\frac{7^2 + 1^2}{2}} = 5 \text{ м/с.}$$

Ответ: скорость самосвала в середине пути $v_1 = 5$ м/с.

2. КИНЕМАТИКА КРИВОЛИНЕЙНОГО ДВИЖЕНИЯ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

2.1. Криволинейное движение в плоскости

Если телу сообщить начальную скорость v_0 под углом α к горизонту, то его движение будет криволинейным, поскольку его траекторией в данном случае является парабола. Это движение происходит в плоскости, поэтому для его описания необходимы две координаты. Такое движение можно представить двумя простыми движениями: *равномерным по горизонтали* (силой сопротивления воздуха можно пренебречь) и *равноускоренным по вертикали* (на тело действует сила тяжести). Движение тела вдоль оси ОХ описывается следующими законами:

$$x = x_0 + v_{0x} \cdot t, \quad v_x = v_{0x}. \quad (2.1.1)$$

Здесь x_0 и x – координаты тела в начальный момент времени и в момент времени t соответственно; v_{0x} – проекция начальной скорости тела на ось ОХ; v_x – проекция скорости тела на ось ОХ через время t .

Вдоль оси ОУ тело движется с ускорением свободного падения g . Движение описывается следующими уравнениями:

$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t + \frac{g_y t^2}{2}, \quad v_y = v_{0y} - g_y t. \quad (2.1.2)$$

Здесь y_0 и y – координаты тела в начальный момент времени и в момент времени t соответственно; v_{0y} – проекция вектора начальной скорости тела на ось ОУ; v_y – проекция скорости тела на ось ОУ через время t .

Из рис. 2.1.1 следует, что

$$v_{0x} = v_0 \cos \alpha, \quad v_{0y} = v_0 \sin \alpha, \quad v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}. \quad (2.1.3)$$

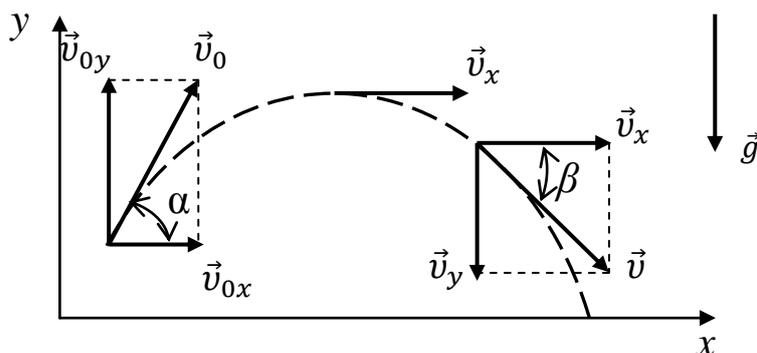


Рис. 2.1.1

а) *Движение тела, брошенного под углом к горизонту*

Рассмотрим движение, при котором точка бросания и точка падения тела находятся на одном уровне (рис. 2.1.2). Угол между вектором начальной скорости и горизонтом – α . Используя формулы (2.1.1), (2.1.2), (2.1.3) можно получить следующие выражения:

продолжительность полета
$$t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}, \quad (2.1.4)$$

дальность полета
$$l = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}, \quad (2.1.5)$$

максимальная высота подъема
$$h = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}. \quad (2.1.6)$$

б) *Движение тела, брошенного горизонтально*

Рассмотрим движение, при котором точка бросания и точка падения тела находятся на разных уровнях (рис. 2.1.3). Угол между вектором начальной скорости и горизонтом равен нулю (вектор \vec{v}_0 параллелен оси ОХ) . Используя тот же набор формул, что и предыдущем случае, получим:

дальность полета
$$l = v_0 t, \quad (2.1.7)$$

высота, с которой брошено тело,
$$h = \frac{gt^2}{2}. \quad (2.1.8)$$

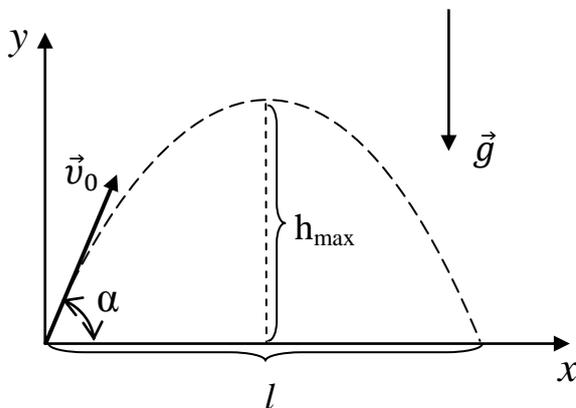


Рис. 2.1.2

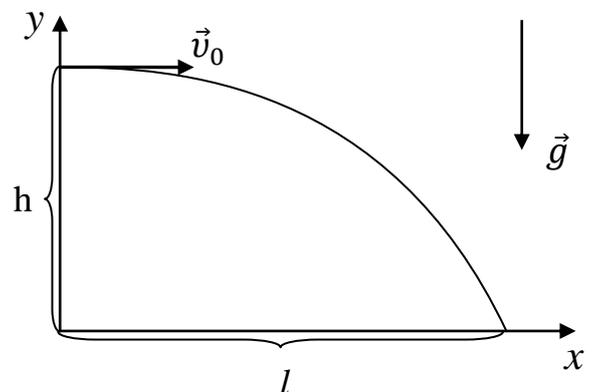


Рис. 2.1.3

2.2. Кинематика вращательного движения

Вращательным называется движение, при котором все точки тела описывают окружности, центры которых лежат на одной прямой, называемой осью вращения. Для полного описания вращательного движения твердого тела достаточно описать вращение любой его точки, не лежащей на оси. Для описания движения материальной точки (центра масс абсолютно твердого тела) по окружности вводятся следующие физические величины:

Период вращения T – время, в течение которого точка совершает один полный оборот по окружности.

Частота вращения ν – число оборотов, совершаемых точкой за одну секунду. Период и частота вращения связаны как

$$T = \frac{1}{\nu}. \quad (2.2.1)$$

Средняя угловая скорость ω – физическая величина, равная отношению угла поворота $\Delta\varphi$ (рис. 2.2.1) радиус-вектора \vec{r} за промежуток времени Δt к длительности этого промежутка:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}. \quad (2.2.2)$$

Мгновенная угловая скорость $\vec{\omega}$ – физическая величина, равная пределу отношения угла поворота $\Delta\varphi$ радиус-вектора точки за промежуток времени Δt к длительности этого промежутка:

$$\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{\varphi}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}. \quad (2.2.3)$$

Вектор угловой скорости $\vec{\omega}$ направлен вдоль оси вращения по правилу правого винта, т.е. его направление совпадает с направлением поступательного движения острия винта, головка которого вращается в направлении движения точки по окружности (рис. 2.2.2).

Угловая скорость ω связана следующими соотношениями:

$$\text{с линейной скоростью } v \quad \omega = \frac{v}{R}, \quad (2.2.4)$$

$$\text{с линейной частотой } \nu \quad \omega = 2\pi\nu, \quad (2.2.5)$$

$$\text{с периодом колебаний } T \quad \omega = \frac{2\pi}{T}. \quad (2.2.6)$$

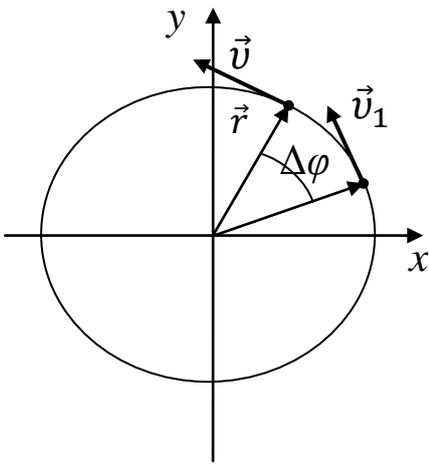


Рис. 2.2.1

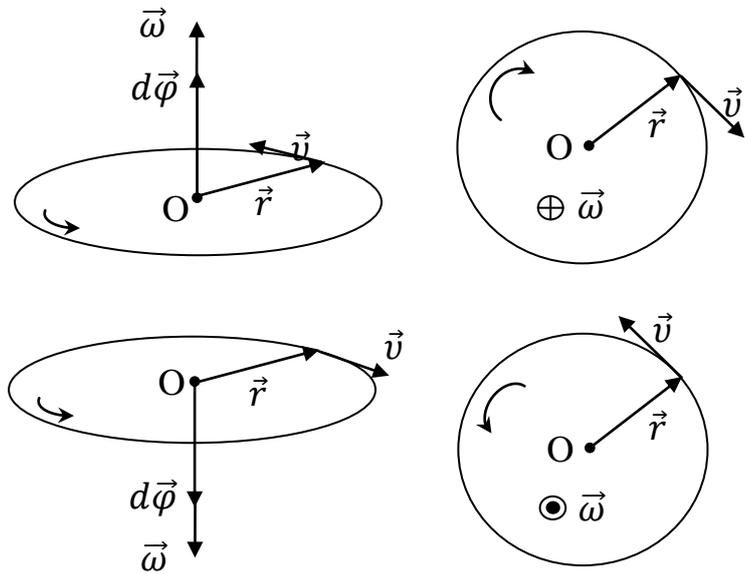


Рис. 2.2.2

Среднее угловое ускорение ε – физическая величина, равная отношению изменения угловой скорости за промежуток времени Δt к длительности этого промежутка:

$$\varepsilon = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}. \quad (2.2.7)$$

Мгновенное угловое ускорение ε : – физическая величина, равная пределу отношения изменения угловой скорости за промежуток времени Δt к длительности этого промежутка:

$$\vec{\varepsilon} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2}. \quad (2.2.8)$$

Вектор углового ускорения сонаправлен с вектором угловой скорости в случае равноускоренного движения (рис. 2.2.3, a) и противоположно направлен ей в случае равнозамедленного (рис. 2.2.3, b).

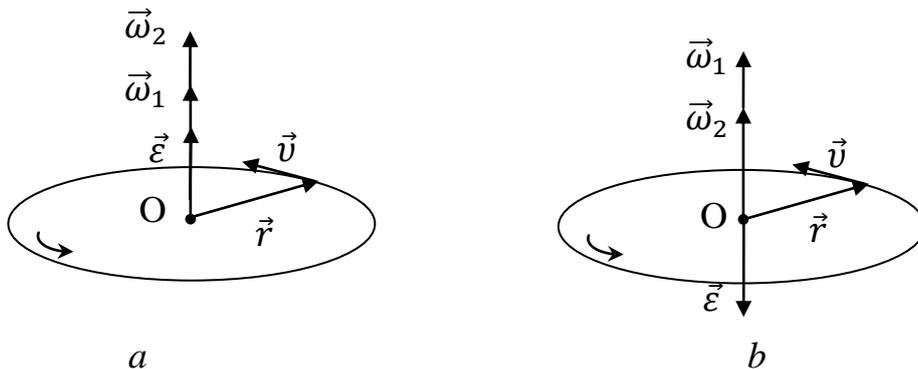


Рис. 2.2.3

Угловое ускорение ε связано с тангенциальной составляющей линейного ускорения a_τ соотношением:

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} = \frac{d(\omega R)}{dt} = R \frac{d\omega}{dt} = R\varepsilon. \quad (2.2.9)$$

Угловая скорость связана с нормальной составляющей ускорения линейного ускорения a_n :

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{\omega^2 R^2}{R} = \omega^2 R. \quad (2.2.10)$$

а) Равномерное движение по окружности

Уравнение движения: $\Delta\varphi = \omega t. \quad (2.2.11)$

Закон изменения скорости: $\omega = \text{const}. \quad (2.2.12)$

При данном типе движения вектор скорости изменяется только по направлению $a = a_n$ (рис. 2.2.4).

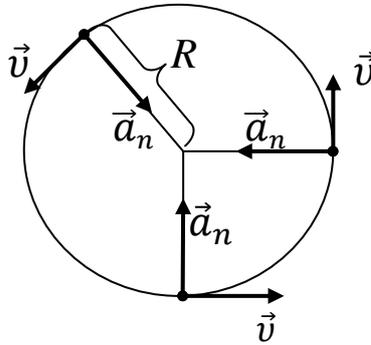


Рис. 2.2.4

б) Равнопеременное движение по окружности.

Уравнение движения: $\Delta\varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}. \quad (2.2.13)$

Закон изменения скорости: $\omega = \omega_0 \pm \varepsilon t. \quad (2.2.14)$

Здесь $\Delta\varphi$ – угол поворота тела за время t , ω_0 и ω – угловые скорости тела в начальный момент времени и в момент времени t , соответственно. Знак «+» в (2.2.13) и (2.2.14) соответствует равноускоренному движению, знак «-» – равнозамедленному.

При данном типе движения вектор скорости изменяется как по модулю, так и по направлению, следовательно, полное линейное ускорение определяется как векторная сумма тангенциального и нормального ускорений (рис. 2.2.5).

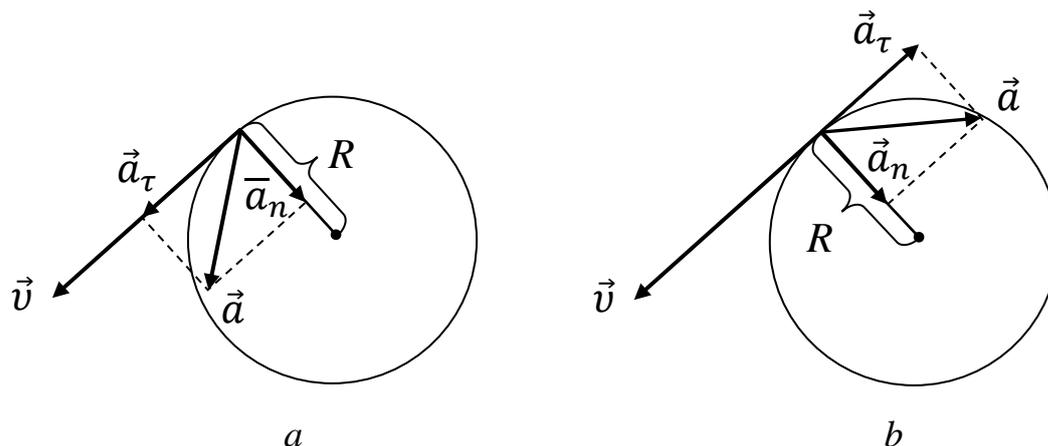


Рис. 2.2.5

Задача 2.1. При разгоне из состояния покоя ротора электродвигателя бетономешалки через время $t = 0,5$ с его полное ускорение становится равным $a = 13,6$ см/с². Угловое ускорение ротора $\varepsilon = 2$ рад/с². Чему равен радиус ротора? Движение считать равноускоренным.

Решение. В условии сказано, что ротор движется равноускоренно, следовательно, его скорость изменяется не только по направлению, но и по модулю.

Его полное ускорение: $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}.$

Тангенциальное ускорение: $a_\tau = R\varepsilon.$

Нормальное ускорение: $a_n = \omega^2 R.$

Угловую скорость ω определим из (2.2.11), учитывая, что начальная скорость ω_0 равна нулю: $\omega = \varepsilon t .$

С учетом последних трех выражений, первое принимает вид

$$a = \sqrt{(R\varepsilon)^2 + (\omega^2 R)^2} = \sqrt{(R\varepsilon)^2 + ((\varepsilon t)^2 R)^2}.$$

Выразив отсюда радиус R и, подставив числовые данные, получим

$$R = \frac{a}{\varepsilon \sqrt{1 + \varepsilon^2 t^4}} = \frac{0,136 \text{ м/с}^2}{2 \text{ рад/с}^2 \sqrt{1 + (2 \text{ рад/с}^2)^2 (0,5 \text{ с})^4}} = 0,06 \text{ м}.$$

Ответ: радиус ротора $R = 0,06$ м.

3. ДИНАМИКА ДВИЖЕНИЯ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

3.1. Сила. Масса

В динамике рассматривается влияние взаимодействий между телами на их механическое движение.

Сила – векторная физическая величина, являющаяся мерой взаимодействия тел или полей. Сила полностью определена, если заданы ее модуль, направление и точка приложения. Прямая, вдоль которой направлена сила, называется линией действия силы.

Силы взаимодействия между частями некоторой рассматриваемой системы тел называются *внутренними* силами. Силы воздействия на тела данной системы со стороны тел, не включенных в эту систему, называются *внешними* силами. Система тел, на каждое из которых не действуют внешние силы, называется *замкнутой* (изолированной) системой.

Если на материальную точку одновременно действует несколько сил, то они могут быть заменены одной силой F_{Σ} , называемой **равнодействующей силой** и равной их векторной сумме:

$$\vec{F}_{\Sigma} = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i. \quad (3.1.1)$$

Масса – физическая величина, определяющая инерционные (инертная масса) и гравитационные (гравитационная масса) свойства. В настоящее время доказано, что инертная и гравитационная массы равны.

В механике Ньютона считается, что

- масса тела не зависит от скорости его движения;
- масса тела равна сумме масс всех частиц (или материальных точек), из которых оно состоит;
- для данной совокупности тел выполняется закон сохранения массы: при любых процессах, происходящих в системе тел, ее масса остается неизменной.

3.2. Законы Ньютона

Первый закон Ньютона: любая материальная точка сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока внешние воздействия не изменят этого состояния. Системы отсчета, в которых выполняется первый закон Ньютона, называются *инерциальными* системами отсчета. Свойство тела сохранять состояние покоя или равномерного прямолинейного движения в отсутствие взаимодействия с другими телами называется *инертностью*.

Системы отсчета, в которых свободная материальная точка или свободное тело не сохраняют скорость движения неизменной, называются *неинерциальными* системами отсчета.

Второй закон Ньютона: ускорение, приобретаемое материальной точкой в инерциальной системе отсчета, прямо пропорционально вызывающей его силе, совпадает с нею по направлению и обратно пропорционально массе точки:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}. \quad (3.2.1)$$

Запишем (3.2.1) в виде

$$\vec{F} = m\vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt}. \quad (3.2.2)$$

Учитывая, что масса – величина постоянная, ее можно внести под знак производной:

$$\vec{F} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}). \quad (3.2.3)$$

Векторная величина, равная произведению массы точки на скорость ее движения называется импульсом \vec{p} материальной точки:

$$\vec{p} = m\vec{v}. \quad (3.2.4)$$

В результате имеем более общую форму второго закона Ньютона:

$$\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}. \quad (3.2.5)$$

Сила, действующая на материальную точку (тело), равна изменению импульса $\Delta\vec{p}$ точки (тела) за единичный промежуток времени. Сила является мерой изменения импульса точки (тела) за единичный промежуток времени.

Если на точку действует несколько сил, то

$$\vec{a} = \frac{\sum_{i=1}^n \vec{F}_i}{m} = \sum_{i=1}^n \vec{a}_i, \quad (3.2.6)$$

где $\vec{a}_i = \frac{\vec{F}_i}{m}$. Таким образом, если на точку действует одновременно несколько сил, то каждая из этих сил сообщает материальной точке ускорение согласно второму закону Ньютона, как будто других сил не было – *принцип независимости действия сил*.

Третий закон Ньютона: силы взаимодействия двух материальных точек в инерциальной системе отсчета равны по модулю, направлены в противоположные стороны и направлены вдоль одной прямой:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}, \quad (3.2.7)$$

где \vec{F}_{12} – сила, действующая на первую точку со стороны второй, а \vec{F}_{21} – сила, действующая на вторую точку со стороны первой. Знак минус в этом уравнении указывает на противоположную направленность векторов сил.

3.3. Силы в динамике

Сила тяготения

Закон всемирного тяготения: между двумя материальными точками массами m_1 и m_2 действуют силы взаимного притяжения (сила тяготения, гравитационная сила), прямо пропорциональные массам этих точек и обратно пропорциональные квадрату расстояния r между ними:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}. \quad (3.3.1)$$

Сила тяготения всегда является силой притяжения и направлена вдоль прямой, проходящей через взаимодействующие тела. G – гравитационная постоянная, $G = 6,6720 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$. Закон всемирного тяготения в указанной форме справедлив не только для материальных точек, но и для однородных шаров и сфер, центры масс которых находятся на расстоянии r друг от друга.

Сила тяжести.

Сила тяжести – гравитационная сила притяжения, действующая со стороны планеты на тело массой m . Всегда направлена вертикально вниз (к центру планеты) и приложена к центру тяжести тела (рис. 3.3.1). В соответствии со вторым законом Ньютона эта сила сообщает телу ускорение \vec{g} , которое называется *ускорением свободного падения*:

$$\vec{F} = m\vec{g}. \quad (3.3.2)$$

Сила тяжести и ускорение g

на поверхности планеты: $mg = G \frac{mM}{R^2}; \quad g = G \frac{M}{R^2}, \quad (3.3.3)$

на высоте h над поверхностью планеты: $mg = G \frac{mM}{(R+h)^2}; \quad g = G \frac{M}{(R+h)^2}. \quad (3.3.4)$

Здесь M – масса планеты, R – радиус планеты.

Из формул (3.3.2) и (3.3.3) видно, что сила тяжести и ускорение g с удалением от поверхности планеты уменьшаются; ускорение g не зависит от массы тела.

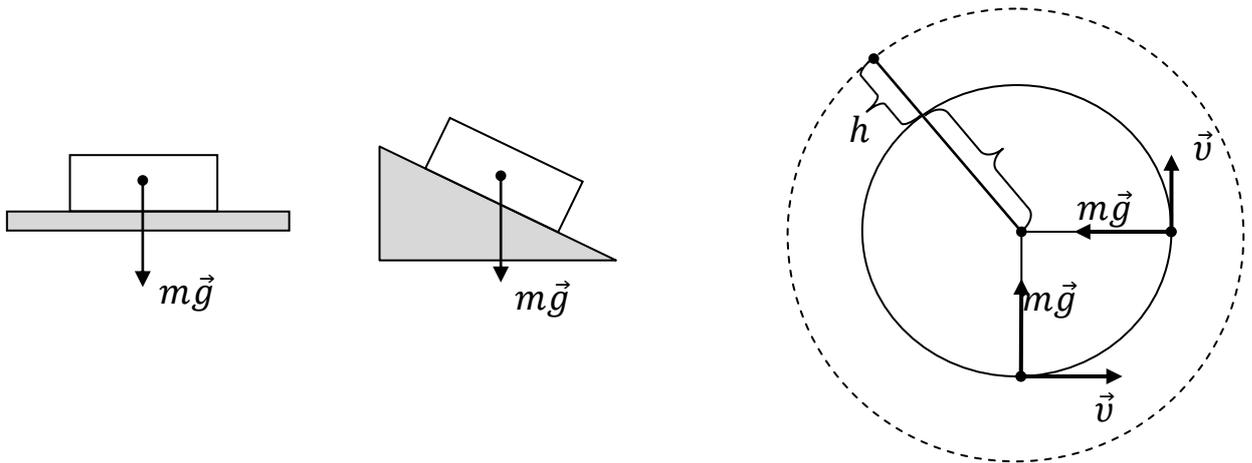


Рис. 3.3.1

Вес тела

Вес тела \vec{P} – сила, с которой тело действует на опору или подвес вследствие гравитационного притяжения к Земле. Сила \vec{P} приложена не к рассматриваемому телу, а к опоре или подвесу (рис. 3.3.2). Точка приложения веса – точка опоры или подвеса. (В случае опоры вес действует на всю площадь соприкосновения опоры и тела. В задачах считаем размеры тела малыми.) Если

- вес тела равен нулю, то тело находится в *состоянии невесомости*,
- вес тела больше силы тяжести, то тело находится в *состоянии перегрузки*,
- вес тела равен силе тяжести, то тело находится в *состоянии покоя* или *равномерного прямолинейного движения*.

Не следует путать вес \vec{P} и массу m !

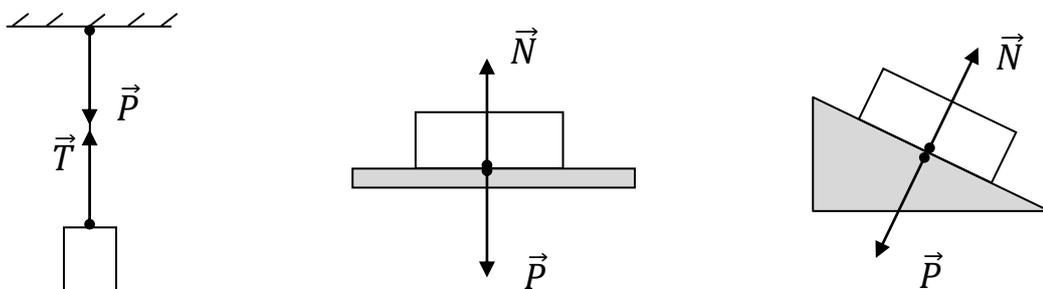


Рис. 3.3.2

Сила реакции опоры

Сила реакции опоры \vec{N} – сила, с которой опора действует на тело. Приложена к телу. Направлена перпендикулярно опоре.

Вес тела \vec{P} и сила реакции опоры \vec{N} равны по модулю и противоположны по направлению (см. рис. 3.3.2).

Силы упругости

Сила упругости – сила, возникающая при упругой деформации тела (сила, с которой деформированное тело действует на внешние тела).

Деформация – изменение формы или объема тела. Виды деформаций: растяжение, сжатие, изгиб (комбинированный случай одновременного сжатия и растяжения), сдвиг, кручение. Упругой называется деформация, при которой после прекращения действия внешних сил тело восстанавливает свою первоначальную форму или объем.

Закон Гука для одномерного растяжения или сжатия: сила упругости, возникающая при деформации тела, пропорциональна модулю деформации Δx и противоположно направлена ей:

$$\vec{F} = -k\Delta\vec{x}, \quad (3.3.5)$$

где $\Delta\vec{x}$ – вектор деформации (удлинения или сжатия), k – **жесткость** или **коэффициент упругости** – величина, определяемая силой упругости, возникающей при единичной деформации тела. Знак минус указывает на противоположное направление векторов \vec{F} и $\Delta\vec{x}$. Сила упругости действует между соприкасающимися слоями деформируемого тела или в месте контакта деформируемого тела с телом, вызывающим деформацию. Силами упругости являются: **сила реакции опоры** \vec{N} – всегда перпендикулярна опоре.

сила натяжения нити \vec{T} – всегда направлена вдоль оси подвеса.

сила Архимеда \vec{F}_A – всегда противоположна силе тяжести.

Силы трения

Внешнее трение – взаимодействие между различными соприкасающимися телами, препятствующее их относительному перемещению.

Внутреннее трение – трение между частями одного и того же тела.

Жидкое (вязкое) трение – трение между поверхностью твердого тела и окружающей его жидкой или газообразной средой, в которой тело движется.

Сухое трение – трение между поверхностями двух соприкасающихся тел при отсутствии между ними жидкой или газообразной прослойки. Сухое трение делится:

- на трение покоя – трение при отсутствии относительного перемещения соприкасающихся тел;

- трение скольжения – трение при относительном движении соприкасающихся тел.
- трение качения – проявляется в том случае, когда тело катится по опоре.

Во всех видах трения возникает сила трения, направленная вдоль поверхностей соприкасающихся тел противоположно скорости их относительного перемещения.

В простейшей модели сухого трения выполняются следующие законы:

- Максимальная величина силы трения покоя равна силе трения скольжения.
- Абсолютная величина силы трения скольжения прямо пропорциональна силе реакции опоры:

$$F_{\text{тр}} = \mu N. \quad (3.3.6)$$

- Коэффициент трения μ не зависит от скорости движения тела по шероховатой поверхности.
- Коэффициент трения не зависит от площади соприкасающихся поверхностей.
- Коэффициент трения покоя зависит от материала соприкасающихся тел, от качества обработки соприкасающихся поверхностей.
- Коэффициент трения качения обратно пропорционален радиусу R катящегося тела:

$$\mu = \frac{\eta}{R}. \quad (3.3.7)$$

Здесь η – коэффициент трения качения. $0 < \mu \leq 1$.

Задача 3.1. При строительстве жилого дома используется подъемный кран. Трос крана выдерживает силу натяжения $T = 4000$ Н. С каким наибольшим ускорением a можно поднимать бетонную плиту массой $m = 200$ кг, чтобы трос при этом не разорвался?

Решение. На рис. 1 указаны направления сил, действующих на плиту скорости движения и ускорения. Векторы \vec{v} и \vec{a} сонаправлены, т.к. движение ускоренное, а не замедленное. Второй закон Ньютона в векторном виде имеет вид

$$m\vec{g} + \vec{T} = m\vec{a}.$$

Проекция этого уравнения на ось OY:

$$-mg + T = ma.$$

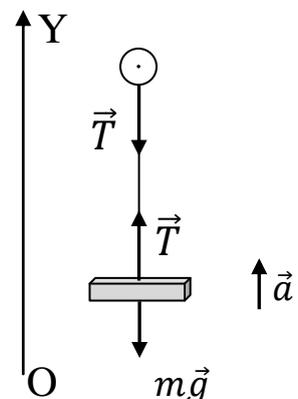


Рис. 1

Выразим ускорение и подставим числовые данные:

$$a = \frac{T - mg}{m},$$

$$a = \frac{4000\text{Н} - 350\text{кг} \cdot 10\text{м/с}^2}{350\text{кг}} \approx \frac{1,43\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Ответ: наибольшее ускорение $a \approx 1,43 \text{ м/с}^2$.

Силы инерции

Силы являются *причиной* ускорения. Ускорение возникает в направлении действия силы. **Силы инерции** возникают как *следствие* ускорений. Силы, вызывающие ускорение и силы инерции, всегда равны по величине и противоположно направлены:

$$\vec{F}_{ин} = -m\vec{a}. \quad (3.3.8)$$

Силы инерции возникают только в системе отсчета, движущейся с ускорением.

3.4. Работа силы, мощность, коэффициент полезного действия

Работа A силы при прямолинейном движении материальной точки и поступательном движении абсолютно твердого тела определяется соотношением

$$A = F_S S = F S \cos \alpha, \quad (3.4.1)$$

где S – перемещение тела под действием силы F , α – угол между направлением силы и направлением перемещения, F_S – проекция вектора сила на направление перемещения (рис. 3.4.1).

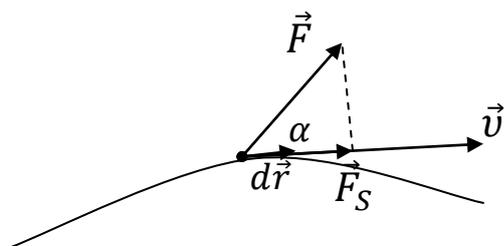


Рис. 3.4.1

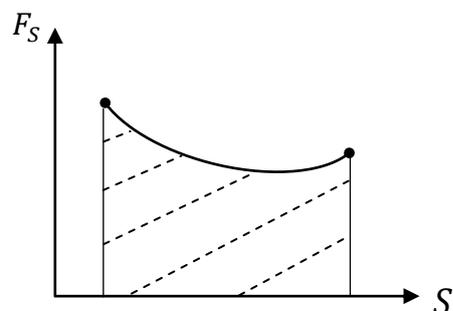


Рис. 3.4.2

Искомая работа A на графике зависимости F_S от S равна площади фигуры под кривой (см. рис. 3.4.2).

В зависимости от взаимной ориентации векторов силы и перемещения работа может быть величиной положительной, отрицательной или равной нулю. Из (3.4.1) следует, что если:

- $\alpha < \pi/2$, $A > 0$,
- $\alpha > \pi/2$, $A < 0$,
- $\alpha = \pi/2$, $A = 0$.

Задача 3.2. По строительной площадке равномерно перемещают стальную балку на расстояние $S = 500$ м, действуя на нее с силой $F = 5000$ Н, направленной под углом $\varphi = 60^\circ$ к горизонту. Каковы работы сил, действующих на балку во время движения?

Решение. Силы, действующие на балку, показаны на рис. 1. Для определения работ этих сил, согласно (3.4.1), необходимо знать модули сил и углы между каждой силой и направлением движения. Из рис. 1 следует:

- угол между \vec{F} и \vec{v} 60° ,
- угол между \vec{N} и \vec{v} 90° ,
- угол между $m\vec{g}$ и \vec{v} 90° ,
- угол между $\vec{F}_{\text{тр}}$ и \vec{v} 180° .

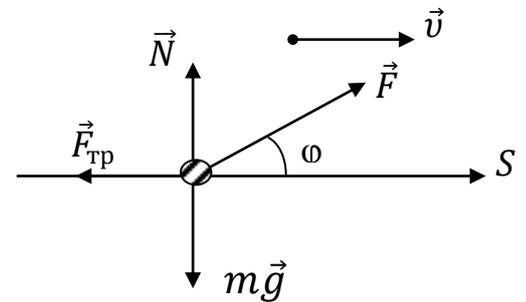


Рис. 1

Чтобы найти модуль силы трения, запишем второй закон Ньютона в векторном виде. Так как по условию задачи движение равномерное ($\vec{a}=0$), векторная сумма сил равна нулю.

$$\vec{F} + \vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_{\text{тр}} = 0.$$

Проекция этого уравнения на ось OX, направленную горизонтально вправо:

$$F \cos \varphi + 0 + 0 - F_{\text{тр}} = 0.$$

Таким образом,

$$F_{\text{тр}} = F \cos \varphi = 5000 \text{ Н} \cdot \cos 60 = 2500 \text{ Н}.$$

Рассчитаем работы сил:

$$A_F = F S \cos 60 = 5000 \cdot 500 \cdot 1/2 = 1250000 \text{ Дж} = 1,25 \text{ МДж},$$

$$A_N = N S \cos 0 = 0 \text{ Дж},$$

$$A_{mg} = mg S \cos 0 = 0 \text{ Дж},$$

$$A_{F_{тр}} = F_{тр} S \cos 180 = 2500 \cdot 500 \cdot (-1) = -1250000 \text{ Дж} = -1,25 \text{ МДж}.$$

Ответ: $A_F = 1,25 \text{ МДж}$; $A_N = 0 \text{ Дж}$; $A_{mg} = 0 \text{ Дж}$; $A_{F_{тр}} = -1,25 \text{ МДж}$.

Мощность P – характеризует скорость совершения работы:

$$P = \frac{dA}{dt}. \quad (3.4.2)$$

Если учесть, что $dA = \vec{F} d\vec{r}$, получим

$$P = \frac{\vec{F} d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \vec{v}. \quad (3.4.3)$$

То есть мощность равна скалярному произведению вектора силы на вектор скорости, с которой движется точка приложения этой силы. Единица измерения: $[P] = [\text{Вт}]$.

Коэффициент полезного действия представляет собой отношение отдаваемой мощности $P_{отд}$ к подводимой мощности $P_{подв}$:

$$\eta = \frac{P_{отд}}{P_{подв}} \cdot 100 \%. \quad (3.4.4)$$

Часто бывает целесообразно определить КПД не как отношение мощностей, а как отношение работ (полезной работы к затраченной), особенно в тех случаях, когда работа над телом совершается не одновременно с работой, производимой самим телом, и с другой скоростью:

$$\eta = \frac{A_{пол}}{A_{затр}} \cdot 100 \%. \quad (3.4.5)$$

Вследствие неизбежных потерь КПД всегда меньше единицы:

$$\eta < 1.$$

4. ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ

4.1. Импульс тела. Закон сохранения импульса

Импульс тела \vec{p} – физическая величина, равная произведению массы тела m на скорость его движения \vec{v} . Импульс тела – векторная величина. Вектор \vec{p} сонаправлен с вектором \vec{v} . Единица измерения: $[p] = \left[\text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}} \right]$.

Импульс одного тела:
$$\vec{p} = m\vec{v}. \quad (4.1.1)$$

Изменение импульса одного тела $\Delta\vec{p}$:
$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_{\text{конечн}} - \vec{p}_{\text{начальн}}. \quad (4.1.2)$$

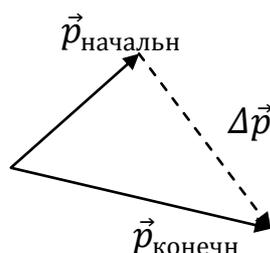


Рис. 4.1.1

Вектор $\Delta\vec{p}$ направлен из конца вектора $\vec{p}_{\text{начальн}}$ в конец вектора $\vec{p}_{\text{конечн}}$ (рис. 4.1.1.)

Импульс системы тел:
$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 + \dots + \vec{p}_n. \quad (4.1.3)$$

Закон сохранения импульса:
$$\vec{p} = \text{const}. \quad (4.1.4)$$

Импульс замкнутой системы тел не изменяется с течением времени

Закон сохранения импульса выполняется и для незамкнутой системы, если:

- геометрическая сумма внешних сил равна нулю,
- проекции внешних сил на направление движения равны нулю.

Для двух тел закон сохранения имеет вид
$$\vec{p}_{01} + \vec{p}_{02} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 \quad (4.1.5)$$

(импульс системы двух тел до взаимодействия равен импульсу системы после взаимодействия).

4.2. Механическая энергия. Закон сохранения механической энергии

Энергией называется скалярная физическая величина, являющаяся единой мерой различных форм движения материи и мерой перехода движения материи из одних форм в другие.

Кинетическая энергия механической системы – энергия механического движения системы:

$$E_K = \frac{mv^2}{2}. \quad (4.2.1)$$

Потенциальная энергия – механическая энергия системы тел, определяемая их взаимным расположением и характером сил взаимодействия между ними.

Потенциальная энергия тела, поднятого на высоту h над Землей:

$$E_{II} = mgh. \quad (4.2.2)$$

Потенциальная энергия упруго деформированного тела:

$$E_{II} = \frac{k\Delta x^2}{2}. \quad (4.2.3)$$

Полная механическая энергия системы E характеризует движение и взаимодействие тел и равна сумме кинетической E_K и потенциальной E_{II} энергий:

$$E = E_K + E_{II}. \quad (4.2.4)$$

Закон сохранения механической энергии: $E = \text{const.}$ (4.2.5)

Полная механическая энергия консервативной системы сохраняется постоянной

Консервативными называются системы, в которых действуют потенциальные силы. **Потенциальными** называются силы, работа которых зависит только от начального и конечного положения движущейся материальной точки или тела и не зависит от формы траектории. При замкнутой траектории работа потенциальной силы всегда равна нулю. Силы, работа которых зависит от формы траектории, называются **непотенциальными**.

При переходе одного тела из начального положения в конечное закон сохранения имеет вид

$$E_{K1} + E_{II1} = E_{K2} + E_{II2}. \quad (4.2.6)$$

Если система не является консервативной, то полная механическая энергия не сохраняется. Ее изменение равно работе этих сил. Так, если на систему действуют, например, сила трения и сила тяги, имеем

$$(E_{K2} + E_{II2}) - (E_{K1} + E_{II1}) = A_{F_{тр}} + A_{F_{тяги}}. \quad (4.2.7)$$

4.3. Удар

Удар – столкновение двух или более тел, при котором взаимодействие длится очень короткое время. Ударные силы столь велики, что внешними силами можно пренебречь. Это позволяет в момент удара рассматривать систему как замкнутую и применять к ней закон сохранения импульса.

Центральный удар – тела до удара движутся вдоль прямой, проходящей через их центры масс.

Центр масс – точка, в которой может считаться сосредоточенной масса тела при его поступательном движении. Радиус – вектор центра масс определяется выражением

$$\vec{r}_C = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^n m_i}. \quad (4.3.1)$$

Упругий удар – взаимодействие двух тел, в результате которого тела движутся с разными скоростями (бильярдные шары). При этом внутренняя энергия взаимодействующих частиц не изменяется. Вследствие этого при упругом ударе не изменяется механическая энергия системы.

Неупругий удар – взаимодействие двух тел, в результате которого тела объединяются, двигаясь дальше как единое целое (пластилиновые шарики). При этом внутренняя энергия взаимодействующих частиц изменяется. Вследствие этого при неупругом ударе механическая энергия не сохраняется, переходя в тепловую или другие формы энергии.

Частным случаем неупругого удара является абсолютно неупругий удар – столкновение двух тел, в результате которого тела объединяются, двигаясь дальше как единое целое.

Задача 4.1. Для забивания сваи в грунт с высоты $h = 10$ м над уровнем земли отпускают груз массы $m_\Gamma = 200$ кг. До удара о сваю груз свободно движется. Масса сваи $m_C = 300$ кг, высота сваи $L = 6$ м. Сила сопротивления грунта движению сваи $F = 20$ кН. Размеры груза по сравнению с размерами сваи малы. На какую глубину H войдет свая в грунт после одного удара?

Решение. Так как до удара о сваю груз движется свободно, то система является консервативной, а значит, можно применить закон сохранения энергии. При переходе груза из положения 1 (рис. 1.) в положение 2 имеем

$$E_{K1} + E_{П1} = E_{K2} + E_{П2}.$$

Учитывая, что в точке 1 груз не имеет кинетической энергии, а в точке 2 – потенциальной уравнение принимает вид

$$E_{П1} = E_{K2} + E_{П2} \quad \text{или} \quad m_\Gamma gh = E_{K2} + m_\Gamma gL.$$

Выразим E_{K2} :

$$E_{K2} = m_{\Gamma}gh - m_{\Gamma}gL = m_{\Gamma}g(h - L).$$

Из этого соотношения найдем скорость груза v_{Γ} :

$$E_{K2} = \frac{m_{\Gamma}v_{\Gamma}^2}{2} \Rightarrow$$

$$v_{\Gamma} = \sqrt{\frac{2E_{K2}}{m_{\Gamma}}} = \sqrt{\frac{2m_{\Gamma}g(h-L)}{m_{\Gamma}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 200 \text{ кг} \cdot 10 \frac{\text{М}}{\text{с}^2} (10-6) \text{ м}}{200 \text{ кг}}} = \sqrt{80 \text{ м}^2/\text{с}^2} \approx 8,94 \text{ м/с}.$$

В момент удара свая начинает двигаться со скоростью v , которую можно определить из закона сохранения импульса (4.1.5). Непосредственно перед ударом импульс сваи равен нулю, т.к. она покоится, а после удара груз и свая движутся с одной скоростью v . Запишем закон сохранения импульса в проекции на ось ОУ, направленную вертикально вниз:

$$m_{\Gamma}v_{\Gamma} + 0 = (m_{\Gamma} + m_{\text{С}})v.$$

Выразим из этого выражения совместную скорость сваи и груза и рассчитаем ее:

$$v = \frac{m_{\Gamma}v_{\Gamma}}{(m_{\Gamma} + m_{\text{С}})} = \frac{200\sqrt{80}}{(200 + 300)} = 3,6 \text{ м/с}.$$

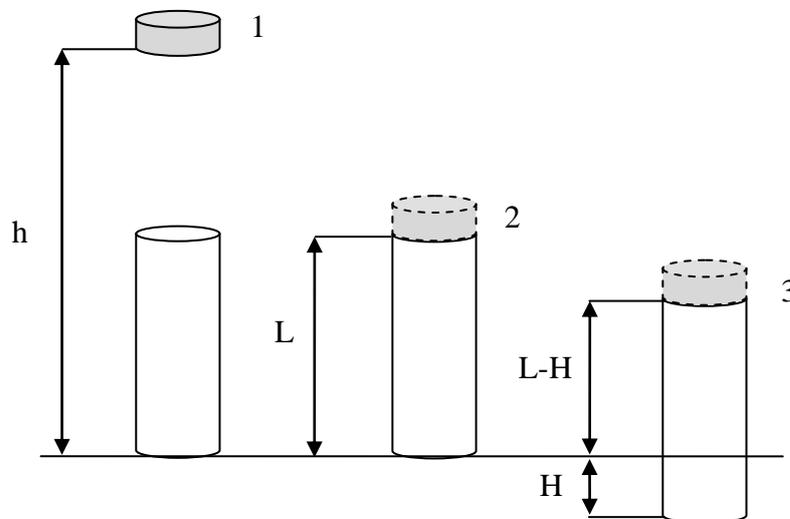


Рис. 1

Для определения глубины погружения сваи рассмотрим движение системы «груз+свая» на участке движения 2-3. На этом участке действует сила трения, т.е. система не является консервативной и закон сохранения энергии применить нельзя. Изменение полной механической энергии для центра тяжести сваи равно

$$(E_{K3} + E_{П3}) - (E_{K2} + E_{П2}) = A_{Fmp}.$$

В точке 2 верхний край сваи находился на высоте L над поверхностью земли, в точке 3 на высоте $L - H$. В точке 3 система «груз+свая» останавливается – кинетическая энергия равна нулю. Массу системы «груз+свая» определим как $M = m_{Г} + m_{С}$.

В связи с этим перепишем последнюю формулу:

$$(0 + Mg(L - H)) - \left(\frac{Mv^2}{2} + MgL\right) = FH\cos 180.$$

Преобразуем и произведем расчеты:

$$MgL - MgH - \frac{Mv^2}{2} - MgL = -FH,$$

$$-MgH - \frac{Mv^2}{2} = -FH,$$

$$FH - MgH = \frac{Mv^2}{2},$$

$$H(F - Mg) = \frac{Mv^2}{2},$$

$$H = \frac{Mv^2}{2F - Mg} = \frac{(m_{Г} + m_{С})v^2}{2F - (m_{Г} + m_{С})g},$$

$$H = \frac{(200 + 300)12,8}{2(20000 - (200 + 300)10)} = 0,21 \text{ м.}$$

Ответ: свая углубится на расстояние $H = 0,21$ м.

5. ДИНАМИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ.

5.1. Момент инерции

Вращательным называется движение, при котором все точки тела описывают окружности, центры которых лежат на одной прямой, называемой осью вращения. Важность изучения этого вида движения определяется тем, что такое движение совершают многие детали технических устройств – колеса, маховики. Эти детали мало деформируются, что позволяет использовать для описания их движения модель абсолютно твердого тела. При изучении вращения твердых тел используется понятие момента инерции.

Моментом инерции тела J относительно неподвижной оси вращения O называется физическая величина, равная сумме произведений масс m_i материальных точек тела на квадраты расстояний r_i от этих точек до рассматриваемой оси (рис. 5.1.1):

$$J = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2. \quad (5.1.1)$$

Момент инерции – мера инертности твердых тел при вращательном движении. Он играет такую же роль, что и масса при описании поступательного движения тела. Но если масса данного тела в задачах ньютоновской механики считается величиной постоянной, то момент инерции данного тела зависит от положения оси вращения. Единица измерения момента инерции – $[\text{кг} \cdot \text{м}^2]$.

В случае сплошного твердого тела, т.е. непрерывного распределения масс, тело разбивается на бесконечно малые части. Суммирование в этом случае заменяется интегрированием по всему объему тела:

$$J = \int_V r^2 dm, \quad (5.1.2)$$

где dm – масса бесконечно малого объема тела. Момент инерции – величина аддитивная, то есть момент инерции тела относительно некоторой оси равен сумме моментов инерции частей тела относительно той же оси. Расчет момента инерции в общем случае является сложным, однако он значительно упрощается для однородных тел, ось вращения которых проходит через их центр инерции. В табл. 5.1.1 приведены значения моментов инерции для некоторых однородных тел.

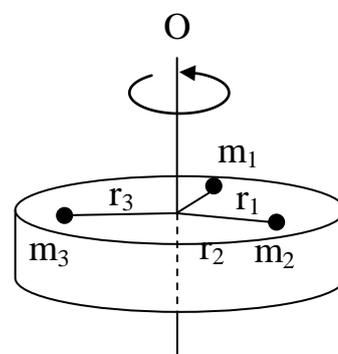
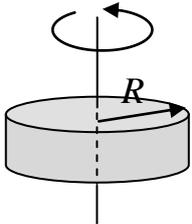
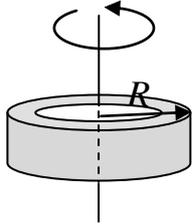
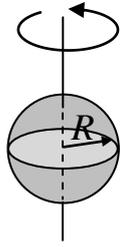
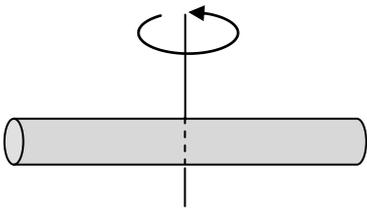


Рис. 5.1.1

Таблица 5.1.1

Тело	Положение оси вращения	Момент инерции
Однородный сплошной цилиндр		$J_C = \frac{1}{2} mR^2$
Однородный полый цилиндр		$J_C = mR^2$
Однородный шар		$J_C = \frac{2}{5} mR^2$
Стержень длиной l		$J_C = \frac{1}{12} ml^2$

Если ось вращения не проходит через центр инерции тела, для определения момента инерции используется **теорема Штейнера**:

$$J = J_C + md^2. \quad (5.1.3)$$

Здесь J – момент инерции тела относительно произвольной оси, J_C – момент инерции тела относительно оси вращения, проходящей через центр инерции тела, d – расстояние между параллельными осями.

5.2. Кинетическая энергия вращения

Кинетическая энергия тела, вращающегося вокруг неподвижной оси:

$$E_K = \frac{J\omega^2}{2}, \quad (5.2.1)$$

где ω – угловая скорость

Кинетическая энергия тела, вращающегося вокруг подвижной оси (например, цилиндр, скатывающийся с наклонной плоскости без скольжения):

$$E_K = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}. \quad (5.2.2)$$

Задача 5.1. В начальный момент однородная свая длиной $l = 1,6$ м находится в вертикальном положении. Какова скорость середины сваи в момент ее падения на землю? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Решение. Запишем закон сохранения механической энергии сваи при ее переходе из положения 1 в положение 2 (рис. 1):

$$E_{K1} + E_{П1} = E_{K2} + E_{П2}.$$

В положении 1 середина сваи обладает только потенциальной энергией, а в положении 2 – только кинетической. Падая, свая совершает вращательное движение вокруг неподвижной оси, проходящей через точку O , т.е. обладает только кинетической энергией вращательного движения, определяемой по формуле (5.2.1). Закон сохранения энергии принимает вид

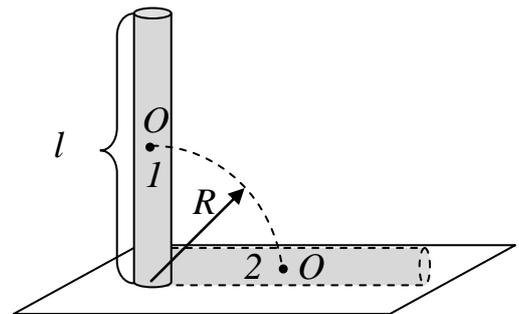


Рис. 1

$$0 + mg \frac{l}{2} = \frac{J\omega^2}{2} + 0.$$

Угловая скорость ω связана с линейной v соотношением $\omega = \frac{v}{R}$, где радиус окружности R равен половине длины сваи. Значит,

$$\omega = \frac{2v}{l}.$$

Момент инерции J найдем по теореме Штейнера (5.1.3), т.к. вращение происходит вокруг оси, не проходящей через центр инерции сваи:

$$J = J_C + md^2 = \frac{1}{12}ml^2 + m\left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{ml^2 + 3ml^2}{12} = \frac{ml^2}{3}.$$

Подставим эти выражения в закон сохранения энергии и сделаем необходимые преобразования:

$$mg \frac{l}{2} = \frac{\frac{ml^2}{3} \left(\frac{2v}{l}\right)^2}{2} = \frac{2mv^2}{3}.$$

Выразим отсюда скорость v и подставим числовые данные:

$$v = \frac{3}{4}gl = \frac{3}{4}10 \cdot 1,6 = 12 \text{ м/с}.$$

Ответ: скорость середины сваи в момент падения $v = 12 \text{ м/с}$.

5.3. Уравнение динамики вращательного движения

Моментом силы называется величина \vec{M} , определяемая векторным произведением радиуса-вектора \vec{r} , проведенного из точки O (рис. 5.3.1), через которую проходит ось вращения, в точку приложения силы, на силу \vec{F} :

$$\vec{M} = [\vec{r}\vec{F}]. \quad (5.3.1)$$

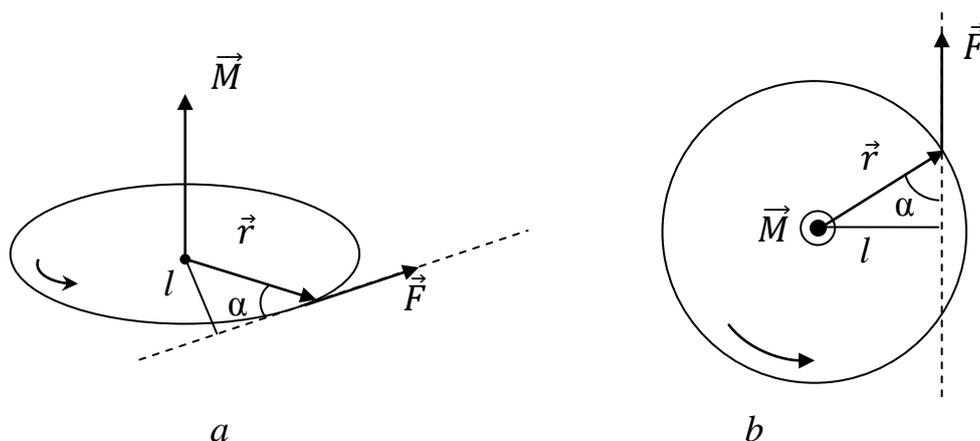


Рис. 5.3.1

Направление вектора \vec{M} определяется **правилом буравчика**: направление вектора \vec{M} совпадает с направлением поступательного движения правого винта при его вращении от \vec{r} к \vec{F} . На рис. 5.3.1, *a* вращение тела происходит в

горизонтальной плоскости против часовой стрелки под действием горизонтальной силы \vec{F} : вектор \vec{M} направлен вертикально вверх. На рис. 5.3.1, *b* вращение тела происходит в вертикальной плоскости против часовой стрелки под действием вертикальной силы \vec{F} : вектор \vec{M} направлен горизонтально из плоскости листа.

Модуль момента силы:

$$M = rF \sin \alpha, \quad (5.3.2)$$

r и F – модули радиус-вектора и силы соответственно; α – угол между радиус-вектором и вектором силы.

Плечо силы l – кратчайшее расстояние от оси вращения до линии действия силы. *Линия действия силы* – это бесконечная линия, проведенная через вектор силы (на рис. 5.3.1 линия действия силы обозначена пунктиром). Из рисунка видно, что $l = r \sin \alpha$, поэтому момент силы может быть определен как

$$M = Fl. \quad (5.3.3)$$

Суммарный момент нескольких сил, действующих на тело, равен векторной сумме моментов всех сил относительно данной оси:

$$\vec{M} = \sum_{i=1}^N \vec{M}_i. \quad (5.3.4)$$

Основной закон динамики вращательного движения: в инерциальной системе отсчета угловое ускорение $\vec{\epsilon}$, приобретаемое телом, вращающимся относительно неподвижной оси, пропорционально суммарному моменту \vec{M} всех внешних сил, действующих на тело, и обратно пропорционально моменту инерции J тела относительно данной оси:

$$\vec{M} = J\vec{\epsilon}. \quad (5.3.5)$$

Задача 5.2. Груз удерживают на месте с помощью рычага, приложив вертикальную силу $F = 400$ Н (рис. 1, *a*). Рычаг состоит из шарнира и однородного стержня массой $m_C = 20$ кг и длиной $L = 4$ м. Расстояние от оси шарнира до точки подвеса груза $a = 1$ м. Чему равна масса груза m_T ?

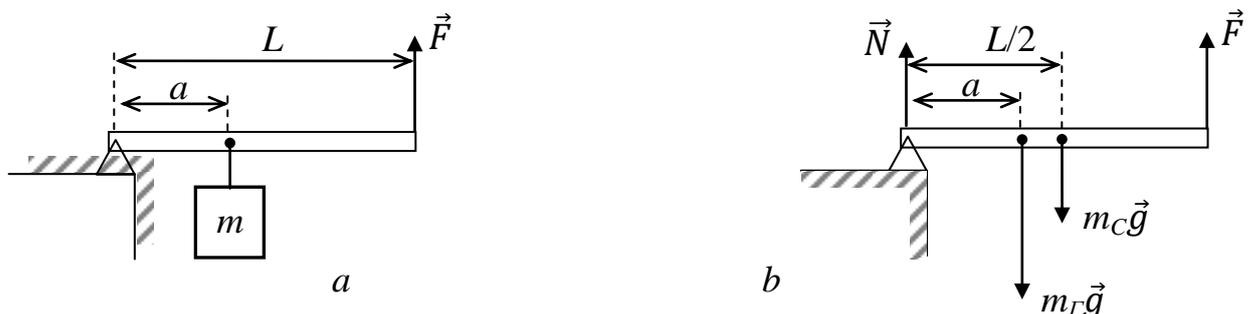


Рис. 1
36

Решение. Из условия задачи следует, что рычаг находится в равновесии. Одним из условий равновесия является равенство нулю векторной суммы моментов всех сил, действующих на рычаг:

$$\sum_{i=1}^N \vec{M}_i = 0.$$

В данной задаче на рычаг действуют, как видно из рис. 1, четыре силы, а, значит, и четыре момента сил:

$$\vec{M}_N + \vec{M}_{m_c} + \vec{M}_{m_\Gamma} + \vec{M}_F = 0.$$

Значение каждого момента найдем по формуле (5.3.3), подставляя в нее соответствующие силы и плечи. Из рис. 1, *b* видно, что плечо силы N равно нулю, т.к. сила N и ось вращения, перпендикулярная плоскости рисунка, проходят через одну точку O . Плечо силы тяжести рычага равно половине длины рычага, т.к. стержень однородный и, значит, сила тяжести приложена к его геометрическому центру.

$$M_N = N \cdot 0, \quad M_{m_c} = (m_c g) \frac{L}{2},$$

$$M_{m_\Gamma} = (m_\Gamma g) a, \quad M_F = FL.$$

Направления каждого момента определим по правилу буравчика (рис. 5.3.1). Направим ось Ox перпендикулярно плоскости листа (от читателя) и спроецируем на нее каждый вектор \vec{M} :

$$M_N + M_{m_c} + M_{m_\Gamma} - M_F = 0$$

или

$$0 + (m_c g) \frac{L}{2} + (m_\Gamma g) a - FL = 0.$$

Выразим m_Γ и подставим числовые данные:

$$m_\Gamma = \frac{FL - (m_c g) \frac{L}{2}}{ga} = \frac{400 \cdot 4 - 20 \cdot 10 \cdot \frac{4}{2}}{10 \cdot 1} = 120 \text{ кг.}$$

Ответ: масса груза $m_\Gamma = 120$ кг.

5.4. Момент импульса

Моментом импульса точки (моментом количества движения точки) относительно некоторой неподвижной оси называется величина L , определяемая векторным произведением радиуса-вектора \vec{r} и импульса материальной точки:

$$\vec{L} = [\vec{r}\vec{p}]. \quad (5.4.1)$$

Направление \vec{L} совпадает с направлением поступательного движения правого винта при его вращении от \vec{r} к \vec{p} . Модуль момента импульса:

$$L = rps\sin\alpha, \quad (5.4.2)$$

r и p – модули радиус-вектора и импульса соответственно; α – угол между радиус-вектором и вектором импульса.

Моментом импульса тела (моментом количества движения тела) относительно некоторой неподвижной оси называется величина L , равная сумме моментов импульсов всех N точек тела относительно этой оси:

$$L = \sum_{i=1}^N L_i. \quad (5.4.3)$$

Или момент импульса равен произведению момента инерции J тела на угловую скорость ω его движения вокруг этой оси:

$$L = J\omega. \quad (5.4.4)$$

С учетом момента импульса уравнение основного закона динамики вращательного движения принимает вид

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}. \quad (5.4.5)$$

Здесь \vec{M} – суммарный момент внутренних и внешних сил, действующих на тело ($\vec{M} = M_{\text{внутр}} + M_{\text{внеш}}$). Суммарный момент всех внутренних сил взаимодействия частей тела относительно оси вращения всегда равен нулю, так как моменты внутренних сил взаимодействия частей тела попарно компенсируются и не приводят к изменению момента импульса тела. Если внешние силы отсутствуют или компенсируют друг друга (система является замкнутой), то и суммарный момент внешних сил равен нулю. Таким образом, из (5.4.5) следует закон сохранения момента импульса:

$$\vec{L} = \text{const}. \quad (5.4.6)$$

6. ОСНОВЫ МОЛЕКУЛЯРНОЙ ФИЗИКИ

6.1. Основные положения молекулярно-кинетической теории. Основные определения и формулы

Молекулярно-кинетической теорией (МКТ) называется учение, которое объясняет строение и свойства тел движением и взаимодействием атомов и молекул, из которых состоят тела.

Основные положения МКТ:

1. Все тела состоят из частиц: молекул и атомов, в состав которых входят более мелкие элементарные частицы.
2. Частицы, из которых состоят тела, находятся в непрерывном хаотическом движении.
3. Между частицами любого тела существуют силы взаимодействия: притяжения и отталкивания.

Молекула – наименьшая устойчивая частица какого-либо вещества, обладающая его химическими свойствами. Молекула состоит из одного или нескольких атомов одинаковых или различных химических элементов.

Атом – наименьшая частица данного химического элемента; состоит из положительно заряженного ядра (соединенные протоны и нейтроны), вокруг которого на расстояниях, превышающих размер ядра более чем в 1000 раз, вращаются электроны. Атомы и молекулы электрически нейтральны.

Броуновское движение – непрерывное хаотическое движение частиц, помещенных в жидкость или газ в такие условия, при которых сила тяжести не влияет на их движение (взвешенные частицы). Причиной броуновского движения частиц являются непрерывные беспорядочные соударения этих частиц с молекулами жидкости (газа).

Постоянная Больцмана $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К.

Число Авогадро $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹.

Универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/моль·К.

$$R = kN_A . \quad (6.1.1)$$

Количество вещества ν – физическая величина, характеризующая число структурных единиц в теле. Единицей измерения количества вещества является моль (моль). В одной структурной единице (в одном моле) содержится $6,02 \cdot 10^{23}$ атомов (молекул). Такое число атомов называется **числом Авогадро N_A** .

Количество вещества равно отношению числа N атомов (молекул) в теле к числу Авогадро N_A или массы тела m к его молярной массе M :

$$\nu = \frac{N}{N_A} \quad \text{или} \quad \nu = \frac{m}{M} . \quad (6.1.2)$$

Молярная масса M – масса одного моля. Единица измерения молярной массы – килограмм на моль (кг/моль). Молярные массы веществ, молекулы которых состоят из одного атома, приведены в Периодической системе Менделеева в г/моль, что следует учитывать при решении задач.

Задача 6.1. На основе молярной массы и числа Авогадро рассчитать массу и размер одной молекулы вещества. Для определения массы воспользуемся соотношениями (6.1). Учитывая, что $N = 1$ получим формулу для **массы молекулы**:

$$m_0 = \frac{M}{N_A}.$$

Размер молекулы может быть оценен как размер a кубика, в котором содержится одна молекула (рис. 1):

$$a = \sqrt[3]{V}.$$

А объем кубика V , в свою очередь, равен отношению массы молекулы m_0 к плотности вещества ρ :

$$V = \frac{m_0}{\rho}.$$

Таким образом, получим формулу для расчета **размера молекулы**:

$$a = \sqrt[3]{\frac{m_0}{\rho}} = \sqrt[3]{\frac{M}{N_A \rho}}.$$

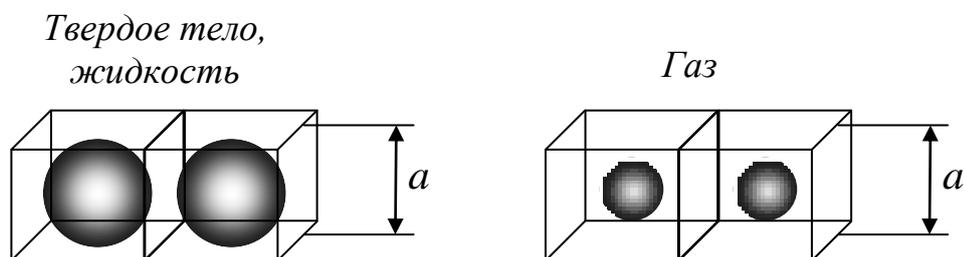


Рис. 1

Молярный объем – объем, занимаемый одним молем газа. Единица молярного объема – м³/моль:

$$V_M = V \frac{M}{m}. \quad (6.1.3)$$

Закон Дальтона: давление смеси идеальных газов равно сумме парциальных давлений, входящих в нее газов:

$$P = P_1 + P_2 + \dots + P_n. \quad (6.1.3)$$

Парциальное давление – давление, которое производил бы газ, входящий в состав газовой смеси, если бы он занимал объем, равный объему смеси при той же температуре.

Число степеней свободы i – число независимых переменных (обобщенных координат), необходимых для полного описания движения механической системы.

6.2. Идеальный газ

Идеальный газ – идеализированная модель реальных газов. Идеальным газом называется газ, который удовлетворяет следующим условиям:

- молекулы газа не взаимодействуют друг с другом,
- соударения молекул друг с другом и со стенками сосуда абсолютно упругие.
- собственный объем молекул пренебрежимо мал по отношению к размерам сосуда, в котором находится газ.

Система, состоящая из большого числа молекул, называется *макросистемой*. Равновесное состояние макросистемы описывается так называемыми параметрами состояния. Различают микропараметры и макропараметры состояния. К *микропараметрам* относят массу молекул, среднюю квадратичную скорость молекул, среднюю кинетическую энергию молекул и др. Это такие параметры, которые можно отнести к одной молекуле макросистемы.

Макропараметры состояния характеризуют равновесную систему в целом. К ним относятся:

- **объем V** – количественная характеристика пространства, занимаемого веществом,
- **давление P** – физическая величина, равная модулю перпендикулярной составляющей силы, действующей на единицу площади поверхности тела,
- **температура T** – физическая величина, характеризующая состояние термодинамического равновесия, т.е. состояние, которое с течением времени не изменяется,
- **плотность ρ** – величина, показывающая, чему равна масса вещества в единице объема: $\rho = \frac{m}{V}$,
- **концентрация n** – число молекул (атомов молей) в единице объема: $n = \frac{N}{V}$.

Связь между макропараметрами состояния дает **уравнение состояния**:

$$P = nkT \quad (6.2.1)$$

или

$$PV = \nu RT. \quad (6.2.2)$$

Уравнение (6.2.2) называется уравнением **Менделеева-Клапейрона**.

Единицы измерения в системе СИ перечисленных выше физических величин:

P – [Па] (*Паскаль*),

V – [м³] (1л=10⁻³ м³),

T – [К] (*Кельвин*) $T, K = t, ^\circ C + 273$,

n – [1/м³],

ρ – [кг/м³].

Задача 6.2. Аквалангисту необходимо провести ремонтные работы подводной части моста. При этом 10 мин он затрачивает на осмотр поврежденной части и 20 мин на ее ремонт. Известно, что давление воздуха в баллоне на момент начала осмотра $P_0 = 1,5 \cdot 10^7$ Па. К концу осмотра давление уменьшилось на 20 %. Когда же был закончен ремонт, давление упало до $P_2 = 0,3 \cdot 10^7$ Па. Какая масса воздуха Δm была израсходована аквалангистом за время ремонта, если в баллон входит $V = 700$ л воздуха, взятого при нормальном давлении? Плотность воздуха ρ_1 считать равной 17,5 кг/м³, температуру воды неизменной.

Решение. Параметры воздуха связаны уравнением Менделеева-Клапейрона

к концу осмотра:
$$P_1 V = \frac{m_1}{M} RT,$$

к концу ремонта:
$$P_2 V = \frac{m_2}{M} RT.$$

Разделив второе уравнение на первое, получим

$$\frac{P_1 V}{P_2 V} = \frac{\frac{m_1}{M} RT}{\frac{m_2}{M} RT} \quad \Rightarrow \quad \frac{P_1}{P_2} = \frac{m_1}{m_2}.$$

Давление $P_1 = P_0 - 0,2 P_0 = 0,8 P_0$. Масса $m_1 = \rho_1 \cdot V$. Масса $m_2 = m_1 - \Delta m$. С учетом этого перепишем последнее выражение:

$$\frac{0,8P_0}{P_2} = \frac{\rho_1 V}{m_1 - \Delta m}, \quad \frac{0,8P_0}{P_2} = \frac{\rho_1 V}{\rho_1 V - \Delta m}. \quad (4)$$

Выразим Δm и произведем необходимые расчеты:

$$0,8P_0(\rho_1 V - \Delta m) = P_2 \rho_1 V,$$

$$\rho_1 V - \Delta m = \frac{P_2 \rho_1 V}{0,8P_0},$$

$$\Delta m = \rho_1 V - \frac{P_2 \rho_1 V}{0,8P_0},$$

$$\Delta m = \rho_1 V \left(1 - \frac{P_2}{0,8P_0}\right),$$

$$\Delta m = 17,5 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 700 \cdot 10^{-3} \text{м}^3 \left(1 - \frac{0,3 \cdot 10^7 \text{Па}}{0,8 \cdot 1,5 \cdot 10^7 \text{Па}}\right) = 9,3 \text{кг}.$$

Ответ: израсходованная масса воздуха $\Delta m = 9,3$ кг.

6.3. Изопроцессы

Изопроцессом называют переход газа из одного состояния в другое при одном постоянном макропараметре. Выделяют следующие изопроцессы.

Изотермический: $T = \text{const}$. Для неизменной массы газа ($m = \text{const}$) выполняется **закон Бойля-Мариотта:**

$$PV = \text{const}. \quad (6.3.1)$$

Изобарный: $P = \text{const}$. Для неизменной массы газа ($m = \text{const}$) выполняется **закон Гей-Люссака:**

$$V = V_0(1 + \alpha t). \quad (6.3.2)$$

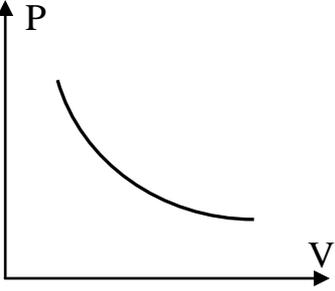
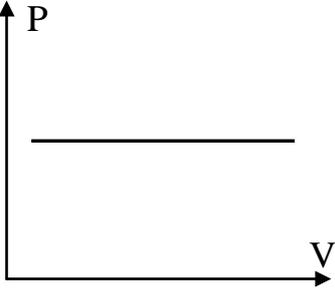
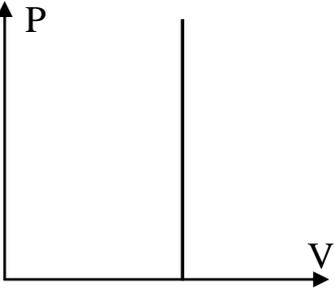
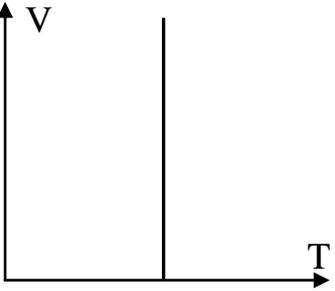
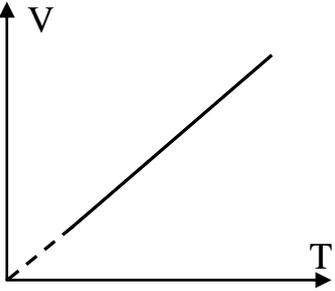
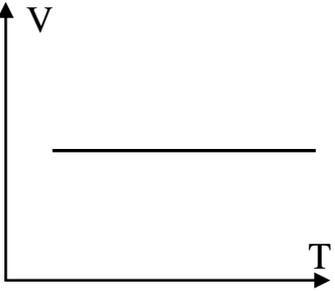
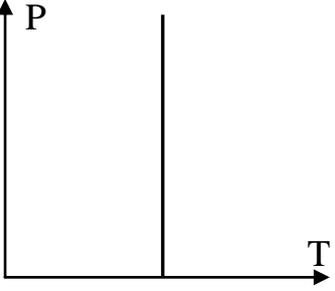
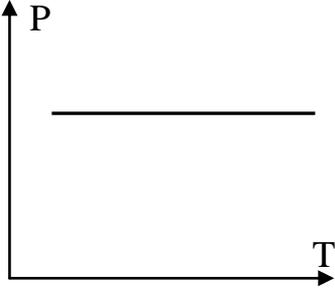
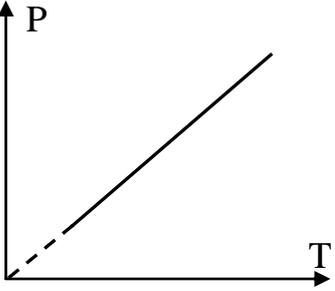
Изохорный: $V = \text{const}$. Для неизменной массы газа ($m = \text{const}$) выполняется **закон Шарля:**

$$p = p_0(1 + \alpha t). \quad (6.3.3)$$

V_0 и p_0 – объем и давление при $t = 0^\circ\text{C}$, $\alpha = 1/273,15\text{K}^{-1}$ (термический коэффициент).

Графики зависимостей параметров состояния газа в различных изопроцессах представлены в табл. 6.3.1.

Таблица 6.3.1

Изотермический процесс $T=\text{const}$	Изобарный процесс $P=\text{const}$	Изохорный процесс $V=\text{const}$
		
		
		

6.4. Молекулярно-кинетическая теория идеального газа

Молекулы газа совершают неупорядоченное, хаотичное движение. Это означает, что ни одно из направлений движения не является преимущественным – все направления движения встречаются одинаково часто. Соударения между молекулами приводят к тому, что их скорости непрерывно изменяются по направлению и величине, поэтому среднее значение проекции скорости одной молекулы на ось x (y или z) и среднее значение вектора ее скорости равно нулю. В связи с этим для исследования применяется статистический метод: вычисляются средние значения физических величин, характеризующих движение всех молекул. Для совокупности всех молекул вводятся следующие величины:

Средняя арифметическая скорость движения N молекул газа:

$$\bar{v} = \frac{v_1 + v_2 + \dots + v_N}{N}, \quad \bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{M\pi}}. \quad (6.4.1)$$

Средняя квадратичная скорость движения N молекул газа:

$$\langle v_{кв} \rangle = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_N^2}{N}}, \quad \langle v_{кв} \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{M}}. \quad (6.4.2)$$

Средняя кинетическая энергия поступательного движения N молекул газа:

$$\bar{E}_к = \frac{1}{2} m \langle v_{кв} \rangle^2. \quad (6.4.3)$$

Здесь $m = Nm_0$ – масса газа.

Подставив (6.4.2) в (6.4.3), получим **основное уравнение молекулярно кинетической теории идеальных газов:**

$$PV = \frac{2}{3} \bar{E}_к \quad (6.4.5)$$

или

$$P = \frac{1}{3} nm_0 \langle v_{кв} \rangle^2. \quad (6.4.6)$$

По молекулярно-кинетической теории, как бы ни изменялись скорости молекул при столкновениях, средняя квадратичная скорость молекул в газе, находящемся в состоянии равновесия при $T = const$, остается постоянной. Это объясняется тем, что в газе, находящемся в состоянии равновесия, устанавливается некоторое стационарное, не меняющееся во времени распределение молекул по скоростям, которое подчиняется статистическому закону, который был выведен Дж. Максвеллом. Закон Максвелла описывается некоторой функцией $f(v)$, называемой функцией распределения молекул по скоростям. Если разбить диапазон скоростей молекул на малые интервалы, равные dv , то на каждый интервал скорости будет приходиться некоторое число молекул $dN(v)$, имеющих скорость, заключенную в этом интервале. Функция $f(v)$ определяет относительное число молекул $\frac{dN(v)}{N}$, скорости которых лежат в интервале от v до $v+dv$:

$$f(v) = \frac{dN(v)}{Ndv}. \quad (6.4.7)$$

Применение теории вероятностей позволяет получить закон распределения молекул идеального газа по скоростям:

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{3/2} \cdot v^2 e^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}}. \quad (6.4.8)$$

Видно, что конкретный вид функции зависит от рода газа (от массы молекулы m_0) и от параметров состояния (от температуры).

Исходя из распределения молекул по скоростям, можно найти распределение молекул газа по значениям кинетической энергии E_K . Для этого нужно перейти от переменной v к переменной E_K :

$$f(E_K) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} (kT)^{-3/2} E_K^{1/2} e^{-\frac{E_K}{kT}}. \quad (6.4.9)$$

6.5. Барометрическая формула. Распределение Больцмана

Молекулы любого газа находятся в потенциальном поле тяготения Земли. Тяготение, с одной стороны, и тепловое движение молекул – с другой, приводят к некоторому стационарному состоянию газа, при котором давление газа с высотой убывает. Закон изменения давления с высотой определяется барометрической формулой

$$p_2 = p_1 e^{-\frac{Mg(h_2-h_1)}{RT}}. \quad (6.5.1)$$

Относительно уровня моря

$$p = p_0 e^{-\frac{Mgh}{kT}}. \quad (6.5.2)$$

Прибор для измерения высоты называется **альтиметром**.

Если воспользоваться выражением $p = nkT$ и $M = m_0 N_A$, то получим распределение Больцмана:

$$n = n_0 e^{-\frac{m_0 gh}{kT}}. \quad (6.5.3)$$

Здесь n и n_0 – концентрация молекул на высоте h и на высоте $h=0$ соответственно, $m_0 gh$ – потенциальная энергия молекулы в поле тяготения. Из распределения Больцмана следует, что при постоянной температуре концентрация, а значит и плотность ($\rho = nm_0$) газа, больше там, где меньше потенциальная энергия его молекул.

7. ОСНОВЫ ТЕРМОДИНАМИКИ

7.1. Полная и внутренняя энергия тела (системы тел)

Полная энергия E системы состоит:

- из кинетической энергии ее макроскопического движения как целого E_K ;
- потенциальной энергии, обусловленной наличием внешних силовых полей, например электрического или гравитационного поля E_{II} ;
- внутренней энергии U .

Внутренняя энергия – это энергия, состоящая из следующих частей:

- кинетической энергии теплового хаотического движения частиц (молекул, атомов, ионов и др.);
- потенциальной энергии частиц, обусловленной силами их межмолекулярного взаимодействия;
- энергии электронов в электронных слоях, атомов и ионов;
- внутриядерной энергии.

Внутренняя энергия идеального газа:

$$U = \frac{i}{2} \nu RT, \quad (7.1.1)$$

где i – число степеней свободы. Практический интерес представляет не сама внутренняя энергия, а ее изменение. Внутренняя энергия определяется термодинамическим состоянием системы и не зависит от того, каким образом система оказалась в данном состоянии. Это означает, что изменение внутренней энергии определяется только разностью ее значений в этих состояниях и не зависит от пути перехода. Изменение внутренней энергии ΔU идеального газа при переходе газа из одного состояния в другое:

$$\Delta U = \frac{i}{2} \nu R \Delta T. \quad (7.1.2)$$

При постоянной массе газа изменение внутренней энергии в изопроцессах определяется как

$$\text{изотермический } (T = \text{const}): \quad \Delta U = 0, \quad (7.1.3)$$

$$\text{изохорный } (V = \text{const}): \quad \Delta U = \frac{i}{2} \nu R \Delta T = \frac{i}{2} V \Delta P, \quad (7.1.4)$$

$$\text{изобарный } (P = \text{const}): \quad \Delta U = \frac{i}{2} \nu R \Delta T = \frac{i}{2} P \Delta V. \quad (7.1.5)$$

7.2. Работа

Работа – такая форма передачи энергии, при которой происходит переход энергии упорядоченного движения тела в энергию беспорядочного движения частиц. Работа, совершаемая при изменении объема газа от V_1 до V_2 :

$$A = \int_{V_1}^{V_2} P dV. \quad (7.2.1)$$

Из формулы (7.2.1) вытекают выражения, позволяющие найти работу в различных изопроцессах:

$$\text{изотермическом } (T=\text{const}): \quad A = \nu RT \ln \frac{V_2}{V_1}, \quad (7.2.2)$$

$$\text{изохорном } (V=\text{const}): \quad A = 0, \quad (7.2.3)$$

$$\text{изобарном } (P=\text{const}): \quad A = P\Delta V. \quad (7.2.4)$$

Геометрический смысл определенного интеграла (7.2.1) – это площадь фигуры криволинейной трапеции. В случае незамкнутого процесса (переход из состояния 1 в состояние 2 на рис. 7.2.1, а) работа газа численно равна площади фигуры под прямой 1-2. Если процесс замкнутый, то работа равна площади фигуры 1-2-3-4-1 (рис. 7.2.1, б). Отметим, что определение работы по площади фигуры возможно только в координатах PV .

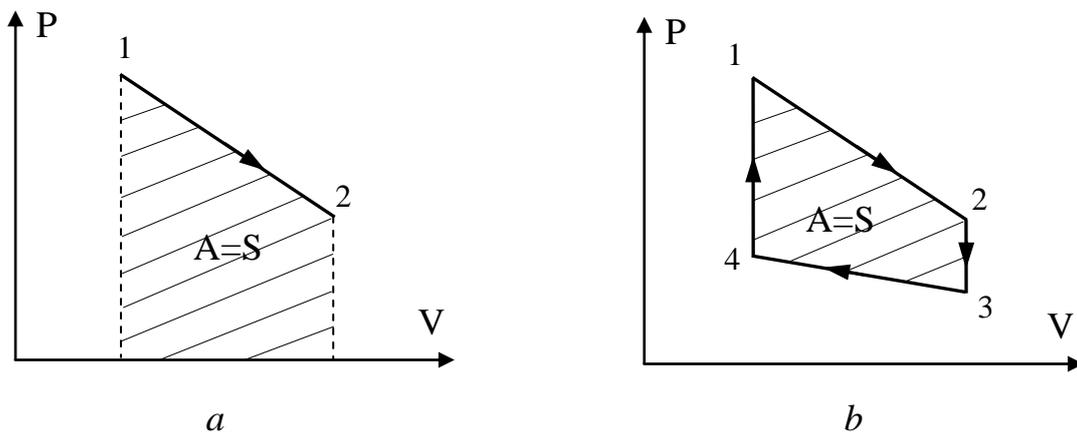


Рис. 7.2.1

Следует различать работу A , которая совершается газом против внешних сил (происходит увеличение объема (расширение газа)), и работу A' , которая совершается внешними силами над газом (происходит уменьшение объема (сжатие газа)). Эти работы численно равны и противоположны по знаку: $A = -A'$.

7.3. Теплота

Теплота – такая форма передачи энергии, при которой осуществляется непосредственный обмен энергией между хаотически движущимися частицами взаимодействующих тел. Процесс передачи внутренней энергии без совершения работы называется **теплообменом**. Мерой энергии, переданной в форме теплоты в процессе теплообмена, служит величина, называемая **количеством теплоты Q** .

Теплота, как и работа, является не видом энергии, а формой ее передачи. Теплота и работа обладают тем общим свойством, что они существуют лишь в процессе передачи энергии, а их численные значения зависят от вида этого процесса. Если телу передается энергия в форме теплоты, то это увеличивает энергию хаотического теплового движения его частиц и непосредственно приводит только к увеличению внутренней энергии тела.

Рассмотрим нагревание и последующее охлаждение вещества (рис. 7.3.1). Пусть в точке 1 вещество находится в кристаллическом состоянии.

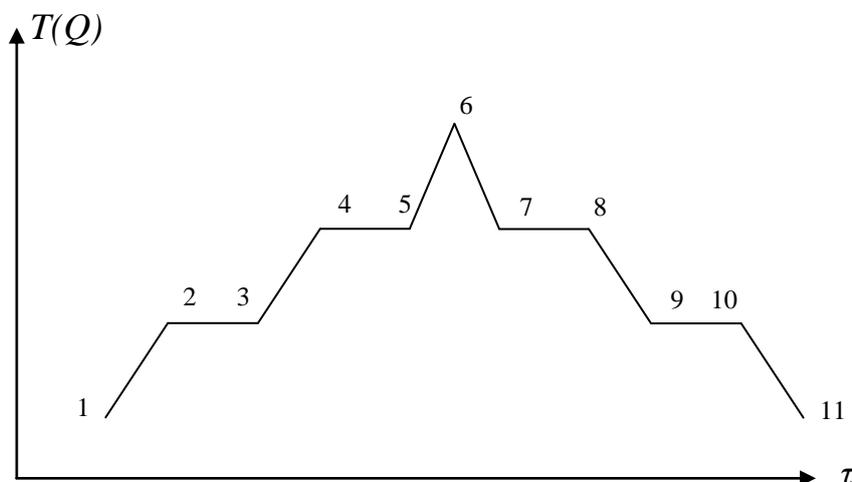


Рис. 7.3.1

Процессы, происходящие с веществом:

- 1-2 – нагрев твердого тела от исходной температуры до температуры плавления,
- 2-3 – плавление твердого тела,
- 3-4 – нагрев жидкости до температуры кипения,
- 4-5 – кипение (парообразование) жидкости,
- 5-6 – нагрев пара,
- 6-7 – охлаждение пара до температуры конденсации равной температуре кипения,
- 7-8 – конденсация пара,
- 8-9 – охлаждение жидкости до температуры кристаллизации, равной температуре плавления,
- 9-10 – кристаллизация жидкости,
- 10-11 – охлаждение твердого тела.

Из графика следует, что на этапах 1-6 система получает количество теплоты ($Q>0$), а на этапах 6-11 – отдает ($Q<0$). Следует отметить, что на этапах 1-6 внутренняя энергия системы U увеличивается, а на этапах 6-11 уменьшается, включая горизонтальные участки, соответствующие неизменной температуре. Это объясняется тем, что при достижении определенных температур (плавления, кипения), все подводимое тепло расходуется на изменение агрегатного состояния, а не на изменение ее температуры. Количество теплоты на разных этапах определяется следующими соотношениями:

- количество теплоты, которое поглощается (выделяется) при нагревании (охлаждении) вещества:
$$Q=cm\Delta T, \quad (7.3.1)$$

- количество теплоты, которое поглощается (выделяется) при плавлении (кристаллизации) вещества:
$$Q=\lambda m, \quad (7.3.2)$$

- количество теплоты, которое поглощается (выделяется) при парообразовании (конденсации) вещества:
$$Q=rm. \quad (7.3.3)$$

В формулах (7.3.1) – (7.3.3) c – удельная теплоемкость при постоянном давлении, λ – удельная теплота плавления, r – удельная теплота парообразования.

7.4. Адиабатический процесс

Адиабатическим называется процесс, при котором отсутствует теплообмен ($Q=0$) между системой и окружающей средой. К адиабатическим процессам можно отнести все быстротекущие процессы. Например, адиабатическим процессом можно считать процесс распространения звука в среде, так как скорость распространения звуковой волны настолько велика, что обмен энергией между волной и средой произойти не успевают. Адиабатические процессы применяются в двигателях внутреннего сгорания (расширение и сжатие горючей смеси в цилиндрах), в холодильных установках и т. д. На PV – диаграмме адиабатический процесс изображают кривой, называемой адиабатой (рис. 7.4.1). Видно, что адиабата более крута по сравнению с изотермой. Это объясняется тем, что при адиабатическом расширении уменьшение давления газа обусловлено не только увеличением объема, как при изотермическом процессе, но и понижением температуры.

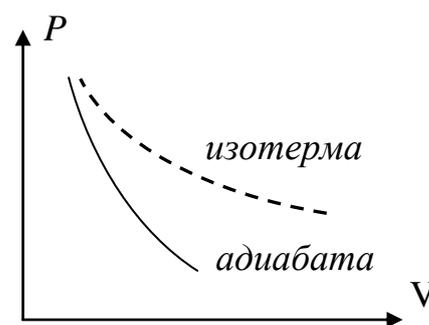


Рис. 7.4.1

Уравнение адиабатического процесса, или уравнение Пуассона, имеет вид

$$PV^\gamma = const. \quad (7.4.1)$$

При переходе с помощью уравнения Менделеева-Клапейрона к другим параметрам получим

$$TV^{\gamma-1} = const \quad \text{и} \quad T^\gamma P^{1-\gamma} = const. \quad (7.4.2)$$

В этих уравнениях безразмерная величина γ называется **показателем адиабаты** (или коэффициентом Пуассона). Для получения формулы, позволяющей определить значение γ , введем понятие теплоемкости.

7.5. Теплоемкость

Теплоемкость – величина, равная количеству теплоты, необходимому для нагревания вещества на 1 К:

$$C = \frac{Q}{dT}. \quad (7.5.1)$$

Удельная теплоемкость — величина, равная количеству теплоты, необходимому для нагревания 1 кг вещества на 1 К:

$$c = \frac{Q}{mdT}. \quad (7.5.2)$$

Единица измерения — джоуль на килограмм-кельвин (Дж/(кг·К)).

Молярная теплоемкость – величина, равная количеству теплоты, необходимому для нагревания 1 моль вещества на 1 К:

$$C_M = \frac{Q}{\nu dT}. \quad (7.5.3)$$

Единица измерения — джоуль на моль-кельвин (Дж/(моль·К)).

Удельная теплоемкость c связана с молярной C_M соотношением

$$C_M = Mc, \quad (7.5.4)$$

где M — молярная масса вещества.

Различают теплоемкости при постоянном давлении C_p и постоянном объеме C_V , если в процессе нагревания вещества его давление или объем поддерживается постоянным:

$$C_p = \frac{i+2}{2} R, \quad C_V = \frac{i}{2} R. \quad (7.5.5)$$

Видно, что молярные теплоемкости определяются лишь числом степеней свободы i и не зависят от температуры. Связь молярной теплоемкости при постоянном давлении и молярной теплоемкости при постоянном объеме определяется **уравнением Майера**:

$$C_p = C_v + R. \quad (7.5.6)$$

Оно показывает, что C_p всегда больше C_v на величину универсальной газовой постоянной. Это объясняется тем, что при нагревании газа при постоянном давлении требуется еще дополнительное количество теплоты на совершение работы расширения газа, так как постоянство давления обеспечивается увеличением объема газа.

Величина, равная отношению C_p к C_v , является показателем адиабаты, о котором говорилось выше:

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} \quad \text{или} \quad \gamma = \frac{i+2}{i}. \quad (7.5.7)$$

7.6. Первый закон (начало) термодинамики

Количество теплоты Q , которое получено телом (системой), расходуется на изменение внутренней энергии ΔU и на работу A системы (тела) против внешних сил:

$$Q = \Delta U + A. \quad (7.6.1)$$

Применительно к различным процессам первое начало термодинамики для идеального газа имеет вид:

изотермический: $Q = A. \quad (7.6.2)$

Все подведенное количество теплоты расходуется на работу против внешних сил, внутренняя энергия не изменяется;

изохорный: $Q = \Delta U. \quad (7.6.3)$

Количество теплоты расходуется на увеличение внутренней энергии газа. Работу газ не совершает;

изобарный: $Q = \Delta U + A. \quad (7.6.4)$

Количество теплоты Q расходуется и на изменение внутренней энергии ΔU и на работу расширения A ;

адиабатический: $A = -\Delta U. \quad (7.6.5)$

В условиях отсутствия теплообмена с внешней средой, работа совершается за счет убыли внутренней энергии газа.

7.7. Обратимые и необратимые процессы

Обратимым является такой термодинамический процесс, который допускает возвращение тела (системы) в первоначальное состояние без того, чтобы в окружающей среде остались какие-либо изменения. Процесс является обратимым, если при совершении его сначала в прямом, а затем в обратном направлении в исходные состояния возвращаются как само тело (или система), так и все внешние тела, с которыми тело (или система) взаимодействовало. Необходимым и достаточным условием обратимости термодинамического процесса является его равновесность.

Термодинамический процесс, не удовлетворяющий условиям обратимости, называется *необратимым*. Все реальные процессы протекают не бесконечно медленно, а с конечной скоростью. Все они сопровождаются трением, диффузией и теплообменом при конечной разности температур тела (системы) и внешней среды. Поэтому все реальные процессы являются неравновесными. Следовательно, все реальные процессы являются необратимыми.

Круговой процесс (цикл) – термодинамический процесс, в результате совершения которого рабочее тело возвращается в исходное состояние. Круговые процессы являются основой тепловых двигателей. Различают:

– прямой цикл – круговой процесс, в котором рабочее тело совершает положительную работу за счет сообщенной ему теплоты (рис. 7.7.1, *a*);

– обратный цикл – круговой процесс, в котором рабочее тело совершает отрицательную работу. Это означает, что над рабочим телом совершается работа и от него отводится эквивалентное ей количество теплоты (рис. 7.7.1, *b*).

В тепловом двигателе рабочее тело совершает прямой цикл, а в холодильной установке — обратный цикл.

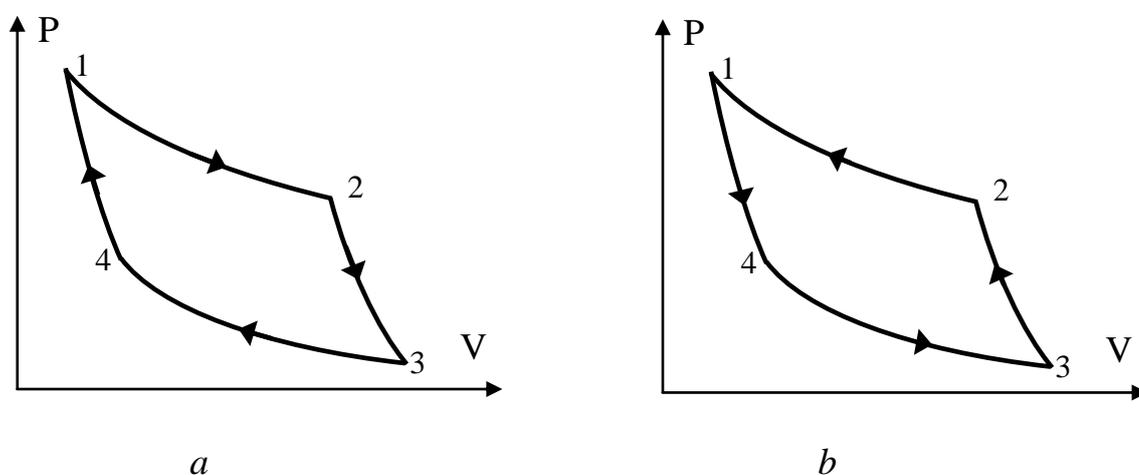


Рис. 7.7.1

Термическим коэффициентом полезного действия (КПД.) произвольного цикла называется отношение работы A , совершенной рабочим телом в прямом цикле, к количеству теплоты Q_1 , сообщенному рабочему телу нагревателем:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}. \quad (7.7.1)$$

Q_2 – количество теплоты, отданное системой вовне (холодильнику).

Так как в реальных системах всегда существуют потери энергии (теплопередача вовне сквозь теплоизоляцию, действие диссипативных сил), то КПД всегда меньше 1.

Вид цикла, представленного на рис (7.7.1, а), называется **прямым циклом Карно**. **Цикл Карно** – обратимый круговой процесс, состоящий из двух изотерм (процессы 1–2 и 3 – 4) и двух адиабат (процессы 2 – 3 и 4 – 1). При изотермическом расширении (процесс 1–2) рабочее тело получает от нагревателя – источника энергии с постоянной температурой T_1 – количество теплоты Q_1 . При изотермическом сжатии (процесс 3 – 4) рабочее тело отдает холодильнику, имеющему постоянную температуру T_2 ($T_2 < T_1$), количество теплоты Q_2 . При адиабатном расширении и сжатии энергия извне к рабочему телу не поступает и эти процессы происходят за счет изменения его внутренней энергии.

Теорема Карно: термический КПД прямого обратимого цикла Карно не зависит от природы рабочего тела и определяется только температурами нагревателя T_1 и холодильника T_2 :

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}. \quad (7.7.2)$$

$\eta < 1$, так как практически невозможно осуществить условие, при котором температура холодильника была бы равна абсолютному нулю.

В обратимом цикле Карно (рис. 7.7.1, b) отношение температур нагревателя и холодильника равно отношению количеств теплоты, соответственно отданной и полученной ими в цикле:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{Q_1}{Q_2}. \quad (7.7.3)$$

Для обратного цикла Карно вводят понятие **холодильного коэффициента ε** :

$$\varepsilon = \frac{Q_2}{A} = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2} = \frac{T_2}{T_1 - T_2}. \quad (7.7.4)$$

7.8. Второй и третий законы (начала) термодинамики

Первый закон термодинамики не позволяет определить, в каком направлении может происходить термодинамический процесс. Например, основываясь на законе сохранения и превращения энергии, нельзя предвидеть, в каком направлении будет происходить теплообмен между двумя телами, нагретыми до различных температур: с точки зрения первого закона термодинамики одинаково возможен как переход энергии в форме теплоты от более нагретого тела к менее нагретому, так и обратный переход. Первый закон термодинамики допускает создание *вечного двигателя второго рода*. Так называется двигатель, в котором рабочее тело, совершая круговой процесс, получало бы энергию в форме теплоты от одного внешнего тела и целиком передавало бы ее в форме работы другому внешнему телу. Невозможность создания вечного двигателя второго рода является утверждением, вытекающим из обобщения многочисленных опытов. Оно называется **вторым законом (началом) термодинамики** и имеет несколько эквивалентных друг другу формулировок:

- невозможен процесс, единственным результатом которого является передача энергии в форме теплоты от менее нагретого тела к более нагретому телу (формулировка Клаузиуса);
- невозможен периодический процесс, единственным результатом которого является превращение теплоты, полученной от нагревателя, в эквивалентную ей работу (формулировка Кельвина).

Третье начало термодинамики (теорема Нернста-Планка) – энтропия S всех тел в состоянии равновесия стремится к нулю по мере приближения температуры Кельвина к нулю:

$$\lim_{T \rightarrow 0} S = 0. \quad (7.8.1)$$

Энтропия – функция состояния, дифференциалом которой является приведенное количество теплоты:

$$S = \frac{\delta Q}{T}. \quad (7.8.2)$$

Приведенным количеством теплоты δQ называется отношение теплоты Q , полученной телом в изотермическом процессе, к температуре T теплоотдающего тела.

Неравенство Клаузиуса: $\Delta S \geq 0$. Энтропия замкнутой системы равна нулю в случае обратимых процессов, возрастает в случае необратимых процессов. Если система незамкнута, то энтропия может вести себя любым образом.

Задача 7.1. На подъем арматуры массой $m = 10^5$ кг на высоту $h = 6$ м пошло 80 % всей механической работы, полученной в результате работы идеальной тепловой машины, у которой разность температур нагревателя и

холодильника $T_1 - T_2 = 125$ К, а отношение количества теплоты Q_1 , полученной от нагревателя, к его абсолютной температуре T_1 равно 300 Дж/К ($\frac{Q_1}{T_1} = a = 300$ Дж/К). Сколько циклов n было совершено за время подъема груза?

Решение. Для определения работы A , совершаемой тепловой машиной за один цикл, приравняем формулы (7.7.1) и (7.7.2):

$$\eta = \frac{A}{Q_1}, \quad \eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \quad \Rightarrow \quad \frac{A}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

Здесь A – работа, совершенная тепловой машиной за один цикл. Значит, работа A_0 , совершенная за n циклов:

$$A_0 = An \quad \Rightarrow \quad A = \frac{A_0}{n}.$$

С учетом первого и второго выражений получим n :

$$\frac{A_0}{nQ_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \quad \Rightarrow \quad A_0 T_1 = nQ_1(T_1 - T_2) \quad \Rightarrow \quad n = \frac{A_0 T_1}{Q_1(T_1 - T_2)}.$$

Работа A_0 тепловой машины равна механической работе A' против силы тяжести. Однако, по условию задачи, расходуется не вся A_0 , а только 80 %.

$$A' = 0,8A_0.$$

Работа A' против силы тяжести равна работе A'' против силы тяжести, взятой с противоположным знаком:

$$A' = -A'' = mgh \cos 180 = -(-mgh) = mgh.$$

Приравняем A' и выразим A_0

$$mgh = 0,8A_0 \quad \Rightarrow \quad A_0 = \frac{mgh}{0,8}.$$

Подставим A_0 в формулу для n , преобразуем и произведем расчеты:

$$n = \frac{\frac{mgh}{0,8} T_1}{Q_1(T_1 - T_2)} = \frac{T_1}{Q_1} \cdot \frac{mgh}{0,8(T_1 - T_2)} = \frac{1}{a} \cdot \frac{mgh}{0,8(T_1 - T_2)}.$$

$$n = \frac{1}{300 \text{ Дж/К}} \cdot \frac{10^5 \text{ кг} \cdot 10 \text{ м/с}^2 \cdot 6 \text{ м}}{0,8 \cdot 125 \text{ К}} = 200.$$

Ответ: за время подъема груза было совершено 200 циклов.

8. ЭЛЕКТРИЧЕСТВО. ЭЛЕКТРОСТАТИКА

8.1. Основные понятия

Электростатика – раздел электродинамики, в котором рассматриваются свойства и взаимодействие *неподвижных* в инерциальной системе отсчета электрически заряженных тел или частиц.

Электрический заряд – физическая величина, характеризующая свойство тел или частиц вступать в электромагнитные взаимодействия и определяющая значения сил и энергий при таких взаимодействиях. Электрические заряды делятся на положительные и отрицательные. Электрический заряд **дискретен**, т.е. электрический заряд любого заряженного тела равен целому числу элементарных зарядов. Носителем элементарного положительного заряда является *протон* ($e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл), отрицательного — *электрон* ($e = - 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл). Если в системе содержится равное число элементарных зарядов противоположного знака, то такая система является электрически нейтральной (незаряженной). Если электрическая нейтральность тела нарушена, то оно называется наэлектризованным. При всех явлениях, связанных с перераспределением электрических зарядов в изолированной системе взаимодействующих тел, выполняется *закон сохранения электрического заряда*: алгебраическая сумма электрических зарядов любой замкнутой системы сохраняется постоянной.

Точечным называется заряд, сосредоточенный на теле, линейные размеры которого пренебрежимо малы по сравнению с расстоянием до других заряженных тел, с которыми он взаимодействует.

Электромагнитное взаимодействие – взаимодействие между электрически заряженными частицами или макроскопическими заряженными телами.

Электромагнитное поле – форма материи, посредством которой осуществляются электромагнитные взаимодействия заряженных частиц или тел, в общем случае движущихся в данной системе отсчета.

Электрическое поле – одна из частей электромагнитного поля, особенностью которой является то, что это поле создается электрическими зарядами или заряженными телами, а также воздействует на эти объекты независимо от того, движутся они или неподвижны. Если электрически заряженные частицы или тела неподвижны в данной системе отсчета, то их взаимодействие осуществляется посредством электростатического поля. Электростатическое поле является не изменяющимся во времени (стационарным) электрическим полем. В общем случае электрическое и электромагнитное поля могут изменяться с течением времени (переменное, нестационарное электрическое и электромагнитное поля).

8.2. Закон Кулона

Закон Кулона: неподвижные точечные заряды взаимодействуют друг с другом с силой прямо пропорциональной произведению величин зарядов и обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{\epsilon r^2} \quad \text{или} \quad F = k \frac{q_1 q_2}{\epsilon r^2}, \quad (8.2.1)$$

где F – сила взаимодействия зарядов q_1 и q_2 ; r – расстояние между зарядами; ϵ – диэлектрическая проницаемость среды; $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная. $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9$ М/Ф.

Закон Кулона справедлив для точечных зарядов и заряженных тел шарообразной формы, если их заряды q_1 и q_2 равномерно распределены по всему объему или по всей поверхности этих тел. Кулоновские силы подчиняются третьему закону Ньютона. Сила, с которой взаимодействуют заряды, направлена вдоль линии, соединяющей эти заряды (рис. 8.2.1).

Закон Кулона в векторном виде

$$\vec{F}_{12} = k \frac{q_1 q_2}{\epsilon r^2} \cdot \frac{\vec{r}_{12}}{r}. \quad (8.2.2)$$

\vec{F}_{12} – сила, действующая на заряды q_1 со стороны q_2 ; \vec{r}_{12} – радиус-вектор, соединяющий заряды; $r = |\vec{r}_{12}|$. $\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$.

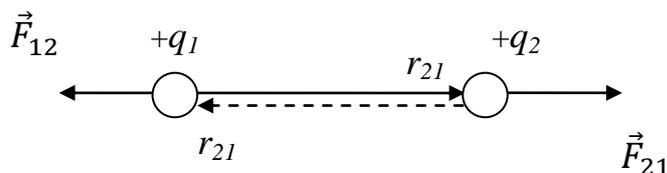


Рис. 8.2.1

8.3. Напряженность электрического поля

Напряженность электрического поля \vec{E} – векторная величина, являющаяся силовой характеристикой поля:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}. \quad (8.3.1)$$

Напряженность показывает, с какой силой \vec{F} электрическое поле, созданное зарядом q_0 , действует на пробный единичный положительный

заряд q , помещенный в данную точку этого поля (точка А на рис. 8.3.1). Электрическое поле называется однородным, если вектор его напряженности одинаков во всех точках поля. Направление \vec{E} совпадает с направлением силы, действующей на положительный заряд:



Рис. 8.3.1

Силовые линии (линии напряженности) – воображаемые линии, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора напряженности в этой точке поля (рис. 8.3.2). Для однородного поля линии напряженности параллельны вектору напряженности.

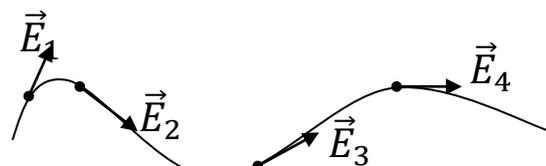


Рис. 8.3.2

Свойства линий напряженности:

1. Силовые линии разомкнуты – они начинаются на положительных и заканчиваются на отрицательных зарядах.
2. Силовые линии нигде не пересекаются, так как в каждой точке поля его напряженность имеет одно-единственное значение и определенное направление.
3. Силовые линии перпендикулярны эквипотенциальным.
4. Силовые линии направлены в сторону убывания потенциала.

Принцип суперпозиции электростатических полей: напряженность результирующего поля, создаваемого системой зарядов, равна геометрической сумме напряженностей полей, создаваемых в данной точке каждым из зарядов в отдельности:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i. \quad (8.3.2)$$

Принцип суперпозиции позволяет рассчитать электростатическое поле любой системы неподвижных зарядов, поскольку если заряды не точечные, их всегда можно разделить на малые части, считая каждую из них точечным зарядом. Ниже рассмотрены электрические поля, созданные различными заряженными телами. Приведены модули вектора напряженности, картины полей и графики зависимостей напряженности E от расстояния r между исследуемой точкой поля и источником поля.

Напряженность поля точечного заряда

Модуль вектора напряженности: $E = k \frac{q}{\epsilon r^2}$. (8.3.3)

Картина поля (рис. 8.3.3 a) и график зависимости $E(r)$ (рис. 8.3.3 b):

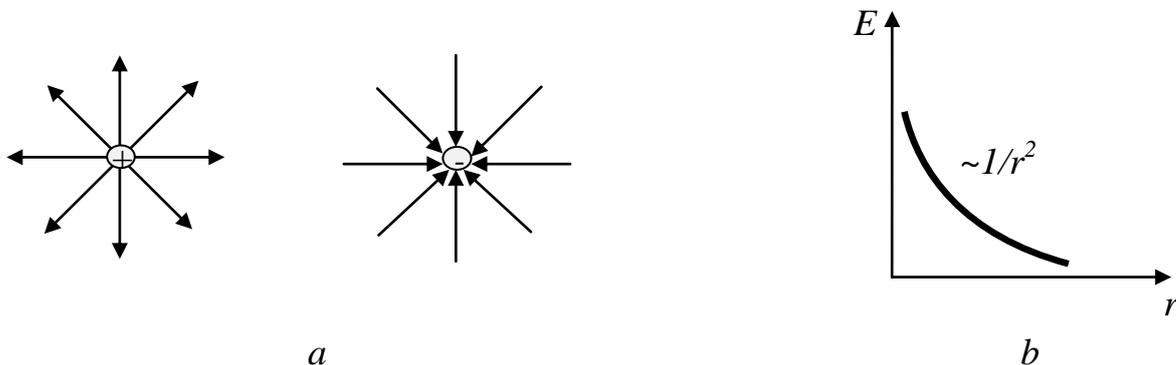


Рис. 8.3.3

Напряженность поля системы зарядов

Модуль вектора напряженности: $\vec{E} = k \sum \frac{q_i}{\epsilon r_i} \cdot \frac{\vec{r}_i}{r_i}$. (8.3.4)

Картина поля (рис. 8.3.4):

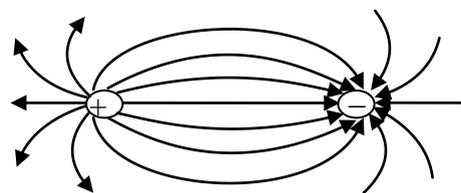


Рис. 8.3.4

Напряженность поля поверхностно заряженного шара (сферы) радиуса R

Модуль вектора напряженности: $E = k \frac{q}{\epsilon r^2}$ ($r \geq R$), (8.3.5)

$E = 0$ ($r < R$). (8.3.6)

Картина поля (рис. 8.3.5 a) и график зависимости $E(r)$ (рис. 8.3.5 b):



Рис. 8.3.5

Напряженность поля объемно заряженного шара радиуса R

Модуль вектора напряженности: $E = k \frac{q}{\epsilon r^2} \quad (r \geq R), \quad (8.3.7)$

$E = k \frac{q}{\epsilon R^3} \cdot r \quad (r < R). \quad (8.3.8)$

Картина поля (рис. 8.3.6 a) и график зависимости $E(r)$ (рис. 8.3.6 b):

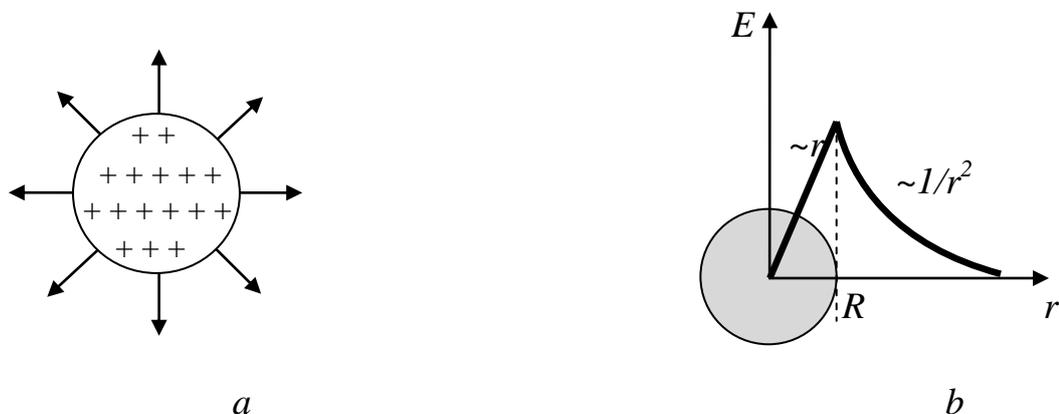


Рис. 8.3.6

Напряженность поля равномерно заряженной бесконечной плоскости

Модуль вектора напряженности: $E = \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0}. \quad (8.3.10)$

Картина поля (рис. 8.3.7 a) и график зависимости E от координаты x (рис. 8.3.7 b):

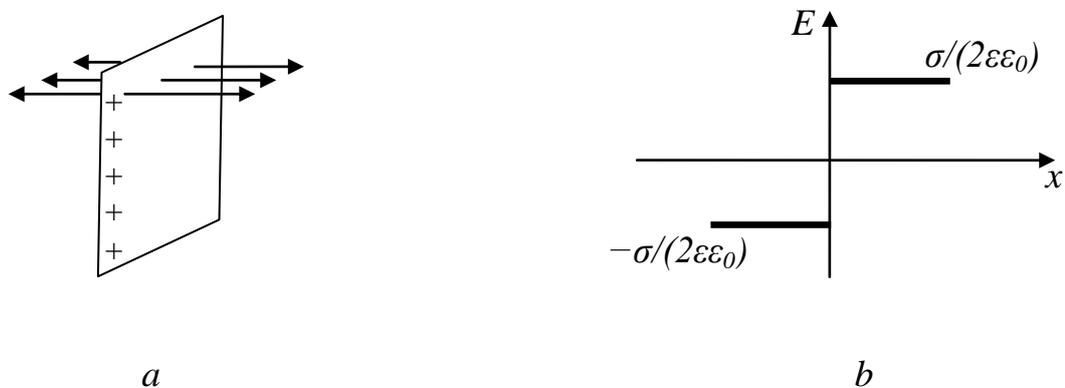


Рис. 8.3.7

σ – поверхностная плотность заряда, равная электрическому заряду, который помещен на единице площади поверхности: $\sigma = \frac{dq}{ds}. \quad (8.3.11)$

Напряженность поля двух разноименно заряженных бесконечных плоскостей

Модуль вектора напряженности:
$$E = \frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0}. \quad (8.3.12)$$

Картина поля (рис. 8.3.8 *a*) и график зависимости E от координаты x (рис. 8.3.8 *b*):

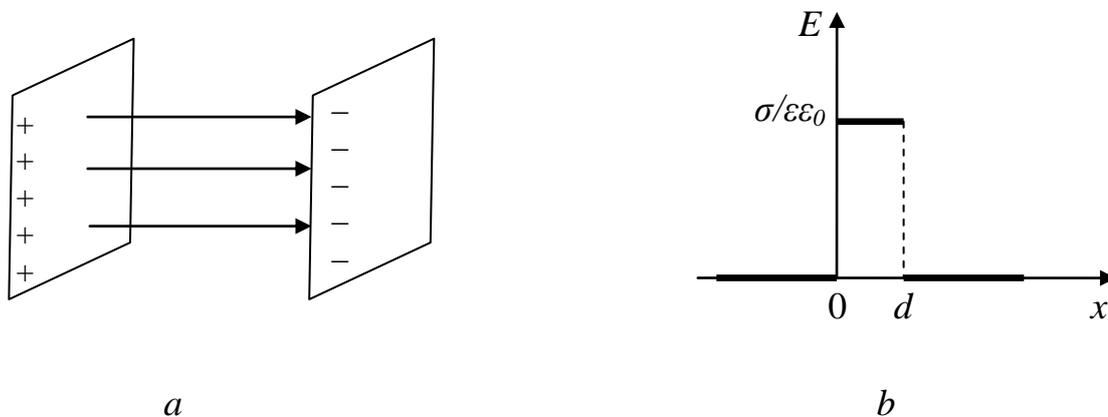


Рис. 8.3.8

d – расстояние между плоскостями.

Напряженность поля поверхностно заряженного цилиндра радиуса R

Модуль вектора напряженности:
$$E = k \frac{\tau}{r} \quad (r \geq R), \quad (8.3.14)$$

$$E = 0 \quad (r < R). \quad (8.3.15)$$

Картина поля (рис. 8.3.9 *a*) и график зависимости $E(r)$ (рис. 8.3.9 *b*):

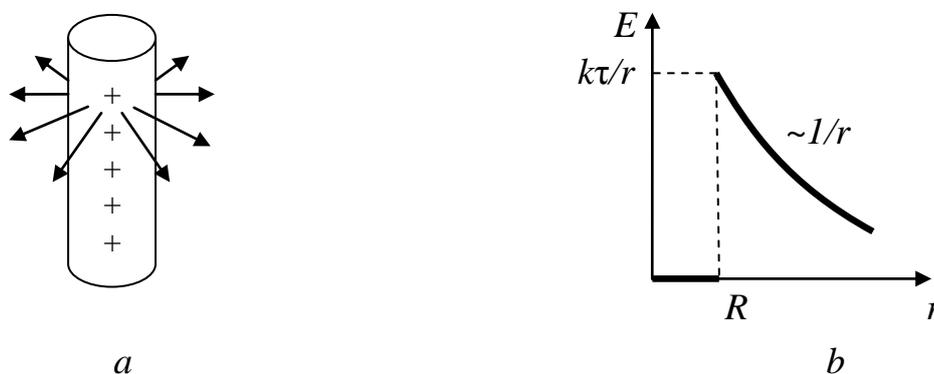


Рис. 8.3.9

τ – линейная плотность заряда, равная электрическому заряду, который помещен на единице длины:

$$\tau = \frac{dq}{dl}. \quad (8.3.16)$$

Радиус цилиндра R много меньше длины образующей l .

8.4 Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме

Число линий напряженности, пронизывающих единицу площади поверхности, перпендикулярную линиям напряженности равно, модулю вектора напряженности. **Поток вектора напряженности** сквозь площадку dS :

$$d\vec{\Phi}_E = E_n dS = \vec{E} d\vec{S}. \quad (8.4.1)$$

E_n – проекция вектора \vec{E} на нормаль \vec{n} к площадке dS . Поток вектора напряженности величина алгебраическая.

Теорема Гаусса: поток вектора напряженности электростатического поля в вакууме сквозь произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности зарядов, деленной на электрическую постоянную:

$$\oint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i \quad (8.4.2)$$

или

$$\oint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_V \rho dV. \quad (8.4.3)$$

Здесь ρ – объемная плотность заряда, равная электрическому заряду, который помещен в единице объема:

$$\rho = \frac{dQ}{dV}. \quad (8.4.4)$$

8.5. Работа сил электростатического поля. Потенциал

Сила \vec{F} , действующая на заряд q , находящийся в электростатическом поле, созданном зарядом q_0 , равна $\vec{F} = q\vec{E}$. Элементарная работа силы на элементарном перемещении $d\vec{l}$ заряда q равна (рис. 8.5.1)

$$A = \vec{F} d\vec{l} = F \cos \alpha dl = k \frac{qq_0}{r^2} dl \cos \alpha. \quad (8.5.1)$$

Здесь α – угол между направлениями векторов \vec{F} и $d\vec{l}$, $F \cos \alpha$ – проекция вектора силы \vec{F} на направление перемещения dl . С другой стороны, из рисунка 8.5.1 следует, что $dl \cos \alpha = dr$. Таким образом, работа сил поля по перемещению заряда q из точки 1 в точку 2:

$$A_{12} = \int_{r_1}^{r_2} dA = \int_{r_1}^{r_2} k \frac{qq_0}{r^2} dr = kqq_0 \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = k \frac{qq_0}{r_1} - k \frac{qq_0}{r_2} = E_{II1} - E_{II2}. \quad (8.5.2)$$

Здесь $E_{II}=q\varphi$ – потенциальная энергия единичного положительного заряда q , помещенного в данную точку поля; φ – **потенциал поля** – скалярная величина, численно равная потенциальной энергии единичного положительного заряда, помещенного в эту точку. Потенциал является энергетической характеристикой электростатического поля. В связи с вышесказанным уравнение (8.5.2) принимает вид

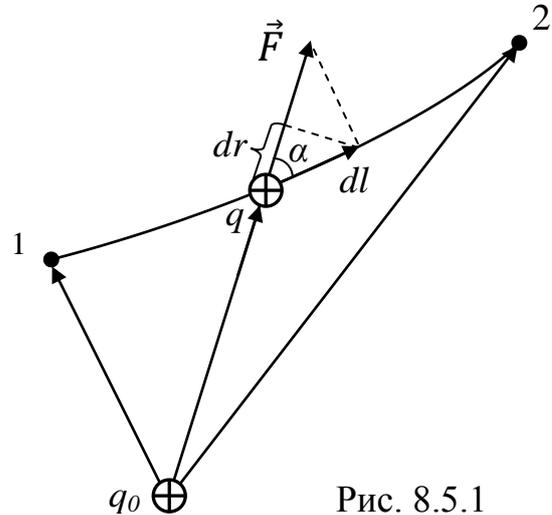


Рис. 8.5.1

$$A_{12} = q(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (8.5.3)$$

Если перемещать заряд q за пределы поля, где по условию потенциал равен нулю, то (8.5.3) запишем как

$$A_{1\infty} = q(\varphi_1 - 0). \quad (8.5.4)$$

Здесь φ_1 и φ_2 – потенциалы поля в точках 1 и 2 соответственно. Величина $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ называется *разностью потенциалов*. Формулы (8.5.3) и (8.5.4) позволяют дать следующие определения.

Разность потенциалов двух точек 1 и 2 определяется работой, совершаемой силами поля, при перемещении единичного положительного заряда из точки 1 в 2:

$$(\varphi_1 - \varphi_2) = \frac{A_{12}}{q}. \quad (8.5.5)$$

Потенциал точки поля определяется работой, совершаемой силами поля, при перемещении единичного положительного заряда при удалении его из данной точки поля в бесконечность:

$$\varphi = \frac{A_{1\infty}}{q}. \quad (8.5.6)$$

Потенциал поля системы зарядов равен алгебраической сумме потенциалов полей всех зарядов:

$$\varphi = \sum_{i=1}^n \varphi_i. \quad (8.5.7)$$

Две характеристики электростатического поля – силовая (\vec{E}) и энергетическая (φ) связаны между собой соотношением

$$\vec{E} = -\text{grad}\varphi. \quad (8.5.8)$$

Знак « \rightarrow » означает, что вектор напряженности направлен в сторону убывания потенциала.

Геометрическое место точек электростатического поля с одинаковыми потенциалами называется **эквипотенциальной поверхностью**. Свойства эквипотенциальных поверхностей:

- в каждой точке эквипотенциальной поверхности вектор напряженности поля перпендикулярен к ней и направлен в сторону убывания потенциала;
- работа по перемещению электрического заряда по одной и той же эквипотенциальной поверхности равна нулю.

Рассмотрим потенциалы электрических полей, созданных различными заряженными телами.

Поле точечного заряда

Потенциал:
$$\varphi = k \frac{q}{r}. \quad (8.5.9)$$

График зависимости φ от расстояния r между точечным зарядом и исследуемой точкой поля (рис. 8.5.2)

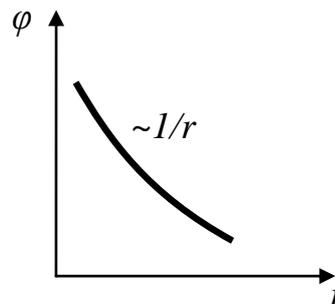


Рис. 8.5.2

Поле поверхностно заряженной сферы радиуса R

Разность потенциалов:
$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E dr. \quad (8.5.10)$$

Разность потенциалов вне сферы ($r_1 > R, r_2 > R, r_2 > r_1$):

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E dr = \int_{r_1}^{r_2} k \frac{q}{r^2} dr = kq \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right). \quad (8.5.11)$$

Потенциал вне сферы ($r_1=r$, $r_2=\infty$):

$$\varphi = k \frac{q}{r}. \quad (8.5.12)$$

Потенциал внутри сферы:

$$\varphi = k \frac{q}{R}. \quad (8.5.13)$$

График зависимости φ от расстояния r от центра сферы до исследуемой точки поля (рис. 8.5.3)

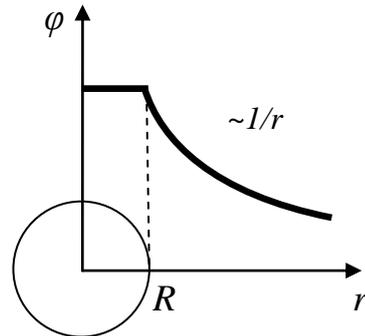


Рис. 8.5.3

Поле объемно заряженного непроводящего шара радиуса R

Разность потенциалов вне шара ($r_1 > R$, $r_2 > R$, $r_2 > r_1$):

$$\varphi_1 - \varphi_2 = kq \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right). \quad (8.5.14)$$

Разность потенциалов внутри шара ($r_1 < R$, $r_2 < R$, $r_2 > r_1$):

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E dr = \int_{r_1}^{r_2} k \frac{q}{R^3} r dr = k \frac{q}{2R^3} (r_2^2 - r_1^2). \quad (8.5.15)$$

Потенциал вне шара ($r_1=r$, $r_2=\infty$):

$$\varphi = k \frac{q}{r}. \quad (8.5.16)$$

Потенциал внутри шара ($r < R$):

$$\varphi = k \frac{q}{2R^3} r^2. \quad (8.5.17)$$

График зависимости φ от расстояния r от центра шара до исследуемой точки поля (рис. 8.5.4)

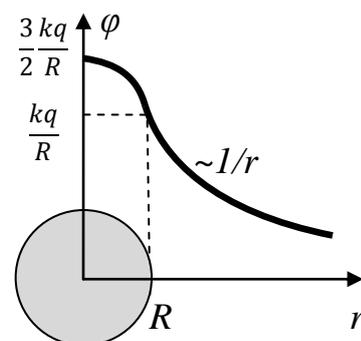


Рис. 8.5.4

Поле равномерно заряженной бесконечной плоскости

Разность потенциалов:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{x_1}^{x_2} E dx = \int_{x_1}^{x_2} \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0} dx = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0} (x_2 - x_1) \quad (8.5.18)$$

x_1 и x_2 – расстояния от плоскости.

Потенциал поля:
$$\varphi = -\frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0} |x|. \quad (8.5.19)$$

График зависимости φ
от координаты x (рис. 8.5.5)

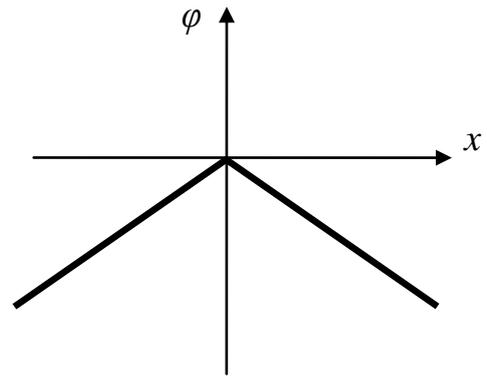


Рис. 8.5.5

Поле двух параллельных разноименно заряженных плоскостей

Разность потенциалов:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_0^d E dx = \int_0^d \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0} dx = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0} d, \quad (8.5.20)$$

d – расстояние между плоскостями.

Потенциал:

$$\varphi = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0} d, \quad x < 0,$$

$$\varphi = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0} (d - x), \quad 0 < x < d, \quad (8.5.21)$$

$$\varphi = 0, \quad x > 0.$$

График зависимости φ
от координаты x (рис. 8.5.6)

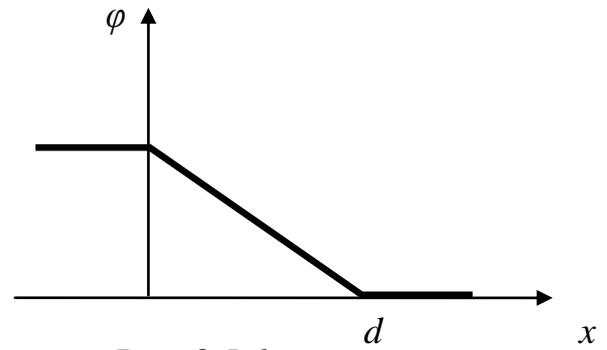


Рис. 8.5.6

Поле равномерно заряженного бесконечного цилиндра радиусом R

Разность потенциалов вне цилиндра ($r_1 > R, r_2 > R, r_2 > r_1$):

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E dr = \int_{r_1}^{r_2} k \frac{2\tau}{r} dr = k2\tau \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}. \quad (8.5.22)$$

Разность потенциалов внутри цилиндра ($r_1 < R, r_2 < R, r_2 > r_1$):

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E dr = \int_{r_1}^{r_2} k \frac{q}{R^3} r dr = k\tau \cdot \ln \frac{r_2^2 - r_1^2}{R^2}. \quad (8.5.23)$$

Потенциал вне цилиндра:

$$\varphi = k2\tau \cdot \ln \frac{R}{r_1}. \quad (8.5.24)$$

Потенциал внутри цилиндра ($r < R$):

$$\varphi = k\tau \cdot \ln \frac{R^2 - r^2}{R^2}. \quad (8.5.25)$$

График зависимости φ
от расстояния r от центра цилиндра
до исследуемой точки поля (рис. 8.5.7)

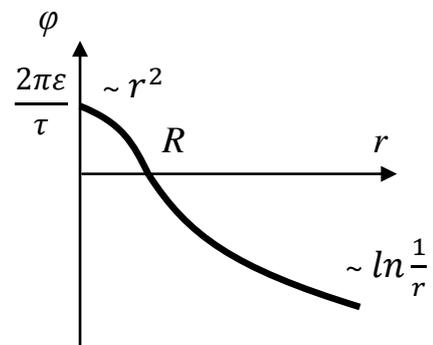


Рис. 8.5.7

8.6. Конденсатор

Уединенный проводник – проводник, который находится столь далеко от других тел, что влиянием их электрических полей можно пренебречь.

Емкость уединенного проводника:

$$C = \frac{q}{\varphi}. \quad (8.6.1)$$

Емкость уединенного проводника зависит от формы и размеров, а также от диэлектрических свойств окружающей среды. Не зависит от материала, формы и размеров возможных полостей внутри проводника, т.к. свободные заряды находятся только на внешней поверхности проводника.

Конденсаторы – устройства, обладающие способностью при малых размерах и небольших относительно окружающих тел потенциалах накапливать значительные по величине заряды (обладать большой емкостью). Конденсатор состоит из двух обкладок, разделенных диэлектриком. По форме обкладок различают плоские, цилиндрические и сферические конденсаторы. Обкладкам конденсатора сообщают равные по модулю и противоположные по знаку заряды. В этом случае электрическое поле полностью сосредоточено между обкладками.

Емкость конденсатора (системы двух проводников) – физическая величина, равная отношению заряда, накопленного в конденсаторе, к разности потенциалов между его обкладками:

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2}. \quad (8.6.2)$$

Для плоского конденсатора $\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0} d$, $\sigma = \frac{q}{S}$, следовательно:

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}. \quad (8.6.3)$$

Для сферического конденсатора $\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$, следовательно:

$$C = \frac{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}{\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)}. \quad (8.6.4)$$

Для цилиндрического конденсатора $\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0} \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}$, $\tau = \frac{q}{l}$ следовательно:

$$C = \frac{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 l}{\ln \frac{r_2}{r_1}}. \quad (8.6.5)$$

В формулах (8.6.3)-(8.6.5) S – площадь пластины (одной) конденсатора; d – расстояние между пластинами, ($d \ll S$), σ и τ – поверхностная и линейная плотности заряда соответственно.

Параллельное соединение конденсаторов

Разность потенциалов $\Delta\varphi$ на обкладках параллельно соединенных конденсаторов (рис. 8.6.1) одинакова, их заряды:

$$\begin{aligned}q_1 &= C_1 \Delta\varphi, \\q_2 &= C_2 \Delta\varphi, \\&\dots\dots\dots \\q_n &= C_n \Delta\varphi.\end{aligned}\tag{8.6.6}$$

Заряд батареи конденсаторов:

$$q = \sum_{i=1}^n q_i = (C_1 + C_2 + \dots + C_n) \Delta\varphi .\tag{8.6.7}$$

Подставим (8.6.6) в (8.6.1):

$$C = \frac{\sum_{i=1}^n q_i}{\Delta\varphi} = \frac{(C_1 + C_2 + \dots + C_n) \Delta\varphi}{\Delta\varphi} = C_1 + C_2 + \dots + C_n.\tag{8.6.8}$$

Таким образом, полная емкость параллельно соединенных конденсаторов:

$$C = \sum_{i=1}^n C_i,\tag{8.6.9}$$

где n – число конденсаторов в батарее.

Последовательное соединение конденсаторов

Заряды всех обкладок последовательно соединенных конденсаторов (рис. 8.6.2) одинаковы по модулю, а разность потенциалов на зажимах батареи:

$$\Delta\varphi = \sum_{i=1}^n \Delta\varphi_i,\tag{8.6.10}$$

$$\Delta\varphi_i = \frac{q}{C_i}, \quad \text{а} \quad \Delta\varphi = \frac{q}{C}.\tag{8.6.11}$$

Значит,

$$\frac{q}{C} = q \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}.\tag{8.6.12}$$

Откуда полная емкость параллельно соединенных конденсаторов:

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}.\tag{8.6.13}$$

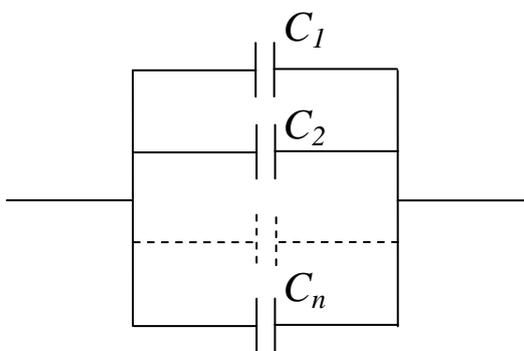


Рис. 8.6.1



Рис. 8.6.2

8.6 . Энергия

Энергия системы неподвижных точечных зарядов:

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n q_i \varphi_i. \quad (8.7.1)$$

Энергия заряженного уединенного проводника:

$$W = \frac{q\varphi}{2}, \quad (8.7.2)$$

q, φ – заряд и потенциал проводника.

Энергия заряженного конденсатора:

$$W = \frac{qU}{2}; \quad W = \frac{CU^2}{2}; \quad W = \frac{q^2}{2C}. \quad (8.7.3)$$

Энергия электростатического поля:

$$W = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} Sd = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} V. \quad (8.7.4)$$

V – объем конденсатора, E – напряженность.

Механическая сила, с которой пластины конденсатора притягивают друг друга:

$$F = \frac{q^2}{2\varepsilon\varepsilon_0 S}. \quad (8.7.5)$$

Задача 8.1. Пробой в воздухе наступает в электрическом поле с напряженностью $E_{max} = 3 \cdot 10^4$ В/см. Имеется сферический конденсатор с воздушным зазором, наружная оболочка которого имеет радиус $r_2 = 4$ см, а радиус внутренней оболочки r_1 подбирается таким, чтобы конденсатор не пробивался при возможно большем значении разности потенциалов. Определить эту максимальную разность потенциалов.

Решение. Напряженность поля, созданного сферической поверхностью, определяется формулой (8.3.5): $E = k \frac{q}{\epsilon r^2}$.

Речь идет о воздушном конденсаторе, значит, $\epsilon = 1$. Так как E обратно пропорциональна расстоянию r от центра сферы до исследуемой точки поля, следовательно, значение напряженности максимально при минимальном значении r , т.е. поле максимально у поверхности внутренней сферы r_1

$$E_{max} = k \frac{q}{r_1^2}$$

Искомую разность потенциалов найдем по формуле (8.5.11):

$$\Delta\varphi = kq\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) \quad \text{или} \quad \Delta\varphi = \frac{kq}{r_1} - \frac{kq}{r_2}$$

Здесь q – заряд конденсатора. Из первой формулы следует, что $E_{max}r_1^2 = kq$. Тогда вторая примет вид

$$\Delta\varphi = \frac{E_{max}r_1^2}{r_1} - \frac{E_{max}r_1^2}{r_2} = E_{max}\left(r_1 - \frac{r_1^2}{r_2}\right)$$

Разность потенциалов $\Delta\varphi$ является функцией внутреннего радиуса r_1 . Известно, что значение r_1 , при котором функция $\Delta\varphi$ принимает максимальное значение, можно определить, приравняв к нулю производную от функции:

$$\frac{d\varphi}{dr_1} = 0; \quad \frac{d(E_{max}(r_1 - \frac{r_1^2}{r_2}))}{dr_1} = 0; \quad 1 - \frac{2r_1r_2 - 0}{r_2^2} = 0 \quad \Rightarrow \quad r_1 = \frac{r_2}{2}$$

С учетом этого перепишем формулу для $\Delta\varphi$ и произведем расчеты:

$$\Delta\varphi = E_{max} \left(\frac{r_2}{2} - \frac{\left(\frac{r_2}{2}\right)^2}{r_2} \right) = E_{max} \frac{r_2}{4} \quad (4)$$

$$\Delta\varphi = 3 \cdot 10^4 \cdot 10^2 \text{ В/м} \cdot \frac{4 \cdot 10^{-2} \text{ м}}{4} = 3 \cdot 10^4 \text{ В}$$

Ответ: конденсатор не пробивается при $r_1 = 3 \cdot 10^4$ В.

8.8. Диэлектрики

Электрический диполь – система двух равных по модулю разноименных точечных зарядов, расстояние l между которыми значительно меньше расстояния до рассматриваемых точек поля (рис. 8.8.1).

Плечо диполя – вектор, направленный по оси диполя от отрицательного заряда к положительному и равный расстоянию между зарядами.

Дипольный момент, совпадающий по направлению с плечом диполя:

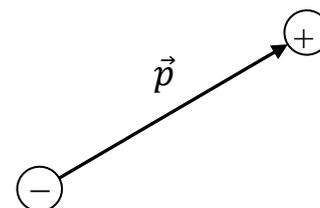


Рис. 8.8.1

$$\vec{p} = |q|\vec{l}. \quad (8.8.1)$$

Диэлектрик – вещество, которое при обычных условиях не проводит электрический ток. Диэлектрики делятся на три группы:

1. Неполлярные диэлектрики – вещества, в молекулах которых при отсутствии внешнего электрического поля «центры тяжести» положительных и отрицательных зарядов совпадают (плечо диполя равно нулю). Дипольные моменты молекул равны нулю. Во внешнем электрическом поле происходит смещение «центров тяжести» положительных и отрицательных зарядов (положительные по полю, отрицательные против поля) и молекула приобретает дипольный момент.

2. Полярные диэлектрики – вещества, в молекулах которых при отсутствии внешнего электрического поля «центры тяжести» положительных и отрицательных зарядов не совпадают (плечо диполя не равно нулю). Дипольные моменты молекул не равны нулю. При отсутствии внешнего электрического поля результирующий момент всех молекул равен нулю вследствие их хаотичного ориентирования в пространстве. Во внешнем поле диполи поворачиваются по полю.

3. Диэлектрики – вещества, молекулы которых имеют ионное строение и представляют собой систему вдвинутых одна в другую ионных подрешеток. Во внешнем поле происходит относительное смещение подрешеток, приводящее к возникновению дипольного момента.

Поляризация диэлектрика – процесс возникновения отличного от нуля суммарного дипольного момента диэлектрика под воздействием внешнего электрического поля. Различают три вида поляризации:

– **электронная (деформационная)**: возникновение у молекул дипольного момента за счет деформации электронных орбит. Дипольный момент направлен в сторону вектора напряженности. Наблюдается у неполярных диэлектриков;

– **ориентационная (дипольная)**: возникновение суммарного дипольного момента за счет ориентации имеющихся дипольных моментов по полю. Наблюдается у полярных диэлектриков;

– **ионная поляризация**: возникновение дипольного момента за счет смещения во внешнем поле всех положительных ионов по полю, а отрицательных против поля. Наблюдается у диэлектриков с ионными кристаллическими решетками.

Поляризованность – дипольный момент единицы объема диэлектрика:

$$\vec{P} = \frac{\vec{p}_V}{V} = \frac{\sum_{i=1}^n \vec{p}_i}{V}, \quad (8.8.2)$$

\vec{p}_i – дипольный момент i -й молекулы.

Для большинства диэлектриков поляризованность линейно зависит от напряженности поля:

$$\vec{P} = \kappa \varepsilon_0 \vec{E}, \quad (8.8.3)$$

κ – диэлектрическая восприимчивость вещества.

Диэлектрическая проницаемость среды ε – величина, показывающая, во сколько раз поле ослабляется диэлектриком и характеризует свойство диэлектрика поляризоваться в электрическом поле.

$$\varepsilon = 1 + \kappa. \quad (8.8.4)$$

Диэлектрики, обладающие поляризацией при отсутствии внешнего электрического поля (спонтанной поляризацией), которая сильно изменяется под влиянием внешних воздействий:

пироэлектрики – изменение температуры,

пьезоэлектрики – механическая деформация.

Сегнетоэлектрики

Сегнетоэлектрики – диэлектрики, обладающие в определенном интервале температур спонтанной поляризованностью, которая сильно изменяется под влиянием внешних воздействий – электрического поля, деформации, изменения температуры. Примеры сегнетоэлектриков – сегнетова соль, титанат бария, триглицинсульфат. При отсутствии внешнего поля сегнетоэлектрик разбит на домены – области с различным направлением поляризованности. Поляризация сегнетоэлектрика во внешнем поле состоит:

1) в смещении границ доменов и росте размеров тех доменов, векторы электрических моментов которых близки по направлению к напряженности поля;

2) повороте электрических моментов доменов по полю.

Точка Кюри – температура, при достижении которой сегнетоэлектрик теряет свои электрические свойства и становится обычным полярным диэлектриком.

8.9. Проводники в электростатическом поле

Проводники – это вещества, в которых может происходить упорядоченное перемещение электрических зарядов. Различают: **проводники первого рода** (металлы) – перенос в них зарядов (свободных электронов) не сопровождается химическими превращениями; **проводники второго рода** (растворы кислот) – перенос зарядов ведет к химическим изменениям. Под действием внешнего поля $\vec{E}_{\text{внеш}}$ электроны в проводнике начнут перемещаться против поля, в результате чего на поверхностях проводника появятся избыточные (нескомпенсированные) заряды (рис. 8.9.1). Эти заряды называются индуцированными. Они создают внутри проводника поле \vec{E}_i . Результирующее электрическое поле в проводнике:

$$|\vec{E}| = |\vec{E}_{\text{внеш}}| - |\vec{E}_i|. \quad (8.9.1)$$

Перемещение зарядов будет происходить до тех пор, пока поле внутри проводника не станет равным нулю. Процесс перераспределения зарядов в проводнике во внешнем поле называется явлением **электростатической индукции**. Для проводника в поле выполняются условия:

- внутри проводника напряженность поля равна нулю, а у его поверхности вектор E направлен по нормали к поверхности и противоположно вектору напряженности внешнего поля;
- весь объем проводника эквипотенциален;
- поверхность проводника эквипотенциальна;
- нескомпенсированные заряды располагаются в проводнике только на его поверхности (согласно теореме Гаусса).

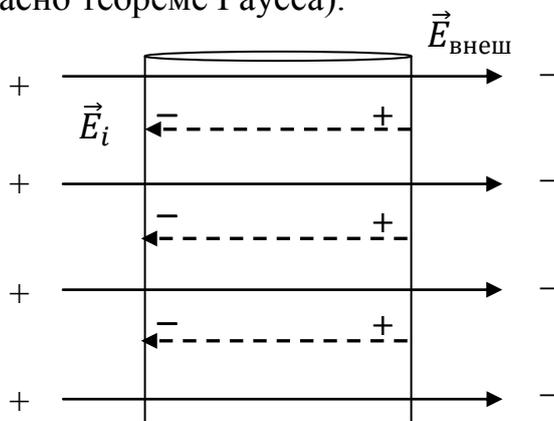


Рис. 8.9.1

9. ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

9.1. Характеристики постоянного тока

Электрическим током называется упорядоченное движение свободных носителей электрического заряда. Упорядоченное движение свободных электрических зарядов, происходящее в проводнике, называется **током проводимости**. Упорядоченное движение электрических зарядов, осуществляемое движением в пространстве заряженного макроскопического тела, называется **конвекционным током**. Направлением электрического тока считается то направление, в котором упорядоченно движутся положительные заряды. Электрический ток называется **постоянным**, если его сила и направление с течением времени остаются неизменными.

Электрический ток создается:

- в металлах – электронами;
- в полупроводниках – электронами и дырками;
- в газах – отрицательными и положительными ионами и электронами;
- в растворах и расплавах электролитов – ионами.

При прохождении тока происходит перенос вещества в электролитах и газах.

Сила тока I – скалярная величина I , равная количеству заряда q , переносимого через поперечное сечение проводника за единицу времени t :

$$I = \frac{dq}{dt}. \quad (9.1.1)$$

Единица измерения силы тока – *ампер*.

Плотность тока j – физическая величина, определяемая силой тока, проходящего через единицу площади поперечного сечения проводника, перпендикулярного направлению тока:

$$j = \frac{dI}{dS_{\perp}}. \quad (9.1.2)$$

Единица измерения – *ампер на метр в квадрате* (A/m^2). Плотность тока – вектор, направление которого совпадает с направлением вектора скорости $\langle \vec{v} \rangle$ упорядоченного движения положительных частиц в проводнике:

$$\vec{j} = ne\langle \vec{v} \rangle. \quad (9.1.3)$$

Подвижность носителей заряда ν – средняя скорость их упорядоченного движения при единице напряженности:

$$\nu = \frac{\langle v \rangle}{E}. \quad (9.1.4)$$

Единица измерения – $\text{м}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$.

Для возникновения и поддержания в проводнике постоянного электрического тока необходимо выполнение следующих условий:

- напряженность электрического поля в проводнике должна быть отлична от нуля и не должна изменяться с течением времени;
- цепь постоянного тока проводимости должна быть замкнутой;
- на свободные электрические заряды, помимо кулоновских сил, должны действовать неэлектростатические силы, называемые *сторонними* силами, которые могут быть созданы источниками тока (гальваническими элементами, аккумуляторами, электрическими генераторами и др.). **Сторонними** называются силы неэлектростатического происхождения, действующие на заряды со стороны источника тока. За счет сторонних сил электрические заряды движутся внутри источника тока в направлении, противоположном электростатическому полю. Благодаря этому на концах внешней цепи поддерживается разность потенциалов и в цепи идет постоянный электрический ток. Работа, которая необходима для обеспечения упорядоченного движения электрических зарядов в проводнике при прохождении по нему постоянного электрического тока, совершается за счет энергии источника тока.

Электродвижущая сила ε – физическая величина, определяемая работой $A_{\text{ст}}$, которую совершают сторонние силы при перемещении единичного положительного заряда q :

$$\varepsilon = \frac{A_{\text{ст}}}{q}. \quad (9.1.5)$$

Напряжение U (падение напряжения) – физическая величина, численно равная полной работе, которая совершается сторонними и кулоновскими силами при перемещении единичного положительного заряда вдоль участка цепи:

$$U = \frac{A_{12}}{q} = \frac{q\varepsilon_{12} + q(\varphi_1 - \varphi_2)}{q} = \varepsilon_{12} + (\varphi_1 - \varphi_2). \quad (9.1.6)$$

Напряжение равно разности потенциалов, когда на участке не действуют сторонние силы ($\varepsilon=0$).

Работа по перемещению электрического заряда из одной точки поля в другую не зависит от формы пути, а зависит от начального и конечного положений заряда. Это определяет потенциальность электрических сил.

Электрическое сопротивление R – скалярная физическая величина, характеризующая свойства проводника препятствовать прохождению тока. Единица измерения – Ом.

Электрическая проводимость G (электропроводность, проводимость) – это скалярная физическая величина, характеризующая способность тела проводить электрический ток. Единица измерения проводимости – См (сименс). Проводимость – величина, обратная сопротивлению.

Сопротивление R и проводимость G проводника определяются соотношениями:

$$R = \rho \frac{l}{S}; \quad G = \sigma \frac{S}{l}, \quad (9.1.7)$$

где ρ – удельное сопротивление; σ – удельная проводимость; l – длина проводника; S – площадь поперечного сечения проводника.

Удельное сопротивление ρ – это сопротивление проводника длиной 1 м и площадью сечения 1 м². Единица измерения – Ом·м.

Удельная проводимость σ – это проводимость проводника длиной 1 м и площадью сечения 1 м². Единица измерения – См/м.

Удельное сопротивление, а значит, и сопротивление описываются линейным законом:

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t), \quad R = R_0(1 + \alpha t), \quad (9.1.8)$$

где ρ и ρ_0 , R и R_0 – удельные сопротивления и сопротивления проводника при исследуемой температуре t и при $t = 0$ °С, α – температурный коэффициент сопротивления.

9.2. Закон Ома

Закон Ома для однородного участка цепи в интегральной форме:

$$I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2)}{R} = \frac{U}{R}, \quad (9.2.1)$$

где $\varphi_1 - \varphi_2 = U$ – разность потенциалов (напряжение) на концах участка цепи; R – сопротивление участка.

Закон Ома в дифференциальной форме:

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}. \quad (9.2.2)$$

Закон Ома для неоднородного участка цепи в интегральной форме:

$$I = \frac{\varepsilon_{12} + (\varphi_1 - \varphi_2)}{R + r}. \quad (9.2.3)$$

Закон Ома для замкнутой цепи с ЭДС:

$$I = \frac{\varepsilon}{R+r}, \quad (9.2.4)$$

где ε – ЭДС источника тока; r – внутреннее сопротивление цепи; R – внешнее сопротивление цепи.

9.3. Работа и мощность тока. Закон Джоуля - Ленца

Кулоновские и сторонние электрические силы совершают работу A при перемещении зарядов вдоль электрической цепи. Если электрический ток постоянен, а образующие цепь проводники неподвижны, то энергия W , которая необратимо преобразуется за время t в объеме проводника, равна совершенной работе A :

$$W = A = IUt. \quad (9.3.1)$$

Мощность тока равна работе, которая совершается током за единицу времени:

$$P = IU; \quad P = I^2R; \quad P = \frac{U^2}{R}. \quad (9.3.2)$$

Закон Джоуля - Ленца: количество теплоты Q , которое выделяется током в проводнике, прямо пропорционально силе тока I , времени t его прохождения по проводнику и падению напряжения на нем. **Количество теплоты**, выделяющееся в проводнике за время t :

$$Q = IUt. \quad (9.3.3)$$

Закон Джоуля-Ленца в дифференциальной форме:

$$w = jE = \sigma E^2, \quad (9.3.4)$$

где $w = \rho j^2$ – удельная тепловая мощность тока.

Задача 9.1. На какое расстояние L (рис. 1) можно передавать электроэнергию от источника с $\varepsilon = 5$ кВ так, чтобы на нагрузке сопротивлением $R_0 = 1,6$ кОм выделялась мощность $P = 10$ кВт? Удельное сопротивление провода $\rho = 1,75 \cdot 10^{-8}$ Ом·м и площадь поперечного сечения $S = 10^{-6}$ м².

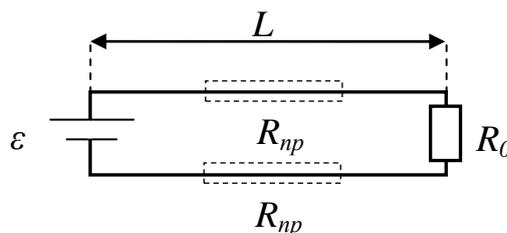


Рис. 1

Решение. Воспользуемся законом Ома для замкнутой цепи с ЭДС:

$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} \quad \Rightarrow \quad R + r = \frac{\varepsilon}{I}.$$

Здесь r – внутреннее сопротивление источника, которое считаем равным нулю, R – общее сопротивление нагрузки и двух проводов, соединяющих нагрузку и источник тока. Найдем его как

$$R = R_{\text{пр}} + R_{\text{пр}} + R_0 = 2R_{\text{пр}} + R_0.$$

Перепишем последнее выражение с учетом (9.1.7):

$$R = 2\rho \frac{l}{S} + R_0.$$

Здесь l – длина каждого провода, равная искомому расстоянию L .

Силу тока I , идущего через нагрузку, выразим из (9.3.2):

$$P = I^2 R_0; \Rightarrow I = \sqrt{\frac{P}{R_0}}.$$

Подставив два последних выражения в первое, выразим и рассчитаем значение L :

$$(2\rho \frac{l}{S} + R_0) = \frac{\varepsilon}{I},$$

$$2\rho \frac{l}{S} = \frac{\varepsilon}{\sqrt{\frac{P}{R_0}}} - R_0 \quad \Rightarrow \quad L = l = \frac{S}{2\rho} \left(\varepsilon \sqrt{\frac{R_0}{P}} - R_0 \right).$$

$$L = \frac{10^{-6} \text{ м}^2}{2 \cdot 1,75 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{ м}} \cdot \left(5 \cdot 10^3 \text{ В} \sqrt{\frac{1,6 \cdot 10^3 \text{ Ом}}{10 \cdot 10^3 \text{ Вт}}} - 1,6 \cdot 10^3 \text{ Ом} \right) = 11,4 \text{ км}.$$

Ответ: расстояние от нагрузки до источника $L = 11,4$ км.

9.4. Разветвление токов. Соединения проводников

Электрическая цепь представляет собой совокупность проводников и источников тока. В общем случае электрическая цепь является разветвленной (сложной) и содержит узлы. Узлом A в разветвленной цепи называется точка, в которой сходится не менее трех проводников (рис. 9.4.1). Для разветвленных цепей справедливы правила узлов и контуров.

Первое правило Кирхгофа (правило узлов): алгебраическая сумма сил токов, сходящихся в узле, равна нулю:

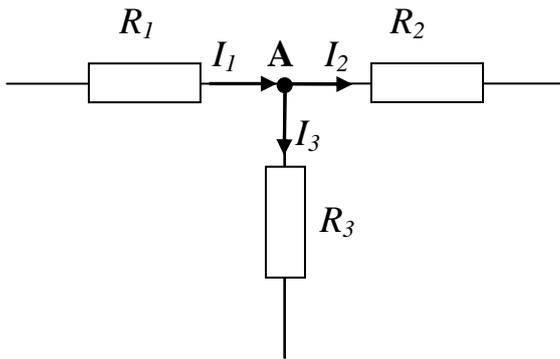


Рис. 9.4.1

$$\sum_{i=1}^n I_i = 0, \quad (9.4.1)$$

где n – число проводников, сходящихся в узле. Токи считаются положительными, если они втекают в узел (ток I_1 на рис. 9.4.1). Отрицательными считаются токи, отходящие от узла (токи I_2 и I_3 на рис. 9.4.1). Таким образом, первое правило Кирхгофа для рис. 9.4.1 имеет вид

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0.$$

Второе правило Кирхгофа (правило контуров): в любом замкнутом контуре, произвольно выбранном в разветвленной электрической цепи, алгебраическая сумма произведений сил токов на сопротивления соответствующих участков этого контура равна алгебраической сумме имеющихся в контуре ЭДС:

$$\sum_{i=1}^n I_i R_i = \sum_{j=1}^m \varepsilon_j. \quad (9.4.2)$$

Если токи совпадают с выбранным направлением обхода контура, то они считаются положительными. ЭДС. считаются положительными, если они создают токи, направленные в сторону обхода контура.

Расчет разветвленной цепи постоянного тока проводится в такой последовательности:

- произвольно выбираются направления n токов во всех участках цепи;
- произвольно выбираются направления обхода контуров;
- записываются $n-1$ независимых уравнений правила узлов;
- произвольные замкнутые контуры выделяются так, чтобы каждый новый контур содержал, по крайней мере, один участок цепи, не входящий в ранее рассмотренные контуры.

На рис. 9.4.2 представлены три контура. Направления их обхода указаны стрелками. Второе правило Кирхгофа имеет для них вид:

контур abek	$I_1 R_1 + I_3 R_3 = \varepsilon_1,$
контур edcb	$I_3 R_3 - I_2 R_2 = \varepsilon_2,$
контур acdk	$I_1 R_1 + I_2 R_2 = \varepsilon_1 - \varepsilon_2.$

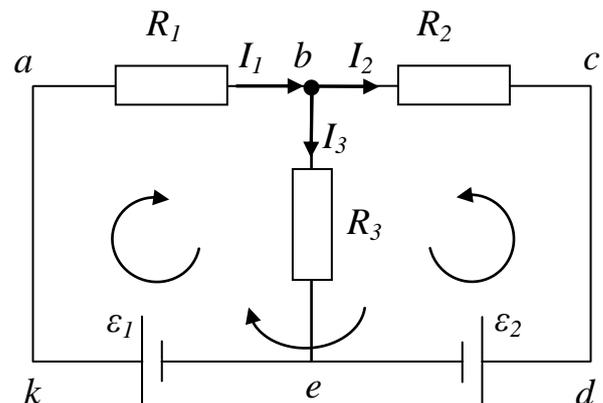


Рис. 9.4.2

При составлении электрической цепи проводники могут соединяться последовательно (рис.9.4.3) или параллельно (рис. 9.4.4).

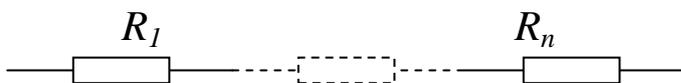


Рис. 9.4.3

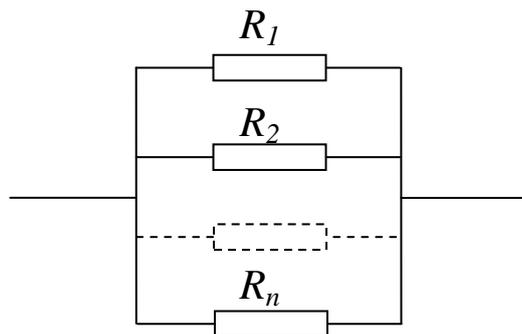


Рис. 9.4.4

Сила тока системы n проводников:

- при последовательном соединении: $I = const,$
- при параллельном соединении: $I = \sum_{i=1}^n I_i.$

Падения напряжения системы n проводников:

- при последовательном соединении: $U = \sum_{i=1}^n U_i,$
- при параллельном соединении: $U = const.$

Сопротивление системы n проводников:

- при последовательном соединении: $R = \sum_{i=1}^n R_i,$
- при параллельном соединении: $\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}.$

Здесь I_i , U_i , R_i – сила тока, падение напряжения и сопротивление каждого проводника соответственно.

Для того чтобы измерить силу тока на участке цепи, амперметр подключают последовательно. Для измерения напряжения вольтметр присоединяют параллельно.

10. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ПОСТОЯННОГО ТОКА

10.1. Магнитное поле постоянного тока

Магнитным полем называется одна из частей электромагнитного поля. Магнитное поле создается проводниками с токами, движущимися электрически заряженными частицами и телами, а также намагниченными телами и переменным электрическим полем.

Силовой характеристикой магнитного поля является **вектор индукции магнитного поля** \vec{B} (вектор магнитной индукции, или магнитная индукция). Магнитное поле называется однородным, если векторы \vec{B} во всех его точках одинаковы. Для однородной изотропной среды вектор магнитной индукции связан с вектором напряженности магнитного поля \vec{H} :

$$\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}, \quad (10.1.1)$$

где μ_0 – магнитная постоянная в СИ, μ – относительная магнитная проницаемость среды.

Графически магнитное поле можно изобразить с помощью **линий магнитной индукции** – воображаемых линий, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора \vec{B} в этих точках поля. Линии магнитной индукции замкнуты, т.к. в природе отсутствуют свободные магнитные заряды, и охватывают проводники с током. Вблизи проводника они лежат в плоскостях, перпендикулярных проводнику (рис. 10.1.1).

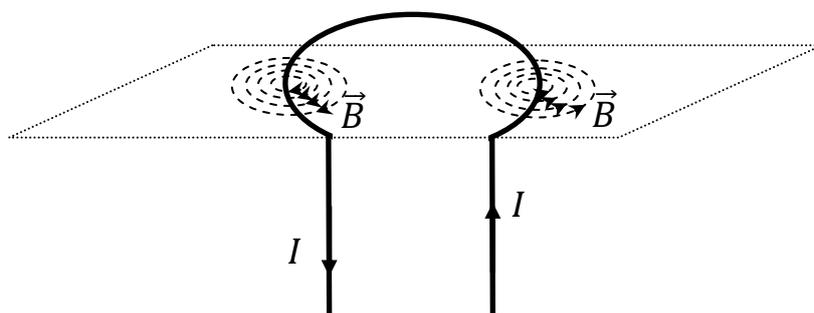


Рис. 10.1.1

Направление вектора магнитной индукции поля, созданного проводником с током, определяется **правилом буравчика**: если поступательное движение острия буравчика с правой резьбой совпадает с направлением тока в проводнике, то направление вектора магнитной индукции совпадает с направлением вращения рукоятки буравчика (вектор магнитной индукции

направлен по касательной к окружности, описываемой рукояткой буравчика) (рис.10.1.2).

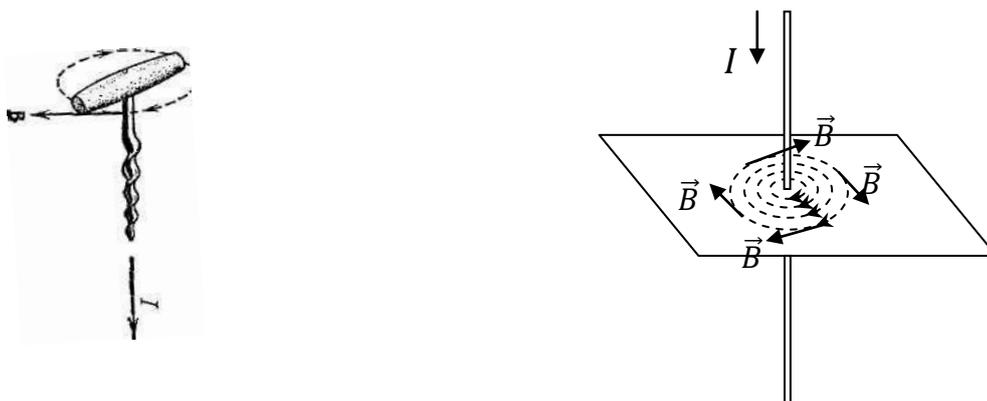


Рис. 10.1.2

На рис. 10.1.3 и 10.1.4 приведены примеры различных направлений токов и векторов магнитной индукции.

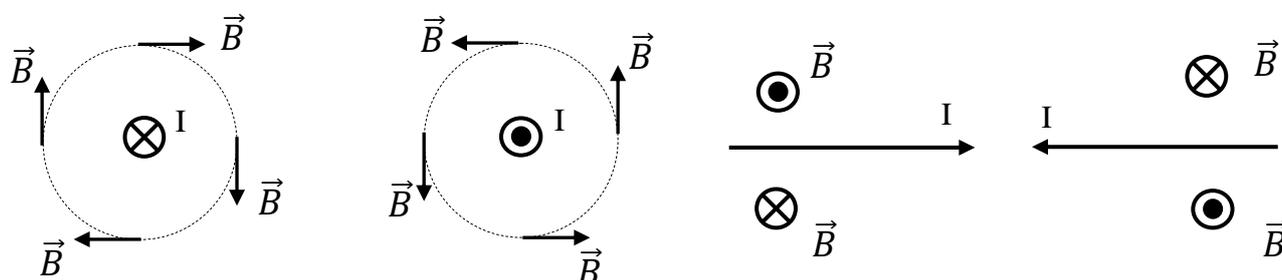


Рис. 10.1.3. Прямой ток

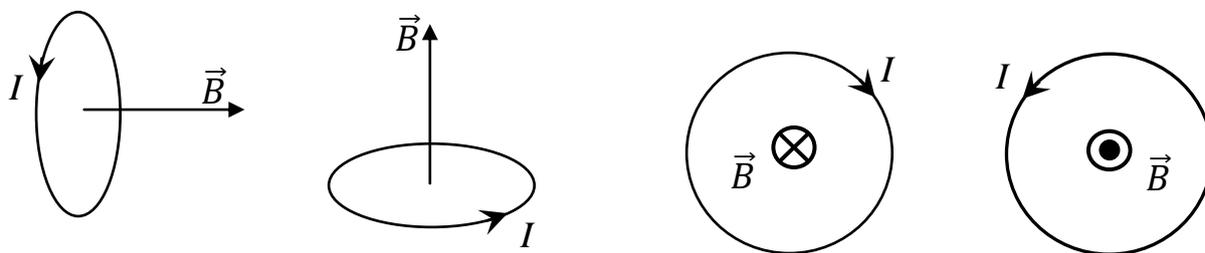


Рис. 10.1.4. Круговой ток

Модуль вектора магнитной индукции поля, созданного проводниками различной формы, рассчитывается по закону **Био-Савара-Лапласа**:

$$dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{Idl\sin\alpha}{r^2}. \quad (10.1.2)$$

Здесь I – сила тока, dl – элемент проводника, создающий поле dB в некоторой точке C пространства, r – радиус-вектор, проведенный из элемента dl в точку C . Однако расчет по приведенной формуле в общем случае сложен. Если же распределение тока имеет определенную симметрию, то закон Био-Савара-Лапласа позволяет получить простые выражения для некоторых полей:

Магнитная индукция поля бесконечно

длинного прямолинейного проводника с током:
$$B = \mu\mu_0 \cdot \frac{I}{2\pi a}, \quad (10.1.3)$$

где a – расстояние от оси проводника до точки рассмотрения.

Магнитная индукция поля

в центре кругового проводника с током:
$$B = \mu\mu_0 \cdot \frac{I}{2R}, \quad (10.1.4)$$

где R – радиус витка.

Магнитная индукция поля

на оси кругового проводника с током:
$$B = \mu\mu_0 \cdot \frac{IR^2}{2(R^2+a^2)^{3/2}}, \quad (10.1.5)$$

где R – радиус кривизны проводника, a – расстояние от центра витка до данной точки.

Магнитная индукция поля

внутри соленоида, имеющего N витков:
$$B = \mu_0 N \cdot \frac{I}{l} = \mu_0 nI, \quad (10.1.6)$$

где l – длина соленоида; $n = N/l$ – число витков на единицу длины.

Магнитная индукция поля

на оси соленоида конечной длины:
$$B = \mu_0 \cdot \frac{In}{2} (\cos\beta_1 - \cos\beta_2), \quad (10.1.7)$$

где β_1 и β_2 – угол между осью соленоида и радиус-вектором, проведенным из рассматриваемой точки к концам соленоида.

Принцип суперпозиции магнитных полей: магнитная индукция B результирующего поля равна векторной сумме магнитных индукций B_1, B_2, \dots, B_n складываемых полей, т.е.

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \dots + \vec{B}_n \quad \text{или} \quad \vec{B} = \sum_{i=1}^n \vec{B}_i. \quad (10.1.8)$$

Задача 10.1. На расстоянии $a = 1$ см от кругового витка с током $I_1 = 100$ мА расположен бесконечно длинный проводник с током $I_2 = 94,2$ мА. Определите индукцию B магнитного поля в точке C , расположенной в центре кругового витка. Радиус витка $R = 2,5$ см.

Решение. Поскольку в условии задачи не указаны направления токов, выберем их произвольно (рис. 1). Пусть в круговом проводнике ток течет против часовой стрелки, а в прямолинейном к читателю из листа (на нас).

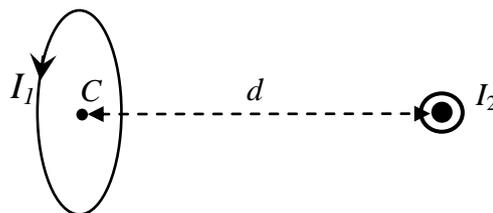


Рис. 1

Для нахождения индукции магнитного поля B в указанной точке C

сначала определим направление векторов индукции \vec{B}_1 и \vec{B}_2 полей, создаваемых каждым проводником в отдельности, и сложим их геометрически (по принципу суперпозиции полей), т.е. $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$.

Из рис. 2 видно, что поле, создаваемое первым проводником в точке C , направлено вправо, а вторым – вертикально вниз. Направление результирующего вектора \vec{B} находим по правилу параллелограмма (рис.3).

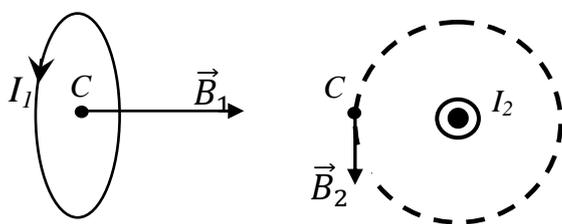


Рис. 2

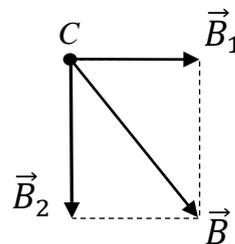


Рис. 3

Абсолютное значение индукции B может быть найдено по теореме Пифагора:

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2}.$$

Значение индукций B_1 и B_2 найдем по формулам (10.1.4) и (10.1.3), соответственно:

$$B_1 = \mu\mu_0 \frac{I_1}{2R}, \quad B_2 = \mu\mu_0 \cdot \frac{I_2}{2\pi a}.$$

Подставляя B_1 и B_2 в первую формулу и вынося $\mu\mu_0/2$ за знак корня, получим:

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2} \sqrt{\left(\frac{I_1}{R}\right)^2 + \left(\frac{I_2}{\pi a}\right)^2}.$$

Подставляя числовые значения, определяем искомую индукцию:

$$B = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7}}{2} \sqrt{\left(\frac{100 \cdot 10^{-3}}{2,5 \cdot 10^{-2}}\right)^2 + \left(\frac{94,2 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot 1 \cdot 10^{-2}}\right)^2} = 3,14 \text{ мкТл.}$$

Ответ: $B = 3,14 \text{ мкТл.}$

10.2. Сила Лоренца

Сила Лоренца – это сила, действующая на электрический заряд, движущийся в магнитном поле.

Модуль силы: $F_L = |q|vB\sin\alpha. \quad (10.2.1)$

Здесь q – величина движущегося заряда, v – скорость, с которой заряд влетает в магнитное поле, B – модуль индукции магнитного поля, α – угол между векторами \vec{B} и \vec{v} .

Направление силы, действующей на положительный заряд, определяется по правилу левой руки: *вектор \vec{B} входит в ладонь, четыре вытянутых пальца направлены по скорости, большой отогнутый на 90° палец показывает направление силы Лоренца. На отрицательный заряд сила Лоренца действует в противоположном направлении.*

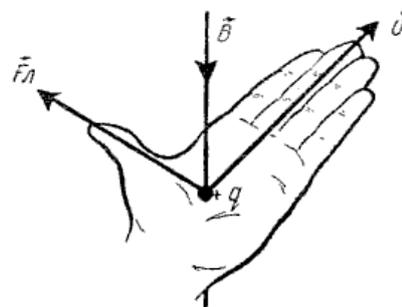


Рис. 10.2.1

Траектория движения частицы в магнитном поле зависит от взаимной ориентации векторов \vec{v} и \vec{B} :

1. Если скорость \vec{v} частицы перпендикулярна вектору \vec{B} ($\alpha=90^\circ$), то в магнитном поле частица движется по окружности.

На рис. 10.2.2, *a* и *b* вектор магнитного поля направлен к читателю из листа (точка в кружке), на рис. 10.2.2, *c* и *d* – от читателя (крестик в кружке). Пунктирная окружность – область магнитного поля. На рис. 10.2.2, *a* представлено движение положительно заряженной частицы. Воспользовавшись правилом левой руки, делаем вывод, что в момент попадания частицы в магнитное поле сила Лоренца направлена вертикально вниз (на рис. 10.2.2, *a* не указана). Эта сила приводит к постепенному изменению направления скорости, в результате чего частица движется по окружности «вниз». Аналогично правилом левой руки объясняется характер движения частиц на рис. 10.2.2, *b, c, d*.

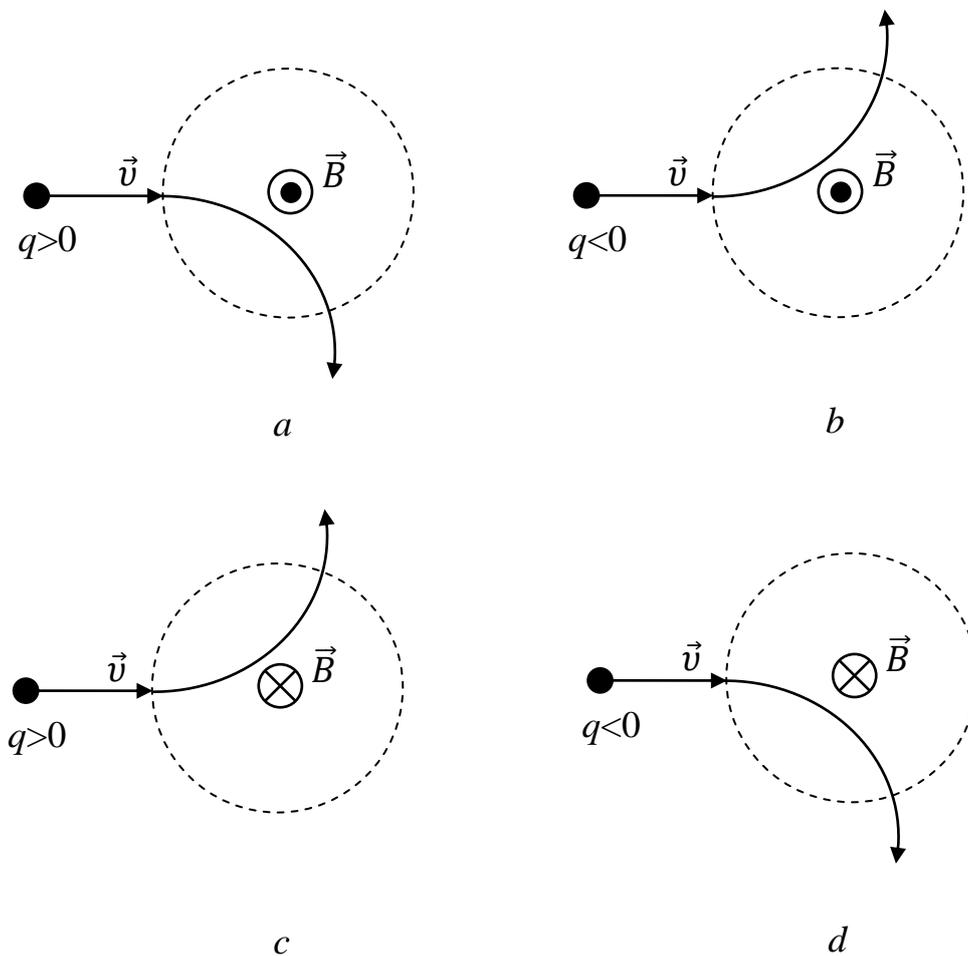


Рис. 10.2.2

Частица движется по окружности, поскольку сила Лоренца является центростремительной:

$$ma_n = qvB \sin 90 \quad (10.2.2)$$

или

$$m \frac{v^2}{R} = qvB. \quad (10.2.3)$$

Выражение (10.2.3) позволяет получить формулы для расчета радиуса окружности R и периода обращения T соответственно:

$$R = \frac{m v}{q B}, \quad (10.2.4)$$

$$T = \frac{2\pi m}{B q}. \quad (10.2.5)$$

Отметим, что сила Лоренца в данном случае не совершает работы, поэтому при движении частицы ее кинетическая энергия не изменяется.

2. Если скорость \vec{v} частицы параллельна вектору \vec{B} ($\alpha=0^\circ$), то при попадании в магнитное поле модуль и направление скорости не изменяются, т.е. частица движется равномерно и прямолинейно.

3. Если скорость \vec{v} частицы направлена под углом к вектору \vec{B} ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$), то в магнитном поле частица движется по спирали, ось которой параллельна магнитному полю.

4. Если на движущуюся частицу одновременно действуют и магнитное, и электрическое поля, то результирующая сила: $\vec{F}_L = q\vec{E} + q[\vec{v}\vec{B}]$. Траектория движения зависит от взаимного направления полей и скорости частицы.

10.3. Сила Ампера

Сила Ампера – это сила, действующая на проводник с током, помещенный в магнитное поле.

Модуль силы:
$$F_A = BIl \sin \alpha. \quad (10.3.1)$$

Здесь I – сила тока, l – длина проводника, B – модуль индукции магнитного поля, α – угол между вектором \vec{B} и проводником с током.

Сила ампера, приложенная к малому элементу проводника с током I , равна геометрической сумме сил, которые действуют со стороны магнитного поля на движущиеся в проводнике носители тока.

Направление силы, действующей на проводник, определяется по правилу левой руки: *перпендикулярная составляющая вектора \vec{B} входит в ладонь, четыре вытянутых пальца направлены по току, большой отогнутый на 90° палец показывает направление силы Ампера.*

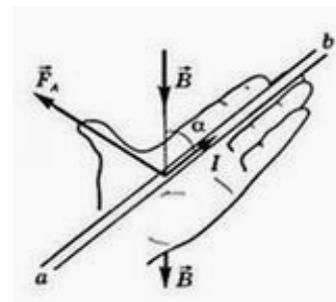


Рис. 10.3.1

Взаимодействие параллельных токов: между двумя параллельно расположенными бесконечно длинными проводниками, по которым протекают постоянные токи I_1 и I_2 , возникает сила взаимодействия, модуль которой равен

$$F = \mu_0 \mu \frac{I_1 I_2}{2\pi R}, \quad (10.3.2)$$

где R — расстояние между проводниками.

Проводники с одинаково направленными токами притягиваются, с противоположно направленными токами — отталкиваются.

Работа по перемещению проводника и контура с током в магнитном поле:

$$A = IBdS \quad (10.3.3)$$

или

$$A = Id\Phi. \quad (10.3.4)$$

Здесь dS – площадь, пересекаемая проводником при перемещении в магнитном поле, $d\Phi$ – магнитный поток.

10.4. Магнитный поток

Потоком вектора магнитной индукции (магнитным потоком) сквозь участок поверхности, ограниченной контуром, называется скалярная величина, равная

$$d\Phi = \vec{B}d\vec{S} = BS\cos\alpha. \quad (10.4.1)$$

Поток вектора магнитной индукции через произвольную поверхность S :

$$\Phi = \int_{(s)} \vec{B}d\vec{S}. \quad (10.4.2)$$

Здесь S – площадь поверхности, ограниченной контуром, α – угол между вектором \vec{B} магнитной индукции и нормалью \vec{n} к плоскости контура (рис. 10.4.1). Магнитный поток может быть как положительным, так и отрицательным, в зависимости от знака $\cos\alpha$ (зависит от взаимного расположения \vec{B} и \vec{n}).

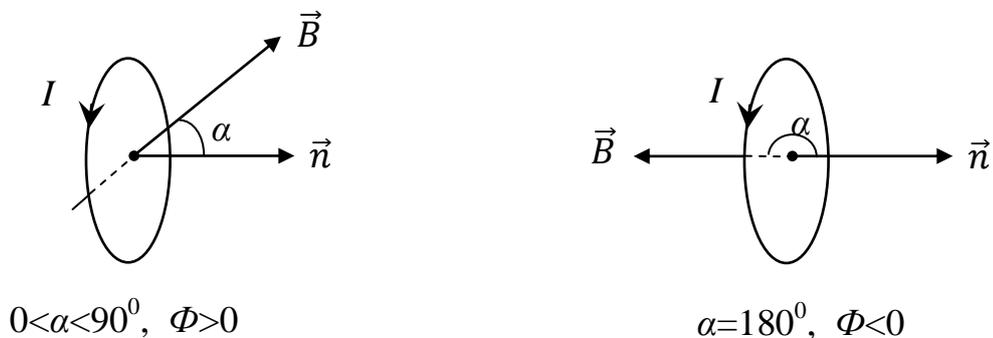


Рис. 10.4.1

11. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

11.1. Явление и закон электромагнитной индукции

Явление электромагнитной индукции заключается в том, что изменение магнитного потока Φ через проводящий замкнутый контур приводит к возникновению в нем электрического (индукционного) тока. Соответствующая ЭДС называется электродвижущей силой электромагнитной индукции.

Закон Фарадея: ЭДС электромагнитной индукции ε_i в контуре численно равна и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока сквозь площадь поверхности, ограниченной этим контуром:

$$\varepsilon_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}. \quad (11.1.1)$$

Правило Ленца: при всяком изменении магнитного потока сквозь замкнутый проводящий контур в последнем возникает индукционный ток такого направления, что его магнитное поле противодействует изменению магнитного потока.

11.2. Способы изменения магнитного потока

1. **Движение отрезка проводника длиной l со скоростью \vec{v} в однородном магнитном поле.** ЭДС электромагнитной индукции в проводнике равна:

а) если угол между вектором \vec{B} и направлением движения $\gamma = 90^\circ$ (рис. 11.2.1):

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(BScos\alpha)}{dt} = -\frac{d(Blxcos0)}{dt} = -Bl\frac{dx}{dt}. \quad (11.2.1)$$

Следовательно,
$$\varepsilon_i = -Blv, \quad (11.2.2)$$

б) если угол между вектором \vec{B} и направлением движения $0 < \gamma < 90^\circ$ (рис. 11.2.2):

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(BScos\alpha)}{dt} = -\frac{d(Blxcos(90-\gamma))}{dt} = -Bl\sin\gamma\frac{dx}{dt}. \quad (11.2.3)$$

Следовательно,
$$\varepsilon_i = -Bl\sin\gamma. \quad (11.2.4)$$

В (11.2.1) и (11.2.3) α –угол между нормалью \vec{n} к плоскости рамки и вектором \vec{B} .

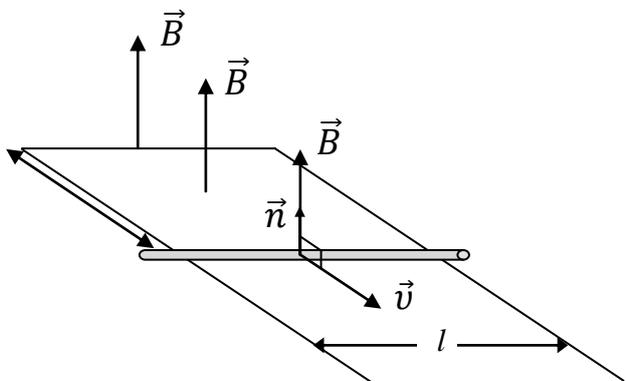


Рис. 11.2.1

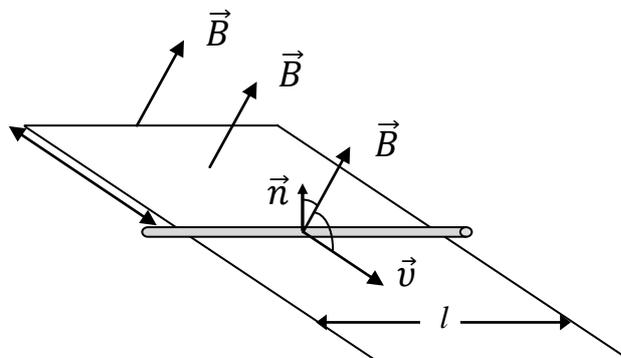


Рис. 11.2.2

2. **Вращение плоской прямоугольной рамки в однородном магнитном поле с угловой скоростью ω .** Ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна к вектору \vec{B} (рис. 11.2.3). ЭДС электромагнитной индукции равна:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(BS\cos\alpha)}{dt} = -BS\frac{d(\cos\omega t)}{dt}. \quad (11.2.5)$$

Следовательно, $\varepsilon_i = BS\omega\sin\omega t.$ (11.2.6)

При $\sin\omega t=1$ ЭДС максимальна: $\varepsilon_{max} = BS\omega.$ (11.2.7)

Значит, $\varepsilon_i = \varepsilon_{max}\sin\omega t.$ (11.2.8)

То есть при вращении рамки в однородном магнитном поле в ней возникает переменная ЭДС, изменяющаяся по гармоническому закону.

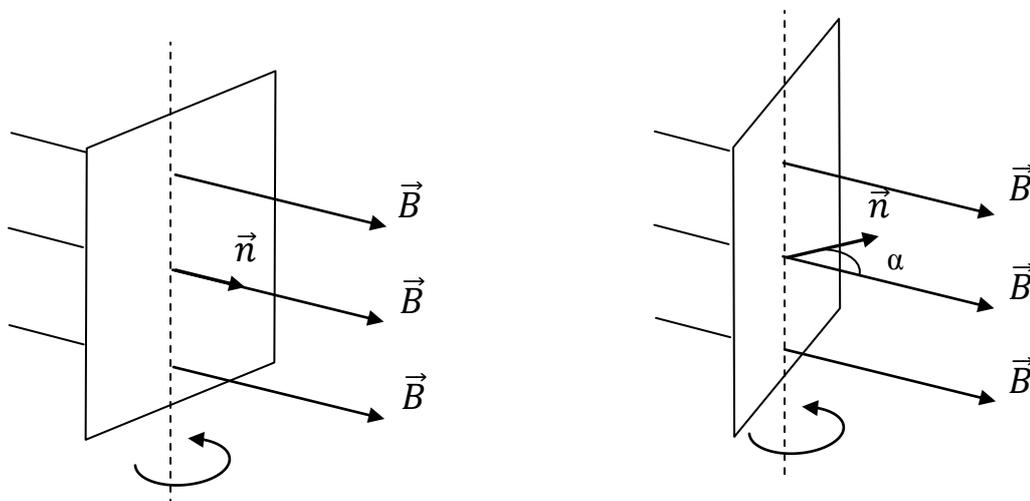


Рис. 11.2.3

3. Изменение модуля вектора магнитной индукции:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(BScos\alpha)}{dt} = -Scos\alpha \frac{dB}{dt}. \quad (11.2.9)$$

Задача 11.1. Во внешнем однородном магнитном поле, индукция которого $B_{нач} = 1$ Тл, находится плоский проводящий контур площадью $S = 100 \text{ см}^2$, расположенный перпендикулярно магнитным линиям (рис.1, а). Сопротивление контура $R = 200$ мОм. Определите величину и направление тока I_i , который возникнет в контуре, если за время $\Delta t = 2$ с магнитное поле уменьшится до $B_{кон} = 0,4$ Тл?

Решение. Сначала ответим на вопрос о направлении тока I_i . Пусть вектор $\vec{B}_{нач}$ направлен как указано на рис. 1, а. Во время уменьшения величины внешнего магнитного поля до $\vec{B}_{кон}$ (рис. 1, б) в контуре потечет ток I_i . Известно, что если по проводнику течет ток, то вокруг этого проводника возникнет собственное магнитное поле \vec{B}_i . Направлено это поле, согласно правилу Ленца, так, чтобы поддержать исчезающее внешнее. Т.е. \vec{B}_i имеет то же направление, что и \vec{B} (рис. 1, с). По правилу буравчика ток, создающий поле такого направления, должен течь против часовой стрелки.

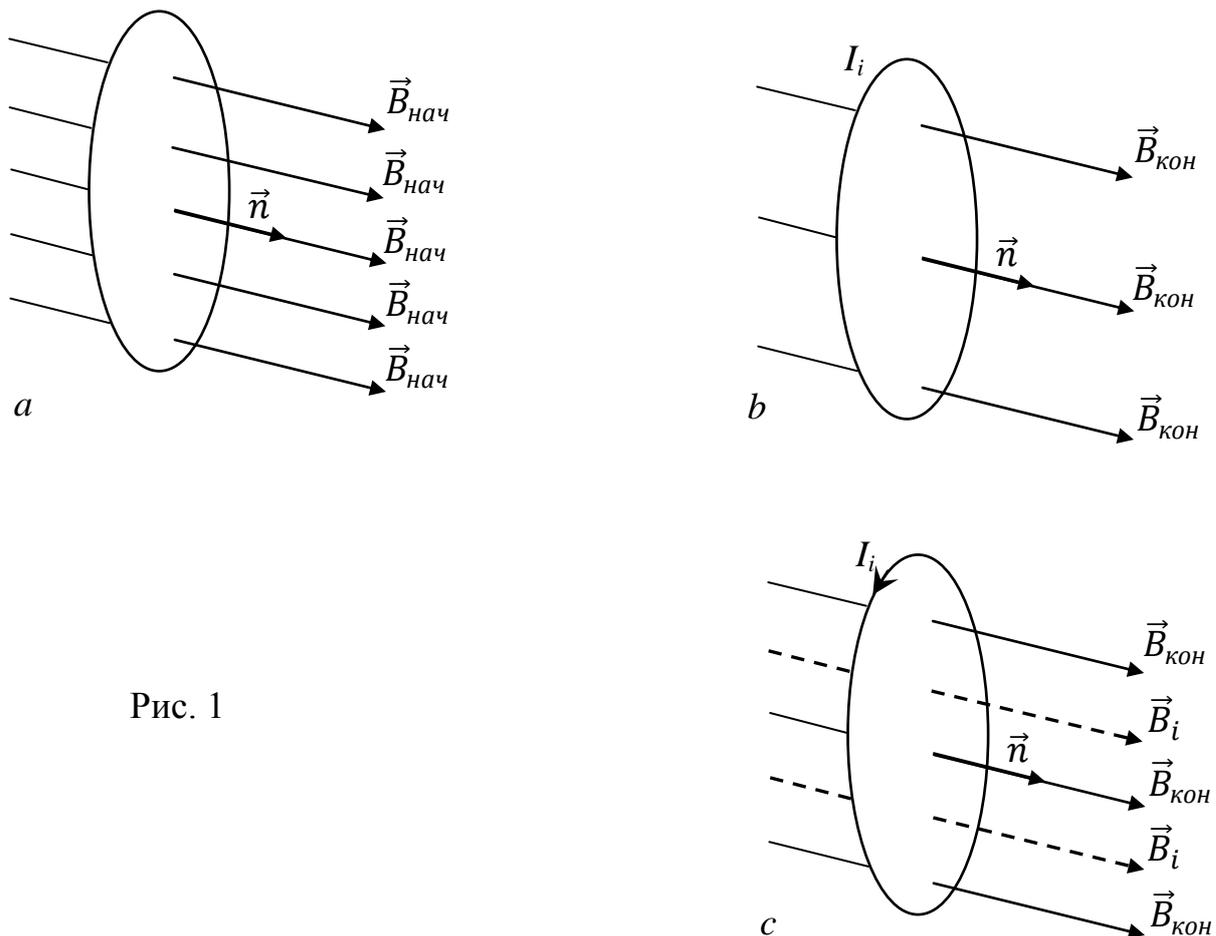


Рис. 1

Теперь определим значение тока I_i . ЭДС, возникающую в контуре при изменении модуля вектора магнитной индукции, найдем по формуле (11.2.9):

$$\varepsilon_i = -S \cos \alpha \frac{dB}{dt} = -S \cos \alpha \frac{\Delta B}{\Delta t},$$

$$\varepsilon_i = -S \cos \alpha \frac{(B_{\text{кон}} - B_{\text{нач}})}{\Delta t}.$$

По условию задачи плоскость контура перпендикулярна линиям магнитной индукции (рис.1, а), т.е. $\alpha = 0 \Rightarrow \cos \alpha = 1$. По закону Ома $\varepsilon_i = I_i R$. В связи с этим:

$$I_i R = -S \cos 0 \frac{(B_{\text{кон}} - B_{\text{нач}})}{\Delta t} \Rightarrow$$

$$I_i = \frac{S(B_{\text{нач}} - B_{\text{кон}})}{R \Delta t}.$$

Подставим числовые данные:

$$I_i = \frac{100 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 \cdot (1 - 0,4) \text{ Тл}}{200 \cdot 10^{-3} \text{ Ом} \cdot 2 \text{ с}} = 15 \text{ мА}.$$

Ответ: возникающий в контуре ток I_i течет против часовой стрелки и равен 15 мА.

11.3. Самоиндукция

Явление: изменение тока в цепи приводит к возникновению ЭДС в этой цепи. Изменение тока вызывает изменение его собственного магнитного поля. В проводнике с током, который находится в изменяющемся собственном магнитном поле, возникает явление электромагнитной индукции, характеристикой которого служит ЭДС самоиндукции. Собственное магнитное поле тока в контуре создает магнитный поток Φ_S сквозь площадь поверхности, ограниченную самим контуром. Магнитный поток Φ_S называется потоком самоиндукции контура:

$$\Phi_S = LI. \quad (11.3.1)$$

Величина L называется индуктивностью контура и является его электрической характеристикой, подобно сопротивлению R контура и другим характеристикам. Значение L зависит от размеров контура, его геометрической формы и относительной магнитной проницаемости среды, в которой находится контур.

ЭДС самоиндукции:

$$\varepsilon_{iS} = -\frac{d\Phi_S}{dt} = -\frac{d(LI)}{dt} = -(L\frac{dI}{dt} + I\frac{dL}{dt}). \quad (11.3.2)$$

Если индуктивность контура постоянна, то ЭДС самоиндукции пропорциональна скорости изменения силы тока:

$$\varepsilon_{iS} = -L\frac{dI}{dt}. \quad (11.3.3)$$

Если ток со временем возрастает $\frac{dI}{dt} > 0$, то $\varepsilon_{iS} < 0$, то есть ток самоиндукции направлен навстречу «внешнему» току, то есть препятствует его нарастанию. И наоборот.

11.4. Взаимная индукция

Явление: изменение силы тока в одном проводящем контуре приводит к возникновению электрического тока в другом, находящемся рядом, проводящем контуре. Так, если сила тока I_1 в первом контуре изменяется, то во втором контуре, не содержащем источника тока, возникает индуцированное поле, характеризуемое ЭДС взаимной индукции:

$$\varepsilon_{i21} = -\frac{d\Phi_{21}}{dt} = -L_{21}\frac{dI_1}{dt}, \quad (11.4.1)$$

где Φ_{21} — поток магнитной индукции, который создается магнитным полем тока первого контура и пронизывает площадь поверхности второго контура (рис. 11.4.1).

Аналогично, при протекании во втором контуре тока I_2 магнитный поток Φ_{12} пронизывает первый контур. Тогда:

$$\varepsilon_{i12} = -\frac{d\Phi_{12}}{dt} = -L_{12}\frac{dI_2}{dt}, \quad (11.4.1)$$

Коэффициенты L_{21} и L_{12} называются взаимной индуктивностью контуров.

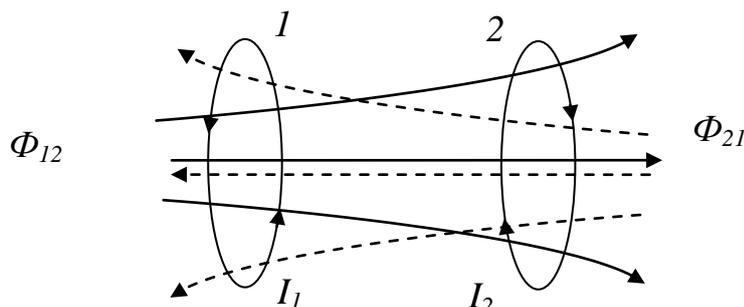


Рис. 11.4.1

12. МЕХАНИЧЕСКИЕ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ

12.1. Характеристики свободных гармонических колебаний

Колебание - движение или изменение состояния, повторяющееся во времени. Колебания называются **свободными**, если они возникают в системе, в которой не действуют переменные внешние силы, например сила сопротивления. Колебания называются **периодическими**, если значения всех физических величин (например, координаты или угла), изменяющихся в процессе колебаний, повторяются через равные промежутки времени.

Период колебания T – время одного полного колебания; промежуток времени, через который повторяются значения всех величин, характеризующих колебание.

Частота колебаний ν – число полных колебаний, которые совершаются за единицу времени:

$$\nu = \frac{1}{T}. \quad (12.1.1)$$

Циклическая (круговая) частота колебаний ω – число полных колебаний, которые совершаются за 2π единиц времени:

$$\omega = 2\pi\nu. \quad (12.1.2)$$

Амплитуда колебаний A – величина, равная наибольшему абсолютному значению колеблющейся физической величины s .

Гармонические колебания – колебания, в которых колеблющаяся физическая величина s изменяется с течением времени по закону синуса или косинуса:

$$s = A \sin(\omega t + \varphi), \quad (12.1.3)$$

где s – значение изменяющейся физической величины в момент времени t ,

A – амплитуда колебания;

ω – круговая частота колебания;

φ – начальная фаза (определяет смещение колеблющейся величины от положения равновесия в начальный ($t = 0$) момент времени);

$(\omega t + \varphi)$ – полная фаза колебания (определяет смещение колеблющейся величины от положения равновесия в данный момент времени);

Скорость v при гармонических колебаниях изменяется с течением времени t по закону:

$$v = \frac{ds}{dt}; \quad v = A\omega \cos(\omega t + \varphi). \quad (12.1.4)$$

Максимальное значение скорости: $v_{max} = A\omega. \quad (12.1.5)$

Ускорение a при гармонических колебаниях изменяется с течением времени t по закону:

$$a = \frac{d^2s}{dt^2}; \quad a = -A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi). \quad (12.1.6)$$

Максимальное значение ускорения: $a_{max} = A\omega^2. \quad (12.1.7)$

Сила F , под действием которой точка массой m совершает гармоническое колебание по закону:

$$F = ma = -mA\omega^2 \sin(\omega t + \varphi). \quad (12.1.8)$$

Максимальное значение: $F_{max} = mA\omega^2. \quad (12.1.9)$

Кинетическая энергия E_K при гармонических колебаниях изменяется с течением времени t по закону:

$$E_K = \frac{mv^2}{2} = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \cos^2(\omega t + \varphi). \quad (12.1.10)$$

Максимальное значение: $E_{Kmax} = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2. \quad (12.1.11)$

Потенциальная энергия E_{Π} при гармонических колебаниях изменяется с течением времени t по закону:

$$E_{\Pi} = \frac{m\omega^2 x^2}{2} = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \varphi). \quad (12.1.12)$$

Максимальное значение: $E_{\Pi max} = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2. \quad (12.1.13)$

Полная энергия колеблющейся точки:

$$E = E_K + E_{\Pi} = E_{Kmax} = E_{\Pi max} = const. \quad (12.1.14)$$

Ниже приведены графики, подчиняющиеся аналитическим зависимостям (12.1.3.), (12.1.4), (12.1.6), (12.1.10), (12.1.12) и (12.1.14), соответственно.

Рис. 12.1.1. Зависимость значения колеблющейся величины от времени

$$s = A \sin(\omega t + \varphi)$$

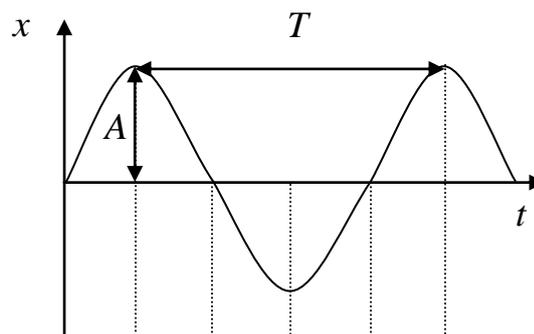


Рис. 12.1.2. Зависимость скорости от времени

$$v = A\omega \cos(\omega t + \varphi)$$

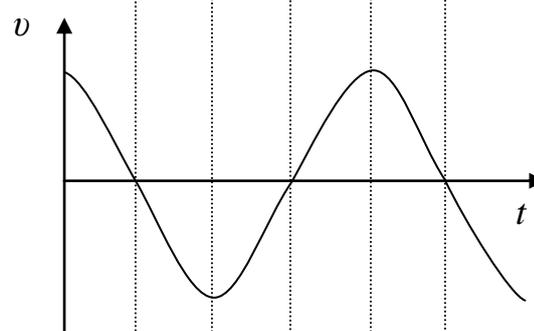


Рис. 12.1.3. Зависимость ускорения от времени

$$a = -A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi)$$

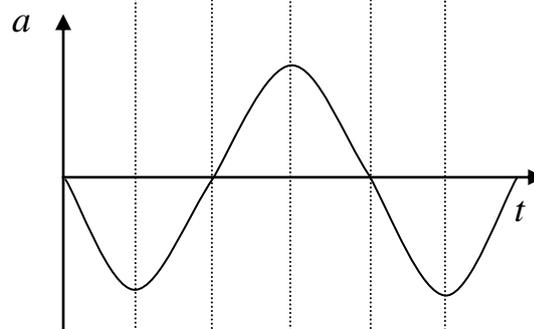
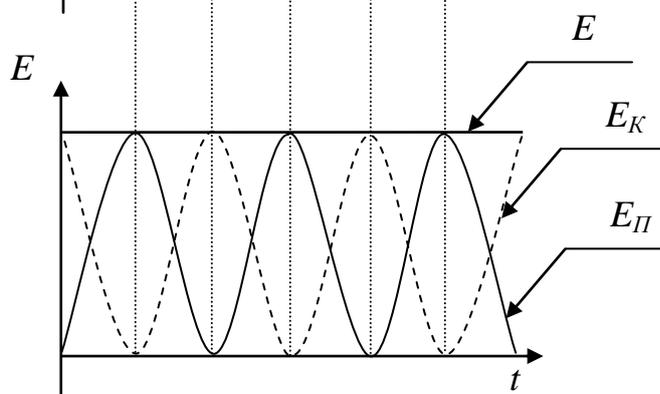


Рис. 12.1.4. Зависимости кинетической (E_K), потенциальной (E_{II}) и полной (E) энергий от времени

$$E_K = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \cos^2(\omega t + \varphi).$$

$$E_{II} = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \varphi).$$

$$E = const.$$



Задача 12.1. Материальная точка совершает гармонические колебания. Во сколько раз k время t_1 прохождения первой половины амплитуды меньше времени t_2 прохождения второй половины?

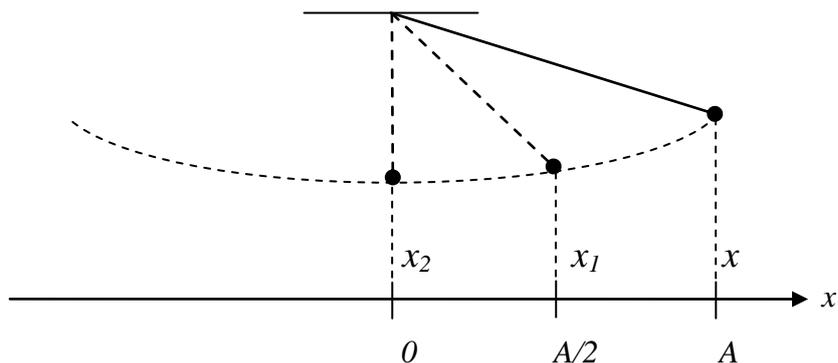


Рис. 1

Решение. Пусть в начальный момент времени материальная точка максимально отклонена от положения равновесия (рис. 1). То есть при $t = 0$ смещение равно амплитуде: $x = A$. Это означает, что координата x изменяется по закону косинуса (в противном случае, при $t=0$ смещение было бы равно 0):

$$x = A \cos \omega t. \quad (1)$$

В момент прохождения первой половины амплитуды координата $x_1 = A/2$, а в момент прохождения всей амплитуды — $x_2 = 0$. Запишем и решим первое уравнение для этих случаев:

$$\begin{aligned} x_1 = A \cos \omega t_1; \quad \frac{A}{2} = A \cos \omega t_1; \quad \frac{1}{2} = \cos \omega t_1 \\ \Rightarrow \quad \omega t_1 = \frac{\pi}{3} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} x_2 = A \cos \omega(t_1 + t_2) \quad 0 = A \cos \omega(t_1 + t_2) \\ \Rightarrow \quad \omega(t_1 + t_2) = \frac{\pi}{2}. \end{aligned} \quad (3)$$

По условию задачи $t_1 = kt_2$. Тогда

$$\frac{\omega(t_1 + t_2)}{\omega t_1} = \frac{\pi/2}{\pi/3}, \quad \frac{t_1 + t_2}{t_1} = \frac{3}{2}, \quad 1 + \frac{t_2}{t_1} = \frac{3}{2}, \quad 1 + \frac{t_2}{kt_2} = \frac{3}{2}, \quad k = 2.$$

Таким образом, $t_1 = 2t_2$

Ответ: время t_1 в 2 раза больше времени t_2 .

Дифференциальное уравнение свободных гармонических колебаний, решением которого является (12.1.3), имеет вид

$$\frac{d^2s}{dt^2} + \omega^2 s = 0. \quad (12.1.15)$$

Линейный гармонический осциллятор – материальная точка массой m , совершающая прямолинейные гармонические колебания, подчиняющиеся уравнению (12.1.15). Примерами гармонического осциллятора являются пружинный, математический и физический маятники.

12.2. Свободные механические колебания

Пружинный маятник

– это груз массой m , подвешенный на абсолютно упругой пружине жесткостью k и совершающий горизонтальные или вертикальные гармонические колебания под действием силы упругости пружины (рис. 12.2.1).

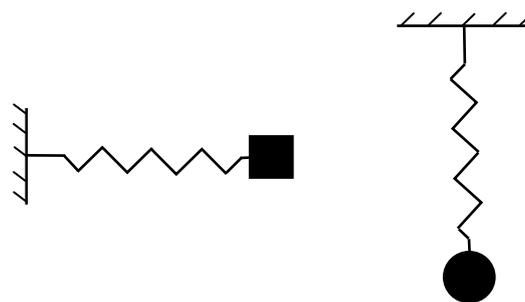


Рис. 12.2.1

Уравнение движения маятника: $ma = -kx, \quad m \frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0.$

Дифференциальное уравнение: $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m} x = 0. \quad (12.2.1)$

Сравнивая уравнения (12.2.1) и (12.1.15) делаем вывод, что пружинный маятник совершает колебания по закону $x = A \sin(\omega t + \varphi)$ с

циклической частотой: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (12.2.2)$

и периодом: $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}. \quad (12.2.3)$

Потенциальная энергия пружинного маятника согласно (12.1.12) и (12.2.2):

$$E_{\text{п}} = \frac{kx^2}{2}. \quad (12.2.4)$$

Математический маятник

– идеализированная система, состоящая из материальной точки массой m , подвешенной на невесомой нерастяжимой нити длиной l и колеблющейся в вертикальной плоскости под действием силы тяжести (хорошим приближением математического маятника является небольшой тяжелый шарик, подвешенный на тонкой длинной нити (рис. 12.2.2)).

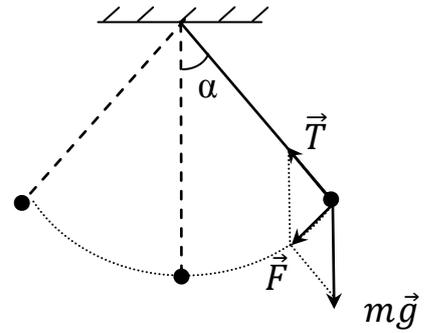


Рис. 12.2.2

Уравнение движения маятника: $ma = -mgsin\alpha$, $\frac{d^2x}{dt^2} + g\frac{x}{l} = 0$.

Дифференциальное уравнение $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{g}{l}x = 0$. (12.2.5)

Из уравнений (12.2.5) и (12.1.15) следует, что математический маятник совершает колебания по закону $x = A\sin(\omega t + \varphi)$ с

циклической частотой: $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$ (12.2.6)

и периодом: $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$. (12.2.7)

Физический маятник

– это твердое тело произвольной формы, совершающее под действием силы тяжести колебания вокруг неподвижной горизонтальной оси, проходящей через точку, не совпадающую с центром масс тела.

На рис. 12.2.3 представлено неоднородное тело с центром масс в точке C . Через точку O , находящуюся на расстоянии d от центра масс, проходит ось вращения перпендикулярно плоскости рисунка. Пусть твердое тело отклонили от положения равновесия на угол α .

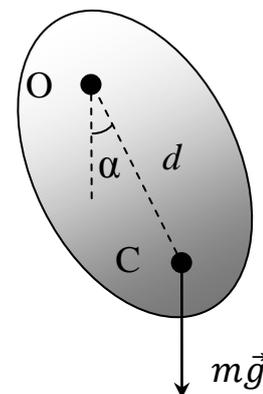


Рис. 12.2.3

Уравнение движения маятника:

$$J\varepsilon = -M, \quad J \frac{d^2\alpha}{dt^2} = -mgdsin\alpha, \quad J \frac{d^2\alpha}{dt^2} = -mgd\alpha.$$

Дифференциальное уравнение:
$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{mgd}{J}\alpha = 0. \quad (12.2.8)$$

Из уравнений (12.2.8) и (12.1.15) следует, что математический маятник совершает колебания по закону $\alpha = A\sin(\omega t + \varphi)$ с

циклической частотой:
$$\omega = \sqrt{\frac{mgd}{J}} \quad (12.2.9)$$

и периодом:
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgd}}. \quad (12.2.10)$$

Здесь J – момент инерции тела относительно оси вращения, проходящей через точку O (не проходящей через центр масс), m – масса тела, d – расстояние от центра масс (точка C) до оси вращения (точка O).

Найти момент инерции J тела относительно оси вращения, не проходящей через центр масс, можно по теореме **Штейнера**:

$$J = J_c + md^2, \quad (12.2.11)$$

где J_c – момент инерции относительно оси, параллельной оси вращения и проходящей через центр тяжести.

Приведенная длина физического маятника L – это длина такого математического маятника, период колебаний которого совпадает с периодом колебаний данного физического маятника:

$$L = \frac{J}{md} \quad (12.2.12)$$

12.3. Свободные колебания в электрическом колебательном контуре

Колебательный контур – цепь, состоящая из последовательно включенных конденсатора емкостью C и катушки индуктивностью L (рис. 12.3.1). В колебательном контуре происходят периодические изменения заряда q , разности потенциалов U на обкладках конденсатора и электрического тока I в цепи. Если эти изменения вызваны тем, что обкладки конденсатора заряжаются однократно, то в контуре

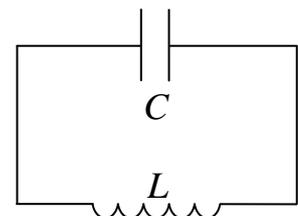


Рис. 12.3.1

возникают свободные электромагнитные колебания, которые сопровождаются взаимными превращениями электрического и магнитного полей. Свободные электрические колебания в колебательном контуре являются гармоническими, если электрическое сопротивление контура $R=0$.

Заряд q при гармонических колебаниях изменяется с течением времени t по закону

$$q = q_{max} \cos(\omega t + \varphi). \quad (12.3.1)$$

Сила тока I при гармонических колебаниях изменяется с течением времени t по закону

$$I = \frac{dq}{dt}, \quad I = -\omega q_{max} \sin(\omega t + \varphi). \quad (12.3.2)$$

Максимальное значение, которое может принимать сила тока, определяется уравнением

$$I_{max} = \omega q_{max}. \quad (12.3.3)$$

Напряжение U при гармонических колебаниях изменяется с течением времени t по закону

$$U = U_{max} \cos(\omega t + \varphi). \quad (12.3.4)$$

Максимальное значение, которое может принимать напряжение, определяется уравнением

$$U_{max} = q_{max}/C. \quad (12.3.5)$$

Энергия электрического поля конденсатора $W_{\text{Э}}$ при гармонических колебаниях изменяется с течением времени t по закону

$$W_{\text{Э}} = \frac{CU^2}{2} = \frac{CU_{max}^2}{2} \cos^2(\omega t + \varphi). \quad (12.3.6)$$

Максимальное значение:

$$W_{\text{Э}max} = \frac{CU_{max}^2}{2}. \quad (12.3.7)$$

Энергия магнитного поля катушки W_M при гармонических колебаниях изменяется с течением времени t по закону

$$W_M = \frac{LI^2}{2} = \frac{LI_{max}^2}{2} \sin^2(\omega t + \varphi). \quad (12.3.8)$$

Максимальное значение:

$$W_{Mmax} = \frac{LI_{max}^2}{2}. \quad (12.3.9)$$

Полная энергия электромагнитных колебаний в контуре с $R=0$ не изменяется с течением времени:

$$W = W_{\text{Э}} + W_M = W_{\text{Э}max} = W_{Mmax} = \text{const.} \quad (12.3.10)$$

По закону Ома для контура, содержащего катушку, конденсатор и резистор сопротивлением R , имеем

$$IR + U_C = \varepsilon_C \quad \text{или} \quad IR + \frac{q}{C} = -L \frac{dI}{dt}.$$

Здесь U_C – напряжение на конденсатора, R – сопротивление контура, ε_C – ЭДС самоиндукции в катушке. Учитывая, что $I = dq/dt$, получаем дифференциальное уравнение электромагнитных колебаний:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{q}{LC} = 0. \quad (12.3.11)$$

Поскольку в данной главе мы рассматриваем свободные колебания ($R=0$), то (12.3.11) принимает вид

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC} q = 0. \quad (12.3.12)$$

Из уравнений (12.3.12) и (12.1.15) следует, что заряд q , сила тока I и напряжение U изменяются с

циклической частотой:
$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (12.3.13)$$

и периодом:
$$T = 2\pi\sqrt{LC}. \quad (12.3.14)$$

Формула (12.3.14) называется **формулой Томпсона**.

13. СВОБОДНЫЕ ГАРМОНИЧЕСКИЕ ЗАТУХАЮЩИЕ КОЛЕБАНИЯ

13.1. Характеристики затухающих колебаний

Затухающие колебания – это колебания, амплитуда которых уменьшается с течением времени. Затухание свободных гармонических колебаний связано с убылью механической энергии колеблющейся системы за счет действия сил трения и других сил сопротивления.

Колеблющаяся физическая величина s изменяется с течением времени по закону

$$s = A_0 e^{-\delta t} \sin(\omega t + \varphi). \quad (13.1.1)$$

Амплитуда затухающих колебаний убывает с течением времени по закону

$$A(t) = A_0 e^{-\delta t}. \quad (13.1.2)$$

В уравнениях (13.1.1) и (13.1.2)

s – значение изменяющейся физической величины в момент времени t ;

A_0 – начальная амплитуда колебания (амплитуда колебаний в момент времени $t=0$, которая определяется начальным запасом полной энергии колеблющегося тела);

e – основание натуральных логарифмов;

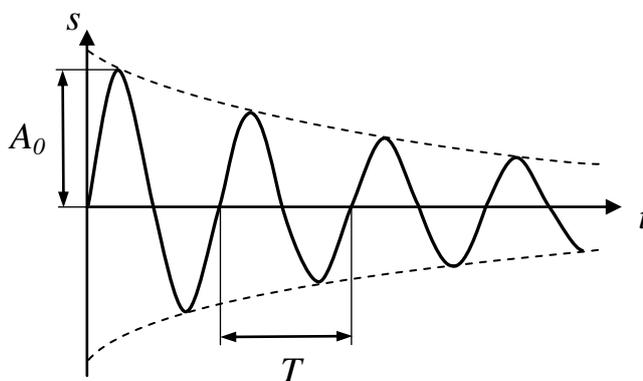
δ – коэффициент затухания;

φ – начальная фаза;

ω – циклическая частота колебания;

$(\omega t + \varphi)$ – полная фаза колебания.

Графики, подчиняющиеся аналитическим зависимостям (13.1.1) и (13.1.2), приведены на рис. 13.1.1.



Сплошная линия (синусоида) – зависимость значения колеблющейся величины от времени.

Пунктирные линии (экспоненты) – зависимость амплитуды затухающих колебаний от времени.

Рис. 13.1.1

Скорость v при затухающих колебаниях изменяется с течением времени t по закону $v = \frac{ds}{dt}$;

$$v = -A_0\delta e^{-\delta t} \sin(\omega t + \varphi) + A_0\omega e^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi). \quad (13.1.3)$$

Ускорение a при затухающих колебаниях изменяется с течением времени t по закону $a = \frac{d^2s}{dt^2}$;

$$a = A_0 e^{-\delta t} [\delta^2 - \omega^2] \sin(\omega t + \varphi) - 2A_0\omega\delta e^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi). \quad (13.1.4)$$

Затухающие колебания представляют собой непериодические колебания, так как в них никогда не повторяются значения физических величин, характеризующих такие колебания (например, смещения, скорости и ускорения). Поэтому к затухающим колебаниям неприменимы понятия периода и частоты, введенные для периодических колебаний. Применительно к затухающим колебаниям можно говорить об условных периоде и частоте.

Условный период T – это промежуток времени между двумя последовательными состояниями колеблющейся системы, в которых физические величины, характеризующие колебания, принимают аналогичные значения, изменяясь в одном и том же направлении, убывая или возрастая.

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}}, \quad (13.1.5)$$

где ω_0 — собственная частота свободных незатухающих колебаний.

Условная циклическая частота ω – величина, показывающая, сколько раз за π секунд колеблющееся тело проходит положение равновесия:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}. \quad (13.1.6)$$

Время релаксации τ – время, в течение которого амплитуда колебаний уменьшается в e раз:

$$\tau = \frac{1}{\delta}. \quad (13.1.7)$$

Коэффициент затухания δ – величина, характеризующая быстроту убывания амплитуды. Показывает, за какое время t амплитуда уменьшается от значения A_0 до значения A_N :

$$\delta = \frac{1}{t} \ln \frac{A_0}{A_N}. \quad (13.1.8)$$

Логарифмический декремент затухания θ – величина, характеризующая быстроту убывания амплитуды. Показывает, за какое число колебаний N амплитуда уменьшается от значения A_0 до значения A_N :

$$\theta = \frac{1}{N} \ln \frac{A_0}{A_N}. \quad (13.1.9)$$

Добротность колебательной системы Q - величина, пропорциональная отношению энергии колебательной системы в произвольный момент времени к убыли этой энергии за время, равное периоду T :

$$Q = 2\pi \frac{E(t)}{E(t) - E(t+T)}. \quad (13.1.10)$$

Приведенные выше физические величины связаны между собой следующими выражениями:

$$\begin{aligned} \theta &= \delta T; & \theta &= \frac{T}{\tau}; \\ Q &= \frac{\pi}{\theta}; & Q &= \frac{\pi}{\delta T}; & Q &= \frac{\omega_0}{2\delta}. \end{aligned} \quad (13.1.11)$$

Задача 13.1. За время, в течение которого система совершает $N = 50$ полных колебаний, амплитуда уменьшается в 2 раза ($A = A_0/2$). Определите добротность Q системы.

Решение. Для определения добротности воспользуемся одним из соотношений (13.1.11):

$$Q = \frac{\pi}{\theta}.$$

Входящий в эту формулу логарифмический декремент θ определим как

$$\theta = \frac{1}{N} \ln \frac{A_0}{A_N}.$$

Подставим вторую формулу в первую и произведем вычисления:

$$\begin{aligned} Q &= \frac{\pi}{\frac{1}{N} \ln \frac{A_0}{A_N}} \\ Q &= \frac{3,14}{\frac{1}{50} \ln \frac{A_0}{A_0/2}} = \frac{3,14 \cdot 50}{\ln 2} = 227. \end{aligned}$$

Ответ: добротность системы $Q=227$.

13.2. Дифференциальное уравнение

Дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний, решением которого является (13.1.1), имеет вид

$$\frac{d^2s}{dt^2} + 2\delta \frac{ds}{dt} + \omega_0^2 s = 0. \quad (13.2.1)$$

В табл. 13.2.1 приведены дифференциальные уравнения рассмотренных выше колебательных систем и вытекающие из этих уравнений формулы циклических частот.

Таблица 13.2.1

Дифференциальное уравнение	Циклическая частота
Пружинный маятник	
$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{r}{m} \frac{dx}{dt} + \frac{k}{m} x = 0$	$\omega = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{r^2}{4m^2}}$
Математический маятник	
$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{r}{m} \frac{dx}{dt} + \frac{g}{l} x = 0$	$\omega = \sqrt{\frac{g}{l} - \frac{r^2}{4m^2}}$
Физический маятник	
$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{r}{m} \frac{d\alpha}{dt} + \frac{mgd}{J} \alpha = 0$	$\omega = \sqrt{\frac{mgd}{J} - \frac{r^2}{4m^2}}$
Колебательный контур	
$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = 0$	$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$

В приведенных в таблице уравнениях r – коэффициент сопротивления среды.

14. ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

14.1. Характеристики волны

Оптикой называется раздел физики, занимающийся изучением природы света, закономерностей его испускания, распространения и взаимодействия с веществом. В волновой оптике рассматриваются оптические явления, в которых проявляется волновая природа света. **Свет** – это электромагнитная волна, т.е. при распространении света в среде или в вакууме происходит распространение колебаний вектора напряженности электрического поля \vec{E} и вектора индукции магнитного поля \vec{B} . Диапазон частот ν для видимого глазом света: $(4 \cdot 10^{14} - 7 \cdot 10^{14})$ Гц, диапазон длин волн λ : $(7,5 \cdot 10^{-7} - 4 \cdot 10^{-7})$ м. Колебания векторов \vec{E} и \vec{B} происходят во взаимоперпендикулярных плоскостях (рис. 14.1.1). Электромагнитная волна – поперечная волна, т.е. векторы \vec{E} и \vec{B} лежат в плоскостях, перпендикулярных направлению распространения волны (вектору \vec{v}).

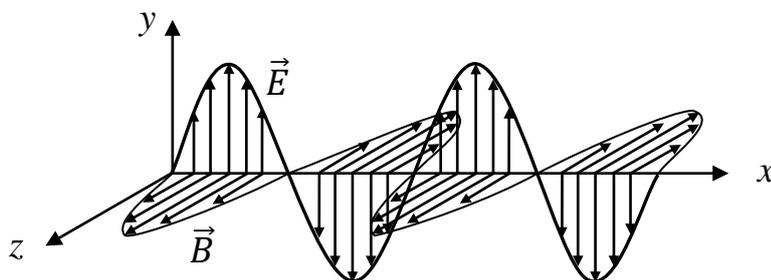


Рис. 14.1.1

Скорость распространения световой волны в вакууме $c = 3 \cdot 10^8$ м/с. В других средах скорость света всегда меньше в n раз:

$$n = \frac{c}{v}. \quad (14.1.1)$$

Абсолютный показатель преломления n – величина, равная отношению скорости света c в вакууме к фазовой скорости света v в среде.

Длина волны λ – расстояние, на которое распространяется волна за время, равное периоду T :

$$\lambda = vT. \quad (14.1.2)$$

Интенсивность света I – энергия, переносимая волной через поверхность единичной площади (1 м^2) за единицу времени (1 с).

Волновая поверхность – геометрическое место точек, колеблющихся в одной фазе. По форме волновой поверхности различают *плоскую* или *сферическую* волну.

Волновой фронт – геометрическое место точек, до которых доходят колебания (линия, отделяющая часть пространства, в которой колебания происходят, от той части, где еще нет колебаний). Именно фронт волны перемещается со скоростью равной фазовой скорости волны.

14.2. Интерференция света

Интерференция света – явление наложения двух (или нескольких) когерентных волн, в результате чего происходит пространственное перераспределение светового потока, приводящее к возникновению максимумов и минимумов интенсивности. Результат наложения когерентных световых волн, наблюдаемый на экране, фотопластинке и т.д., называется *интерференционной картиной*. При наложении некогерентных световых волн происходит только усиление света, интерференция не наблюдается (например, наложение световых волн от двух лампочек).

Когерентными называются волны, имеющие одинаковую частоту и не меняющуюся со временем разность фаз $\Delta\varphi$.

В оптике вводится понятие оптической длины пути, равной произведению показателя преломления среды n на геометрическую длину пути волны s в этой среде. **Оптическая разность хода Δ** равна разности оптических длин путей двух лучей (рис. 14.2.1):

$$\Delta = ns_1 - ns_2. \quad (14.2.1)$$

В зависимости от того, сколько длин полуволн (четное или нечетное их число) укладывается в данной среде на отрезке, равном геометрической разности хода, в произвольной точке пространства будет наблюдаться максимум или минимум освещенности.

Условие максимума интерференции когерентных волн:

$$\Delta = \pm 2m \frac{\lambda}{2} \quad (m=0, 1, 2, \dots). \quad (14.2.2)$$

Условие минимума интерференции когерентных волн:

$$\Delta = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (m=0, 1, 2, \dots). \quad (14.2.3)$$

При наблюдении интерференции в монохроматическом свете с определенной длиной волны интерференционная картина на экране представляет собой чередование светлых и темных мест. Интерференционная картина в белом свете

является окрашенной, поскольку каждая составляющая белого света с длиной волны λ дает усиления и ослабления в своих местах на экране.

Выше было указано, что интерференция возможна только при наличии когерентных источников. Рассмотрим некоторые методы их получения.

1. Метод Юнга Метод Юнга, заключается в расщеплении волны, испускаемой одним источником света, на две или несколько волн. Пусть источники S_1 и S_2 расположены на расстоянии d друг от друга (рис. 14.2.1).

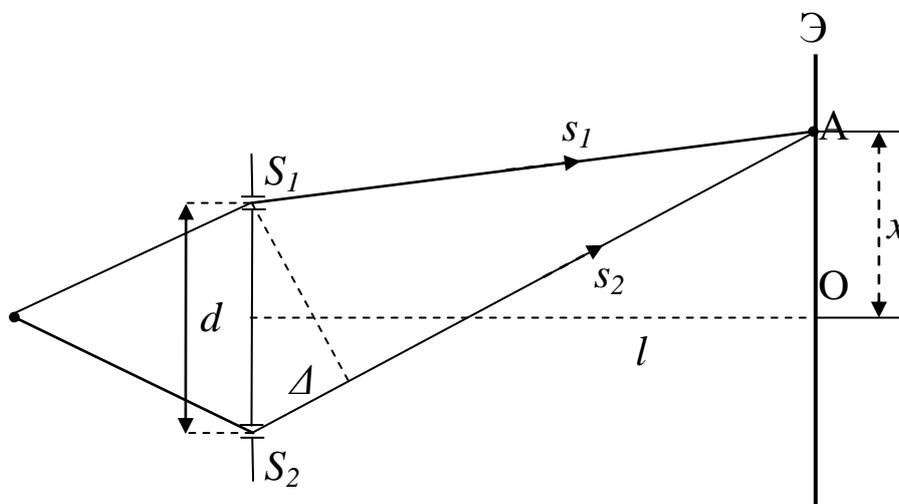


Рис. 14.2.1

Интерференция наблюдается в некоторой произвольной точке A экрана \mathcal{E} , параллельного обоим источникам и помещенного на расстоянии l от них, причем $l \gg d$.

Оптическая разность хода лучей s_1 и s_2 определяется как

$$\Delta = x \frac{d}{l}. \quad (14.2.4)$$

Здесь x – расстояние от центрального максимума до точки наблюдения интерференции (расстояние OA). Приравняв (14.2.4) и (14.2.2) или (14.2.4) и (14.2.3), получим следующие выражения для x :

от центрального максимума до максимума m -го порядка:

$$x = m \frac{l\lambda}{d}. \quad (14.2.5)$$

от центрального максимума до минимума m -го порядка:

$$x = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{l\lambda}{d}. \quad (14.2.6)$$

Ширина интерференционной полосы – расстояние между двумя соседними максимумами или минимумами, расположенными симметрично относительно точки O (удвоенное расстояние x).

2. Интерференция в тонких пленках постоянной толщины. В этом случае получение когерентных источников осуществляется за счет того, что падающий от источника S луч I , отражаясь от верхней и нижней поверхностей пленки, разделяется на два луча I' и I'' (рис. 14.2.2).

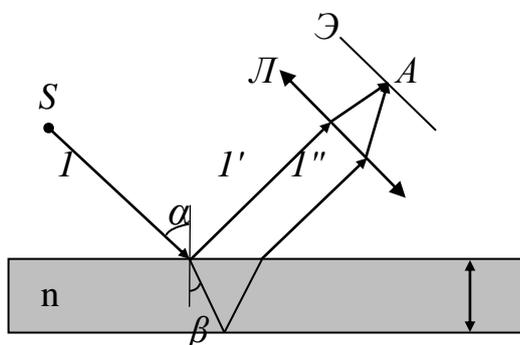


Рис. 14.2.2

Интерференционная картина наблюдается в одной из точек A фокальной плоскости собирающей линзы L . При этом оптическая разность хода лучей I' и I'' , отраженных от верхней и нижней поверхностей, равна:

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} \pm \frac{\lambda}{2} \quad (14.2.7)$$

или

$$\Delta = 2dncos\beta \pm \frac{\lambda}{2}. \quad (14.2.8)$$

Здесь d – толщина пленки, n – показатель преломления пленки, α – угол падения, β – угол преломления луча, падающего на верхнюю поверхность пленки.

3. Интерференция в тонких пленках переменной толщины. В данном случае когерентными являются лучи, отраженные от верхней и нижней поверхностей воздушного зазора, образованного плосковыпуклой линзой и соприкасающейся с ней плоскопараллельной пластиной (рис. 14.2.3, a).

Интерференционная картина, имеющая вид чередующихся темных и светлых колец, называется **кольцами Ньютона** (рис 14.2.3, b). Оптическая разность хода интерферирующих лучей I' и I'' равна

$$\Delta = 2dn + \frac{\lambda}{2R}, \quad (14.2.9)$$

где

$$d = \frac{r^2}{2R}. \quad (14.2.10)$$

Здесь d – толщина воздушного зазора, r – радиус кольца, R – радиус кривизны плосковыпуклой линзы. Подставив (14.2.10) в (14.2.9) и приравняв полученное выражение к условиям максимума и минимума (14.2.2) и (14.2.3), получим выражения для радиусов светлого и темного колец в проходящем свете соответственно:

$$r_m = \sqrt{\frac{m\lambda R}{n}} \quad (m=0,1,2,3,\dots), \quad (14.2.11)$$

$$r_m = \sqrt{\left(m - \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda R}{n}} \quad (m=1,2,3,\dots). \quad (14.2.12)$$

В отраженном свете максимумы интерференции соответствуют минимумам в проходящем, и наоборот.

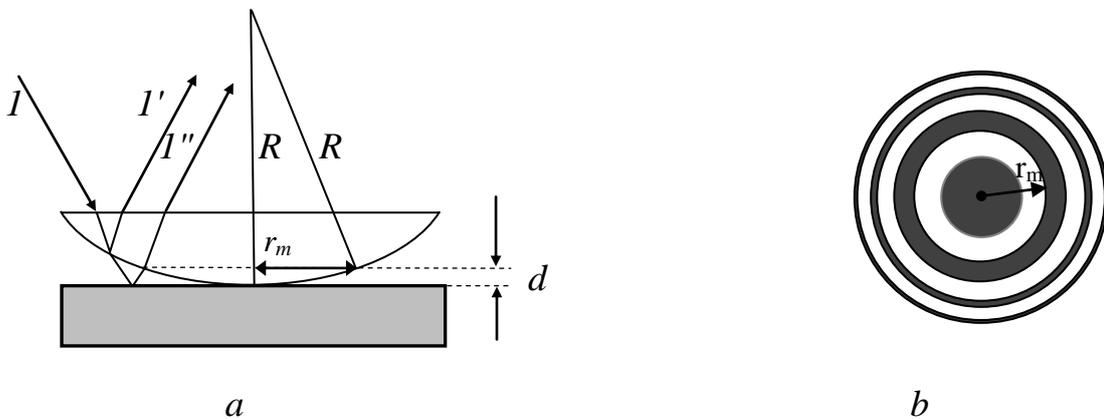


Рис. 14.2.3

Задача 14.1. На установку для наблюдения колец Ньютона нормально падает монохроматический свет. Если пространство между линзой и стеклянной пластинкой заполнить жидкостью, то радиусы темных колец в отраженном свете уменьшатся в 1,21 раза, т.е. $r_1 = 1,21r_2$. Каков показатель преломления жидкости?

Решение. В отраженном свете минимум интерференции определяется как

$$r = \sqrt{\frac{m\lambda R}{n}}.$$

Запишем отношение радиусов колец до (r_1) и после (r_2) заполнения пространства жидкостью:

$$\frac{r_1}{r_2} = \sqrt{\frac{m\lambda R}{n_1} \cdot \frac{n_2}{m\lambda R}} = \sqrt{\frac{n_2}{n_1}}$$

Здесь λ – длина волны падающего света, R – радиус кривизны плосковыпуклой линзы, n_2 – искомый показатель преломления, n_1 – показатель преломления воздуха ($n_1 = 1$).

Из последнего выражения получаем

$$\frac{n_2}{n_1} = \left(\frac{1,21r_2}{r_2}\right)^2 = 1,21^2 \Rightarrow n_2 = (1,21n_1)^2 = 1,46.$$

Ответ: показатель преломления $n_2 = 1,46$.

14.3. Дифракция света

Дифракцией света называется огибание световыми волнами встреченных препятствий (явление переноса энергии волной в область геометрической тени). В более широком смысле дифракцией света называется совокупность явлений, обусловленных волновыми свойствами света и наблюдаемых при его распространении в среде с резко выраженными неоднородностями (отверстия в непрозрачных экранах, границы непрозрачных тел и т.д.). Явление дифракции указывает на нарушение законов геометрической оптики.

Для расчета дифракционной картины применяются приближенные методы, основанные на принципах Гюйгенса и Гюйгенса – Френеля.

Принцип Гюйгенса позволяет найти положение фронта волны в момент времени $t + \Delta t$, зная его положение в предыдущий момент времени t . Принцип заключается в следующем:

каждая точка S_1, S_2, \dots, S_n фронта волны AB является источником вторичных волн. Новое положение фронта волны A_1B_1 через время Δt представляет собой огибающую поверхность вторичных волн (рис. 14.3.1).

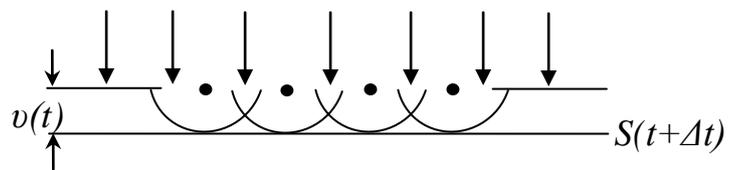


Рис. 14.3.1

В однородной среде вторичные волны излучаются только в направлении «вперед» и являются сферическими. В направлении «назад» происходит их

интерференция с исходной волной, взаимное гашение, в результате чего обратная волна не возникает.

Принцип Гюйгенса является чисто геометрическим. Он решает задачу о направлении распространения волнового фронта, но не отвечает на вопрос об амплитуде волн и прямолинейном распространении света. Вложив в принцип Гюйгенса физический смысл, Френель дал ответы на поставленные вопросы.

Принцип Гюйгенса — Френеля:

- каждая точка волновой поверхности служит источником вторичных волн;
- все вторичные источники S_1, S_2, \dots, S_n , расположенные на поверхности фронта волны, когерентны между собой, поэтому вторичные волны при наложении интерферируют;
- амплитуда световых колебаний, возбуждаемых в точке А вторичным источником, пропорциональна отношению площади ds соответствующего участка волновой поверхности к расстоянию от него до точки А и зависит от угла α между внешней нормалью \vec{n} к волновой поверхности и направлением от элемента ds в точку А (рис. 14.3.2);
- если часть поверхности занята непрозрачным экраном, то закрытые экраном вторичные источники не излучают, а остальные излучают, как и при отсутствии экрана.

Расчет дифракционной картины основан на разбиении волновой поверхности на кольцевые зоны (зоны Френеля) такого размера, чтобы расстояния от краев зоны до точки наблюдения А отличались на $\lambda/2$. На рис. 14.3.2 представлены три зоны Френеля – кольцевые участки 1, 2 и 3. Эти зоны являются источниками вторичных волн. Волны от соседних зон проходят до точки А расстояния, отличающиеся на $\lambda/2$, то есть приходят в точку А в противофазе, а значит, при наложении гасят друг друга.

Расчеты показывают, что амплитуда результирующего колебания в точке А определяется действием половины центральной зоны Френеля (зоны 1 на рис. 14.3.2). Следовательно, действие всей волновой поверхности сводится к действию ее малого участка, меньшего центральной зоны. Свет от S к А распространяется так, будто световой поток распространяется вдоль очень узкого канала, то есть практически прямолинейно. В целом характер дифракционной картины зависит от числа действующих зон Френеля, геометрической формы волновой поверхности и типа препятствия на пути волны. В качестве препятствий, огибаемых волной, могут служить: диск, круглое отверстие, щель или совокупность щелей в непрозрачных экранах.

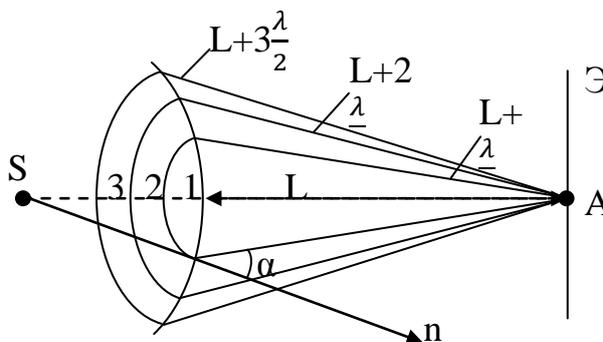


Рис. 14.3.2

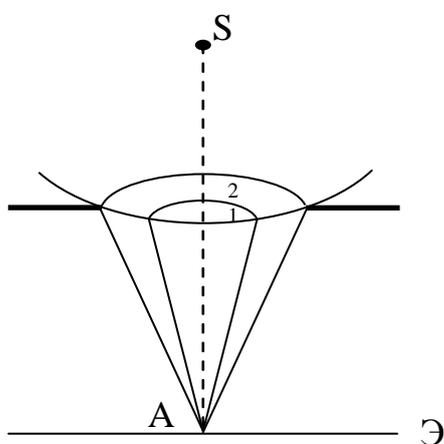
Дифракция Френеля (*дифракция в сходящихся лучах*): источник света расположен на конечном расстоянии от препятствия и экрана, на котором наблюдается дифракционная картина; падающая на препятствие волна – сферическая; тип препятствия – диск или круглое отверстие. Дифракционная картина имеет вид чередующихся темных и светлых колец. Чем больше расстояние от центра картины, тем меньше интенсивность светлых колец.

Дифракция на круглом отверстии

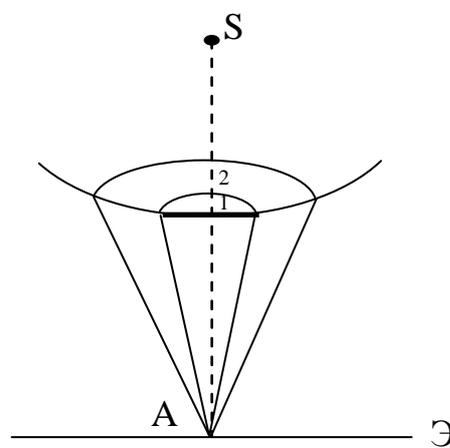
Если открыто четное число зон Френеля, укладывающихся на диаметре отверстия (рис.14.3.3), то амплитуда колебаний в точке А равна нулю (наблюдаем темное пятно), если нечетное – светлое пятно. При этом амплитуда больше, чем при свободном распространении волны. Так, если открыта одна зона Френеля, амплитуда больше ровно в два раза. Если диаметр отверстия слишком большой, он полностью открывает волновой фронт. Дифракционная картина не наблюдается, свет распространяется как и в отсутствие отверстия – прямолинейно.

Дифракция на диске

Независимо от того, какое число (четное или нечетное) зон Френеля закрыто диском (рис.14.3.4), в точке А всегда наблюдаем светлое пятно, соответствующее половине действия первой открытой зоны Френеля. Увеличение диаметра диска приводит к уменьшению интенсивности центрального максимума. Если диаметр диска слишком большой, он закрывает волновой фронт – за диском наблюдается тень. Дифракционная картина не наблюдается, свет распространяется как и в отсутствие диска – прямолинейно.



14.3.3



14.3.4

Дифракция Фраунгофера (*дифракция в параллельных лучах*): источник света расположен на бесконечном расстоянии от препятствия и экрана, на котором наблюдается дифракционная картина; падающая на препятствие волна – плоская; тип препятствия – щель или совокупность щелей (дифракционная решетка). В отличие от рассмотренных выше случаев зоны Френеля представляют собой полосы, параллельные ребру щели. Дифракционная картина имеет вид параллельных друг другу чередующихся темных и светлых полос. Чем больше расстояние от центра картины, тем меньше интенсивность светлых полос.

Дифракция на щели

Пусть на непрозрачный экран (рис.14.3.5), в котором прорезана узкая щель шириной a и длиной $l \gg a$, падает перпендикулярно к экрану пучок параллельных лучей монохроматического света. Если открыто четное число зон Френеля, укладывающихся на ширине щели, то амплитуда колебаний в точке A равна нулю (наблюдаем дифракционный минимум – темную полосу), если нечетное – дифракционный максимум – светлую.

Условие максимума:

$$a \sin \varphi = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2}. \quad (14.3.1)$$

Условие минимума:

$$a \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2}. \quad (14.3.2)$$

Отметим, что в направлении $\varphi = 0$ щель действует как одна зона Френеля, и в этом направлении свет распространяется с наибольшей интенсивностью, т.е. в точке наблюдается центральный дифракционный максимум. Если уменьшать ширину щели, максимумы расплываются, а их интенсивность уменьшается. Увеличение ширины щели ($a > \lambda$) приводит к сужению полос и увеличению яркости картины. Если ширина щели слишком большая ($a \gg \lambda$), то в центре получается резкое изображение источника света. Дифракционная картина не наблюдается, свет распространяется прямолинейно.

Дифракция на дифракционной решетке

Дифракционная решетка – совокупность большого числа параллельных щелей равной ширины a , разделенных непрозрачными промежутками равной ширины b (рис. 14.3.6). Величина $d = a + b$ называется **постоянной (периодом) дифракционной решетки**.

Дифракционная картина на решетке определяется как результат интерференции волн, идущих от всех щелей. Независимо от того, какое число (четное или нечетное) зон Френеля открыто, в точке A_0 всегда наблюдаем

дифракционный максимум. В точке A будет наблюдаться так называемый главный максимум. Между главными максимумами расположены дополнительные минимумы.

Условие главного максимума:

$$d \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2}. \quad (14.3.3)$$

Условие главного минимума:

$$a \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2}. \quad (14.3.4)$$

Условие дополнительного минимума:

$$a \sin \varphi = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2}. \quad (14.3.5)$$

Если падающий свет монохроматический, то дифракционная картина есть чередование темных и светлых полос (цвет полос соответствует длине волны падающего света). Если падающий свет белый, то центральный максимум представляет собой белую полосу, а все остальные – разлагаются в спектр, фиолетовая часть которого обращена к центру картины, а красная – наружу.

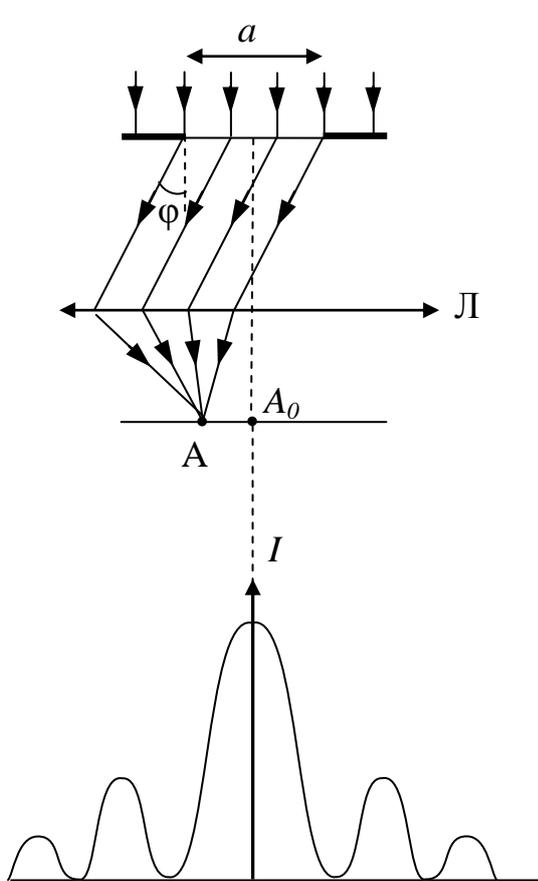


Рис. 14.3.5

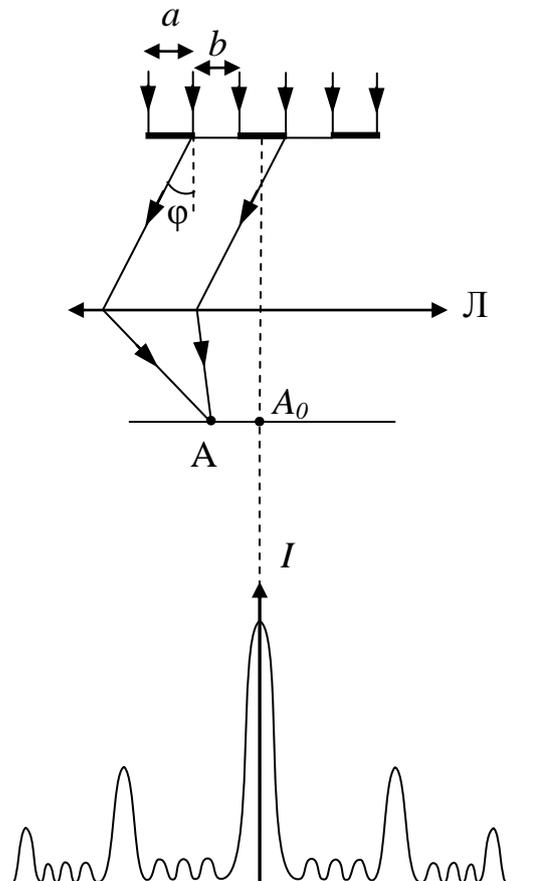


Рис. 14.3.6

15. ПОЛЯРИЗАЦИЯ И ДИСПЕРСИЯ СВЕТА

15.1. Поляризация света

Свет представляет собой суммарное электромагнитное излучение множества атомов. Световая волна, излучаемая телом, в целом характеризуется всевозможными равновероятными колебаниями светового вектора – вектора напряженности \vec{E} электрического поля. Свет со всевозможными равновероятными ориентациями вектора \vec{E} (и, следовательно, \vec{B}) называется **естественным светом** (рис. 15.1.1, *a*). Свет, в котором колебания светового вектора имеют преимущественное (но не исключительное) направление, называется **частично поляризованным** (рис. 15.1.1, *b*). Если направления колебаний векторов \vec{E} и \vec{B} происходят только в одном направлении, перпендикулярном лучу, свет является полностью поляризованным (линейно поляризованным) (рис. 15.1.1, *c*). (На рисунках луч перпендикулярен плоскости листа – точка в центре)

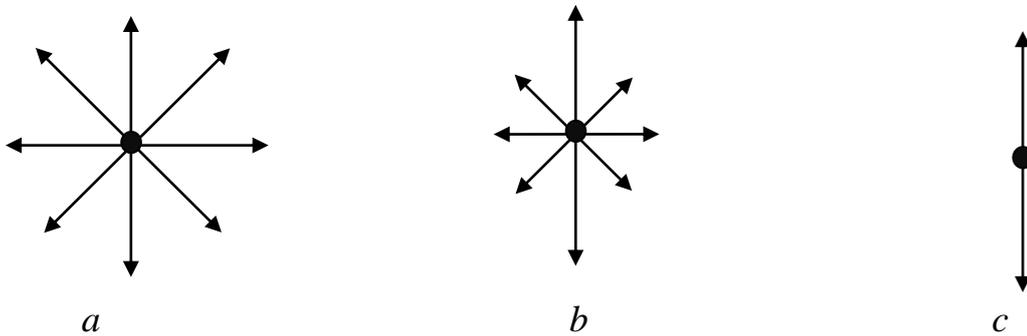


Рис. 15.1.1

Поляризацией света называется выделение линейно поляризованного света из естественного света. Для преобразования естественного света в поляризованный свет используют специальные устройства, называемые *поляризаторами*. Интенсивность света, прошедшего поляризатор (I_{Π}), связана с интенсивностью I_0 естественного света, падающего на поляризатор соотношением

$$I_{\Pi} = \frac{1}{2} I_0 . \quad (15.1.1)$$

Убедиться в том, что свет, прошедший через поляризатор, оказывается плоскополяризованным, позволяет *анализатор* — устройство, с помощью которого можно обнаружить положение плоскости, в которой происходят колебания вектора \vec{E} .

Интенсивность света, прошедшего последовательно через поляризатор и анализатор, меняется в зависимости от угла между их оптическими осями по **закону Малюса**:

$$I_A = I_{\Pi} \cos^2 \varphi. \quad (15.1.2)$$

Здесь I_{Π} – интенсивность света, прошедшего поляризатор, I_A – интенсивность света, прошедшего поляризатор и анализатор, φ – угол между плоскостями поляризатора и анализатора (рис. 15.1.2). Так как $I \sim E^2$, уравнение (15.1.2) можно переписать следующим образом:

$$E_A = E_{\Pi} \cos \varphi. \quad (15.1.3)$$

Поляризация света возможна также при отражении и преломлении на границе двух диэлектриков (рис. 15.1.3). Если свет падает на границу раздела двух сред под углом i_B , определяемым **законом Брюстера**:

$$\operatorname{tg} i_B = \frac{n_2}{n_1}, \quad (15.1.4)$$

то отраженный луч является полностью поляризованным. Преломленный же луч поляризуется максимально, но не полностью. При этом

$$i + \beta = 90^\circ. \quad (15.1.5)$$

В (15.1.3) и (15.1.4) n_1, n_2 – показатели преломления сред, i_B – угол падения, β – угол преломления.

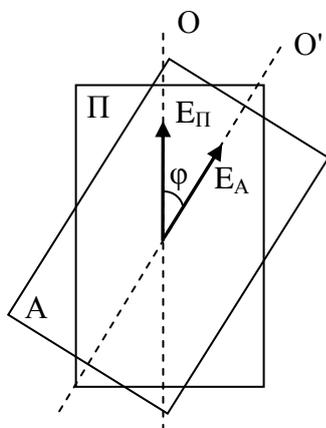


Рис. 15.1.2

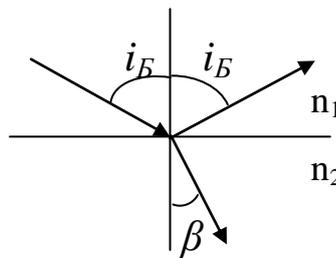


Рис. 15.1.3

Задача 15.1. Пучок естественного света падает на систему из $N = 4$ кристаллов, плоскость пропускания каждого из которых повернута на угол $\varphi = 60^\circ$ относительно плоскости пропускания предыдущего кристалла. Какая часть светового потока проходит через эту систему ($\frac{I_{A4}}{I_0} = ?$)?

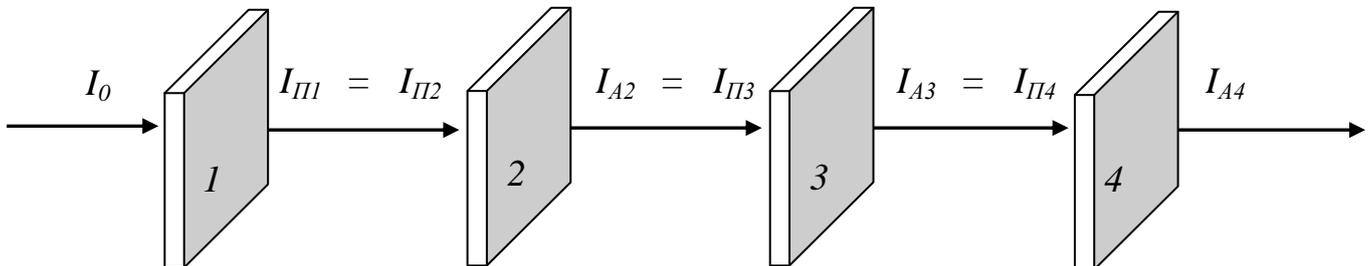


Рис. 1

Решение. Естественный свет, падающий на первый кристалл (рис. 1) имеет интенсивность I_0 . Интенсивность света $I_{П1}$, прошедшего первый кристалл (поляризатор), связана с I_0 соотношением

$$I_{П1} = I_{П2} = \frac{1}{2}I_0.$$

Интенсивность света I_{A2} , прошедшего через второй кристалл (анализатор), связана с $I_{П2}$ **законом Малюса**:

$$I_{A2} = I_{П2} \cos^2 \varphi.$$

С учетом первого выражения

$$I_{A2} = \frac{1}{2}I_0 \cos^2 \varphi.$$

Для третьего кристалла запишем:

$$I_{A3} = I_{П3} \cos^2 \varphi = I_{A2} \cos^2 \varphi = \frac{1}{2}I_0 \cos^2 \varphi \cdot \cos^2 \varphi,$$

$$I_{A3} = \frac{1}{2}I_0 \cos^4 \varphi.$$

Для четвертого кристалла имеем

$$I_{A4} = I_{П4} \cos^2 \varphi = I_{A3} \cos^2 \varphi = \frac{1}{2} I_0 \cos^4 \varphi \cdot \cos^2 \varphi.$$

$$I_{A4} = \frac{1}{2} I_0 \cos^6 \varphi.$$

Произведем расчеты:

$$\frac{I_{A4}}{I_0} = \frac{\frac{1}{2} I_0 \cos^6 \varphi}{I_0} = \frac{1}{2} \cos^6 60^\circ = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{1}{128} = 0,0078 = 0,78 \%$$

Перепишем формулы для второго, третьего и четвертого кристаллов в следующем виде:

$$I_{A2} = \frac{1}{2} I_0 \cos^2 \varphi = \frac{1}{2} I_0 \cos^{2 \cdot 1} \varphi = \frac{1}{2} I_0 \cos^{2 \cdot (2-1)} \varphi,$$

$$I_{A3} = \frac{1}{2} I_0 \cos^4 \varphi = \frac{1}{2} I_0 \cos^{2 \cdot 2} \varphi = \frac{1}{2} I_0 \cos^{2(3-1)} \varphi,$$

$$I_{A4} = \frac{1}{2} I_0 \cos^6 \varphi = \frac{1}{2} I_0 \cos^{2 \cdot 3} \varphi = \frac{1}{2} I_0 \cos^{2(3-1)} \varphi.$$

Анализируя эти выражения, можно получить закономерность в определении интенсивности света, проходящего N кристаллов:

$$I_N = \frac{1}{2} I_0 \cos^{2(N-1)} \varphi.$$

Ответ: через 4 кристалла проходит 0,78 % падающего света.

15.2. Дисперсия света

Дисперсией света называется явление зависимости абсолютного показателя преломления вещества n от частоты ν падающего на вещество света (или от длины волны в вакууме $\lambda_0 = c/\nu$, где c — скорость света в вакууме):

$$n = f(\nu) = \varphi(\lambda). \quad (15.2.1)$$

Так как $n = c/\nu$, то дисперсию света можно определить как явление зависимости скорости ν распространения световой волны в веществе от ее частоты:

$$\nu = f(\nu). \quad (15.2.2)$$

Следствием дисперсии является разложение белого света в спектр при прохождении его через призму (лучи разных длин волн после прохождения через призму отклоняются на разные углы от первоначального направления).

Зависимость абсолютного показателя преломления от частоты света экспериментально обнаружена в серии опытов Ньютона. Он показал, что при прохождении через призму некогерентного белого света на экране, установленном позади призмы, наблюдается видимая радужная полоска, состоящая из семи цветов, которая называется дисперсионным спектром. Таким образом, следствием дисперсии является разложение белого, некогерентного света на монохроматические составляющие, каждая из которых имеет определенную частоту (или длину волны).

Отличие дисперсионного спектра от дифракционного:

1. В дифракционном спектре красные лучи отклоняются сильнее, чем фиолетовые, в дисперсионном – наоборот.

2. В дифракции длину волны можно определить по значениям синусов углов отклонения, в дисперсии – зная зависимость $n(\lambda)$.

Дисперсия света называется **нормальной**, если показатель преломления n монотонно убывает с увеличением длины волны (возрастает с увеличением частоты) (рис. 15.2.1, *a*); в обратном случае дисперсия называется **аномальной** (рис. 15.2.1, *b*). На рис. 15.2.1, *b* область АВ (мелкий пунктир) соответствует аномальной дисперсии; кривые А и В – нормальной дисперсии. ω_0 – собственная частота колебаний электрона.

Величина

$$D = \frac{dn}{d\lambda}, \quad (15.2.3)$$

называемая дисперсией вещества, показывает, как быстро меняется показатель преломления при изменении длины волны.

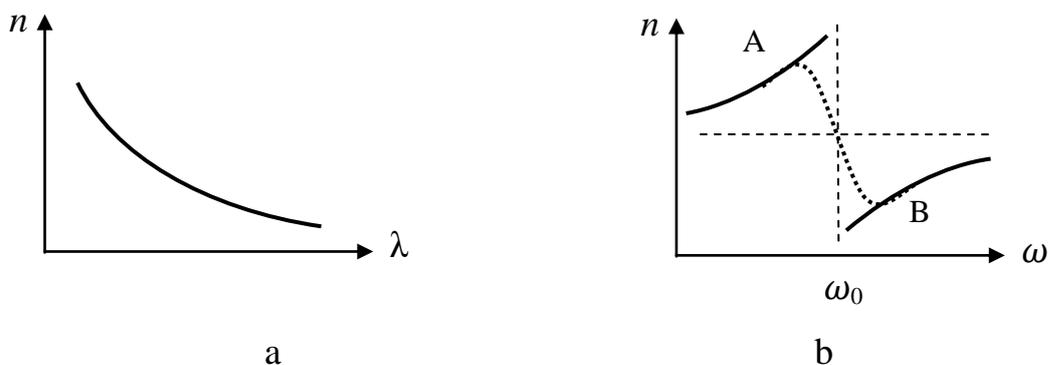


Рис. 15.2.1

16. ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

Все тела излучают электромагнитные волны за счет преобразования энергии хаотического, теплового движения частиц тела в энергию излучения. **Тепловым** (температурным) равновесным излучением называются электромагнитные волны, которые излучаются телом — источником теплового излучения, находящимся в состоянии термодинамического равновесия. *Тепловое равновесное излучение* создается источником при постоянной его температуре. Источником равновесного теплового излучения является Солнце, у которого постоянная температура поддерживается выделением энергии при термоядерных реакциях.

Тепловое неравновесное излучение происходит, когда источник излучения нагревают. Например, в лампах накаливания в энергию электромагнитных волн преобразуется малая часть тепла, выделяющегося при пропускании электрического тока.

Лучеиспускательной способностью тела $R_{\nu,T}$ называется физическая величина, численно равная энергии теплового излучения данной частоты ν , которая испускается при температуре T единицей площади поверхности тела за единицу времени. Лучеиспускательная способность тела $R_{\nu,T}$ показывает, какую долю составляет тепловое излучение данной частоты ν в общем тепловом излучении источника.

Закон Стефана-Больцмана:

$$R_e = \sigma T^4, \quad (16.1.1)$$

где σ — постоянная Стефана-Больцмана, $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м²·К⁴). **Закон Стефана-Больцмана** устанавливает зависимость лучеиспускательной способности тела R_e от его температуры: лучеиспускательная способность тела пропорциональна четвертой степени его термодинамической температуры.

Поглощательной способностью тела $A_{\nu,T}$ называется физическая величина, которая показывает, какая часть энергии электромагнитной волны данной частоты ν , падающей за единицу времени на единицу площади поверхности тела, поглощается этим телом.

Лучеиспускательная и поглощательная способности кроме частоты ν и термодинамической температуры T зависят от материала тела и состояния его поверхности.

Абсолютно черным называется такое тело, которое при любой температуре, независимо от материала тела и состояния его поверхности, полностью поглощает электромагнитные волны любых частот ν , т. е. все лучи, падающие на тело: $A_{\nu,T} = 1$.

Закон Кирхгофа: для произвольных частоты ν и температуры T отношение лучеиспускательной способности $R_{\nu,T}$ любого непрозрачного тела к его поглощательной способности $A_{\nu,T}$ одинаково:

$$\frac{R_{\nu,T}}{A_{\nu,T}} = r_{\nu,T}. \quad (16.1.2)$$

Универсальная функция Кирхгофа $r_{\nu,T}$ есть не что иное, как лучеиспускательная способность абсолютно черного тела (для абсолютно черного тела $A_{\nu,T} = 1 \Rightarrow A_{\nu,T} = r_{\nu,T}$). Значение $r_{\nu,T}$ зависит только от частоты и температуры абсолютно черного тела.

Так как поглощательная способность $A_{\nu,T}$ любого тела меньше единицы то, согласно (16.1.2), $R_{\nu,T} < r_{\nu,T}$. То есть из закона Кирхгофа следует, что лучеиспускательной способностью любого тела в любой области спектра всегда меньше лучеиспускательная способность абсолютно черного тела (при тех же ν и T). Кроме того, из (16.1.2) вытекает, что если тело при данной температуре не поглощает электромагнитные волны частоты ν , то оно не может и излучать их.

Зависимость лучеиспускательной способности $r_{\nu,T}$ абсолютно черного тела от частоты ν излучения при постоянной температуре T называется кривой распределения энергии в спектре абсолютно черного тела. Эта зависимость имеет характер непрерывной кривой (рис. 16.1.1). Все кривые имеют явно выраженный максимум. Из рисунка видно, что с повышением температуры максимум функции $r_{\nu,T}(\nu)$ смещается в область больших частот. Зависимость частоты ν_{max} , соответствующей максимальному значению лучеиспускательной способности абсолютно черного тела определяется **законом смещения Вина:**

$$\frac{\nu_{max}}{T} = b, \quad (16.1.3)$$

где b – постоянная Вина, экспериментальное значение которой равно $2,9 \cdot 10^{-3}$ м·К.

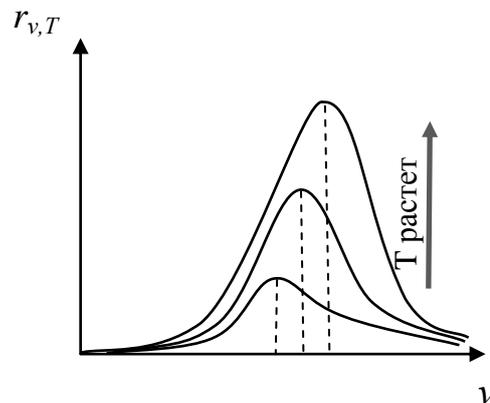


Рис. 16.1.1

17. ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ ОПТИКИ

17.1. Характеристики фотона

Квантовой оптикой называется раздел учения о свете, в котором рассматривается дискретный характер излучения, распространения и взаимодействия света с веществом. В квантовой оптике свет рассматривается как поток **фотонов** – квантов (порций) электромагнитного излучения.

Характеристики фотона:

- фотон всегда (в любой среде) движется со скоростью света в вакууме: $c = 3 \cdot 10^8$ м/с;

- энергия фотона:
$$E = h\nu, \quad (17.1.1)$$

- импульс фотона:
$$p = \frac{h\nu}{c}, \quad (17.1.2)$$

- масса фотона:
$$m = \frac{h\nu}{c^2}. \quad (17.1.3)$$

Масса фотона является массой электромагнитного поля и не связана с массой покоя, поскольку покоящихся фотонов не существует.

Выражения (17.1.1), (17.1.2) и (17.1.3) связывают корпускулярные характеристики фотона – массу, импульс и энергию – с волновой характеристикой света – его частотой ν . В них h – постоянная Планка.

Фотоны возникают (излучаются) при переходах атомов, молекул, ионов и атомных ядер из возбужденных энергетических состояний в состояния с меньшей энергией. Фотоны излучаются также при ускорении и торможении заряженных частиц, при распадах некоторых из них. Процесс поглощения света веществом сводится к тому, что фотоны целиком передают свою энергию частицам вещества. Процесс поглощения света в квантовой оптике рассматривается как прерывный и в пространстве, и во времени.

17.2. Фотоэлектрический эффект

Фотоэлектрический эффект (фотоэффект) – явление взаимодействия света с веществом, в результате которого энергия фотонов передается электронам вещества. Для твердых и жидких тел различают:

внутренний фотоэффект – переход электронов внутри вещества из связанных состояний в свободные под действием электромагнитного излучения;

внешний фотоэффект – вылет электронов за пределы вещества под действием электромагнитного излучения. Электроны, вылетающие с поверхности вещества, называются фотоэлектронами.

На рис. 17.2.1 приведена принципиальная схема для наблюдения внешнего фотоэффекта. В стеклянной колбе, из которой выкачан воздух, размещены катод К и анод А. При проведении эксперимента по вырыванию электронов с поверхности металлов наиболее эффективным является использование ультрафиолетового излучения. Фотоэлектроны, вырванные светом с поверхности катода и ускоренные электрическим полем между катодом и анодом, создают фотоэлектрический ток I . Фотоэлектроны, вырванные светом с поверхности катода и ускоренные электрическим полем между катодом и анодом, создают фотоэлектрический ток I . На рис. 17.2.2 изображены графики зависимости силы фототока I от напряжения U между катодом и анодом. Кривые соответствуют двум различным освещенностям E катода (частота света одинакова в обоих случаях, кривая 1 соответствует меньшей освещенности: $E_1 < E_2$). При отсутствии электрического поля — при $U=0$ большинство вырванных электронов (хотя и не все) долетают до другой пластины. При положительной разности потенциалов, т. е. при ускоряющем электрическом поле, сила фототока слегка увеличивается, а затем достигает своего предельного значения. Предельное значение фототока носит название тока насыщения — $I_{\text{нас}}$. Ток насыщения соответствует случаю, когда все вырванные светом электроны достигают анода. Из рисунка видно, что если увеличить световой поток, падающий на катод, то есть увеличить число выбиваемых электронов, то ток насыщения станет увеличиваться (рис. 17.2.2 переход от кривой 1 к 2).

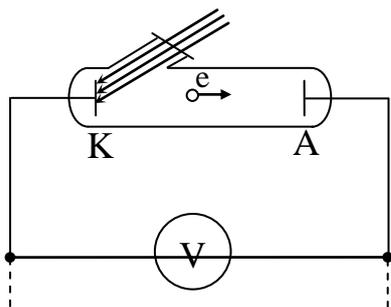


Рис. 17.2.1

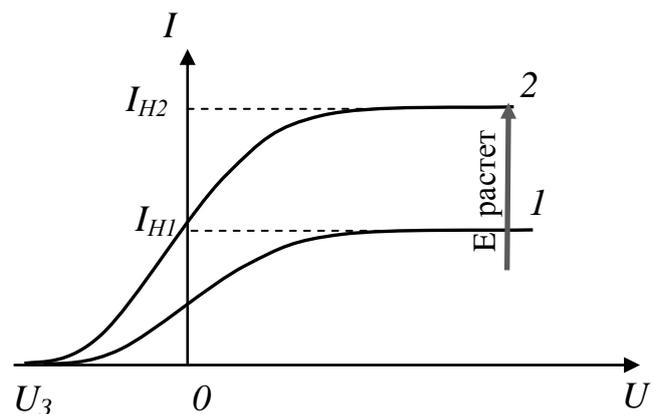


Рис. 17.2.2

Существование фототока при отрицательных напряжениях от 0 до $-U_3$ объясняется тем, что фотоэлектроны, выбитые светом из катода, имеют начальную кинетическую энергию, наибольшее значение которой равно $\frac{mv_{\text{max}}^2}{2}$. За счет этой энергии электроны могут совершать работу против сил

задерживающего электрического поля между катодом и анодом и достигать анода. Однако при некотором отрицательном задерживающем напряжении U_3 сила фототока становится равна нулю. Это означает, что такое электрическое поле тормозит вылетевшие электроны до полной остановки и отбрасывает их обратно на катод. По закону сохранения энергии

$$\frac{mv_{max}^2}{2} = eU_3, \quad (17.2.1)$$

где U_3 – абсолютное значение задерживающего напряжения, при котором фототок прекращается, e и m – абсолютное значение заряда электрона и его масса, v_{max} – максимальная скорость фотоэлектрона. При $U \ll U_3$ фототок отсутствует ($I=0$). Изучение вольт-амперных характеристик различных материалов позволило установить следующие **три закона внешнего фотоэффекта**:

I. При фиксированной частоте падающего света число фотоэлектронов, вырываемых в единицу времени, и сила фототока насыщения зависят от интенсивности падающего света и не зависят от его частоты.

II. Максимальная начальная скорость v_{max} фотоэлектронов зависит от частоты света и свойств поверхности металла. Она не зависит от освещенности катода.

III. Для каждого вещества существует **красная граница фотоэффекта** – такая наименьшая частота ν_{min} (или наибольшая, «красная» длина волны λ_{max}), при которой еще возможен внешний фотоэффект.

Красная граница фотоэффекта:

$$\nu_{min} = \frac{A}{h}, \quad \lambda_{max} = \frac{ch}{A}. \quad (17.2.2)$$

Здесь A – работа выхода электрона из металла.

Фотоэффект безынерционен: он немедленно возникает при освещении поверхности тела, если частота $\nu \geq \nu_{min}$ ($\lambda \leq \lambda_{min}$).

Внешний фотоэффект в металлах подчиняется **уравнению Эйнштейна**:

$$h\nu = A + \frac{mv_{max}^2}{2}, \quad (17.2.3)$$

то есть энергия падающего фотона $h\nu$ расходуется на совершение электроном работы выхода A и на сообщение вылетевшему электрону кинетической энергии $\frac{mv_{max}^2}{2}$.

17.3. Давление света

В волновой оптике **давлением света** называется давление, которое производят электромагнитные световые волны, падающие на поверхность какого-либо тела. Если, например, электромагнитная волна падает на металл M , то под действием электрического поля волны с напряженностью \vec{E} электроны металла будут двигаться в направлении, противоположном вектору \vec{E} со скоростью \vec{v} (рис. 17.3.1). Магнитное поле волны с индукцией \vec{B} действует на движущиеся электроны с силой Лоренца \vec{F}_L в направлении, перпендикулярном поверхности металла. Таким образом, световая волна оказывает давление на поверхность металла.

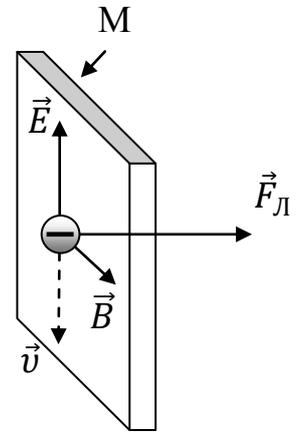


Рис. 17.3.1

В квантовой оптике световое давление является следствием того, что у фотона имеется импульс p . При столкновении фотона с поверхностью тела этот импульс передается атомам или молекулам вещества. Давление, производимое светом при нормальном падении на поверхность, определяется формулой

$$P = \frac{I}{c}(1 + \rho). \quad (17.3.1)$$

Здесь I – интенсивность излучения, т.е. энергия всех фотонов, падающих на единицу поверхности в единицу времени, ρ – коэффициент отражения света поверхностью тела.

Для идеально отражающей (зеркальной) поверхности коэффициент отражения $\rho=1$, для абсолютно черного тела (поглощающей поверхности) $\rho=0$. Таким образом, согласно (17.3.1)

давление света на зеркальную поверхность: $P = 2\frac{I}{c}, \quad (17.3.2)$

давление света на поверхность абсолютно черного тела: $P = \frac{I}{c}. \quad (17.3.3)$

Видно, что давление на идеально отражающую поверхность вдвое больше. Различие давления света в этих двух случаях объясняется тем, что импульс фотона в случае поглощающей поверхности передается атомам или молекулам тела. При отражении от зеркальной поверхности импульс фотона изменяется на противоположный, так что импульс p , передаваемый частицам вещества, составляет $2p$.

Задача 17.1. Какое давление P оказывает свет на стенки колбы электрической лампы мощностью $N = 100$ Вт? Колба лампы – сфера радиусом $R = 5$ см, стенки которой отражают 10 % падающего на них света. Считать, что вся потребляемая лампой мощность идет на излучение.

Решение. Давление, производимое светом на стенки колбы, определяется формулой

$$P = \frac{I}{c}(1 + \rho).$$

Здесь $I = \frac{N}{S}$ – интенсивность излучения; $S = 4\pi R^2$ – площадь сферы. Коэффициент отражения света ρ по условию задачи равен 10 %, т.е. $\rho = 0,1$. С учетом всего сказанного перепишем выражение для давления и подставим числовые данные:

$$P = \frac{N}{S} \cdot \frac{1}{c}(1 + \rho) = \frac{N}{4\pi R^2} \cdot \frac{1}{c}(1 + \rho),$$

$$P = \frac{100\text{Вт}}{4 \cdot 3,14 \cdot (0,05\text{м})^2} \cdot \frac{1}{3 \cdot 10^8\text{м/с}}(1 + 0,1) = 12 \text{ мкПа}.$$

Ответ: давление, оказываемое светом на стенки колбы, $P = 12$ мкПа.

17.4. Эффект Комптона

Эффектом Комптона называется упругое рассеяние коротковолнового излучения (рентгеновского и γ -излучений) на свободных электронах вещества, сопровождающееся увеличением длины волны:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda, \quad (17.4.1)$$

где λ' – длина волны рассеянного излучения, λ – длина волны падающего излучения. Величина $\Delta\lambda$ не зависит от длины волны падающего излучения и природы рассеивающего вещества, а определяется только углом рассеяния θ :

$$\Delta\lambda = 2\lambda_C \sin^2 \frac{\theta}{2}. \quad (17.4.2)$$

Здесь λ_C – комптоновская длина волны.

Эффект Комптона наблюдается не только на электронах, но и на других заряженных частицах, например протонах, однако из-за большой массы протона его отдача «просматривается» лишь при рассеянии фотонов очень высоких энергий. Эффект Комптона, как и фотоэффект на основе квантовых представлений, обусловлен взаимодействием фотонов с электронами. В первом случае фотон рассеивается, во втором – поглощается.

18. ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ

18.1. Волны де Бройля

Объектами изучения квантовой механики являются атомы, молекулы, а также атомные ядра и элементарные частицы. Одной из основ квантовой механики является идея де Бройля о том, что корпускулярно-волновой дуализм свойственен не только световым частицам – фотонам, но и частицам вещества, имеющим массу – электронам, протонам, нейтронам, атомам, молекулам и атомным ядрам. Согласно де Бройлю, с каждым микрообъектом связываются, с одной стороны, *корпускулярные* характеристики – энергия E и импульс p , а с другой – *волновые* характеристики – частота ν и длина волны λ . Со всякой частицей, имеющей массу m , которая движется со скоростью v , связано распространение **волны де Бройля λ** :

$$\lambda = \frac{h}{p}. \quad (18.1.1)$$

Здесь h – постоянная Планка, $p = mv$ – импульс движущейся частицы. Волны де Бройля не являются электромагнитными волнами и не имеют аналогии среди всех видов волн, изучаемых в классической физике.

18.2. Соотношения неопределенностей

Для волны любой природы представление о том, что она имеет некоторые координаты, находится в определенном месте пространства, лишено физического смысла. Например, если волна, распространяющаяся по поверхности воды, достигла лодки, то не имеет смысла утверждать, что волна находится только в том месте, где она встретилась с лодкой. Когда частица, обладающая волновыми свойствами, движется вдоль некоторой оси, например оси OX , ее координата на этой оси может быть определена лишь с точностью до величины Δx , называемой неопределенностью координаты частицы. *Неопределенностью импульса частицы* называется величина Δp , определяемая соотношением

$$\Delta p = \hbar \Delta k. \quad (18.2.1)$$

Соотношение неопределенностей Гейзенберга:

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \approx \hbar, \quad \Delta y \cdot \Delta p_y \approx \hbar, \quad \Delta z \cdot \Delta p_z \approx \hbar. \quad (18.2.2)$$

Здесь k – волновое число, $\hbar = \frac{h}{2\pi}$, Δx , Δy и Δz — неопределенности координат частицы по осям OX , OY , OZ ; Δp_x , Δp_y , Δp_z — неопределенности проекций импульса частицы по тем же осям, микрочастица не может иметь одновременно

определенную координату (x, y, z) и определенную соответствующую проекцию импульса (p_x, p_y, p_z) . Соотношение неопределенностей допускает обращение в нуль неопределенности одной из величин, например $\Delta p = 0$. Это означает, что частица имеет строго определенное значение импульса p (или скорости v), но тогда $\Delta x = \infty$. Следовательно, положение частицы на оси OX (ее координата) становится совершенно неопределенным: частицу можно обнаружить в любом месте на оси OX в пределах от 0 до ∞ .

В связи с тем, что у макроскопических тел волновые свойства не обнаруживаются, соотношение неопределенностей не накладывает для таких тел никаких ограничений на возможность определения их координат и импульсов. Макроскопическое тело, движущееся по оси OX , может одновременно иметь точные значения координаты и импульса.

18.3. Общее уравнение Шредингера

Уравнение Шредингера является уравнением движения в квантовой механике. Это уравнение является волновым уравнением, т.е. оно учитывает волновые свойства частиц. Оно не выводится, а постулируется. Правильность этого уравнения подтверждается согласием с опытом, что придает ему характер закона природы. **Уравнение Шредингера** имеет вид

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi + U(x, y, z)\Psi = i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t}, \quad (18.3.1)$$

где $\hbar = \frac{h}{2\pi}$, m – масса частицы, Δ – оператор Лапласа, i – мнимая единица, $U(x, y, z)$ – потенциальная функция частицы в силовом поле, в котором она движется, Δ – оператор Лапласа ($\Delta\Psi = \frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial z^2}$), Ψ – искомая волновая функция частицы ($\Psi = \Psi(x, y, z, t)$). Уравнение (18.3.1) справедливо для любой частицы, движущейся со скоростью $v \ll c$. Оно дополняется условиями, накладываемыми на волновую функцию:

- волновая функция должна быть конечной, однозначной и непрерывной;
- производные $\frac{\partial\Psi}{\partial x}, \frac{\partial\Psi}{\partial y}, \frac{\partial\Psi}{\partial z}, \frac{\partial\Psi}{\partial t}$ должны быть непрерывны;
- функция $|\Psi|^2$ должна быть интегрируема.

Для многих физических явлений, происходящих в микромире, можно найти уравнение Шредингера для стационарных состояний – состояний с фиксированными значениями энергии. Это возможно, если силовое поле, в котором движется частица, стационарно, т.е. функция $U = U(x, y, z)$ не зависит явно от времени и имеет смысл потенциальной энергии. В этом случае уравнение Шредингера будет иметь вид

$$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\psi = 0. \quad (18.3.2)$$

Здесь $\psi = \psi(x, y, z)$ – волновая функция, не зависящая от времени, E – полная энергия частицы, постоянная в случае стационарного поля.

Решением уравнения Шредингера для стационарных состояний являются волновые функции – конечные однозначные и непрерывные вместе со своими первыми производными.

8.4. Постулаты Бора

Первый постулат (постулат стационарных состояний):

в атоме существуют стационарные квантовые состояния, не изменяющиеся с течением времени без внешнего воздействия на атом. В этих состояниях атом не излучает электромагнитных волн, хотя и движется с ускорением.

Каждому стационарному состоянию атома соответствует определенная энергия атома. Стационарным состояниям соответствуют стационарные орбиты, по которым движутся электроны.

Второй постулат (правило частот):

при переходе атома из одного стационарного состояния в другое излучается или поглощается один фотон.

Атом излучает (поглощает) один фотон (который несет один квант энергии), когда электрон переходит из состояния с энергией (E_m) в состояние с энергией (E_n). Энергия излученного фотона разности энергий атома в двух его стационарных состояниях:

$$h\nu_{mn} = E_m - E_n. \quad (18.4.1)$$

Если $E_m > E_n$, то происходит излучение фотона, если $E_m < E_n$, то происходит поглощение фотона.

Третий постулат (правило квантования орбит):

В стационарном состоянии атома электрон, двигаясь по круговой орбите, должен иметь дискретные значения момента импульса L .

Надо помнить, движение электрона в атоме мало похоже на движение планет по орбитам. Точнее, электрон на орбите можно назвать электронным облаком, имеющим разную плотность. Орбитой электрона в атоме называется геометрическое место точек, в которых с наибольшей вероятностью можно обнаружить электрон.

18.5. Спектр атома водорода

Спектр излучения атома водорода является линейчатым. Частоты ν_{mn} линий этого спектра описываются формулой **Бальмера — Ридберга**:

$$\nu_{mn} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right), \quad (18.5.1)$$

где $R=3,293 \cdot 10^{15} \text{ c}^{-1}$ называется постоянной Ридберга. Целые числа n и m называются главными квантовыми числами, причем $m=n+1, n+2$ и т. д.

Группа спектральных линий с одинаковым значением n называется *серией спектральных линий*. Наибольшая частота для каждой серии с главным квантовым числом n соответствует значению $m=\infty$ и называется *границей серии* или *спектральным термом*:

$$T_n = \frac{R}{n^2}. \quad (18.5.2)$$

Частота ν_{mn} линии равна разности термов:

$$\nu_{mn} = T_n - T_m. \quad (18.5.3)$$

При $n=1$ получается серия линий, расположенная в далекой ультрафиолетовой части спектра (*серия Лаймана*):

$$\nu_{m1} = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{m^2} \right), \quad m=2, 3, \dots \quad (18.5.4)$$

При $n=2$ наблюдается *серия Бальмера*, расположенная в видимой части спектра:

$$\nu_{m2} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{m^2} \right), \quad m=3, 4, 5, \dots \quad (18.5.5)$$

В инфракрасной части спектра расположены серии спектральных линий:

Серия Пашена – $n=3, m=4, 5, 6, \dots$

Серия Брэкета – $n=4, m=5, 6, 7, \dots$

Серия Пфунда – $n=5, m=6, 7, 8, \dots$

Серия Хэмфри – $n=6, m=7, 8, 9, \dots$

В квантовой механике вводятся **правила отбора**, ограничивающие число возможных переходов электронов в атоме, связанных с испусканием и поглощением света. Теоретически доказано и экспериментально подтверждено, что для дипольного излучения электрона, движущегося в центрально-симметричном поле ядра, могут осуществляться только такие переходы, для которых:

- изменение орбитального квантового числа Δl удовлетворяет условию

$$\Delta l = \pm 1.$$

- изменение магнитного квантового числа Δm_l удовлетворяет условию

$$\Delta m_l = 0, \pm 1.$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Задачей освоения курса физики является ознакомление студентов с основными физическими явлениями, законами и границами их применимости. Приобретенные знания должны быть использованы студентами для решения практических задач, возникающих в их последующей профессиональной деятельности. Кроме того, полученные знания в области физики могут быть полезны при освоении других дисциплин, предусмотренных учебным планом.

Авторы надеются, что данное пособие поможет студентам в реализации этих задач.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Трофимова, Т.И. Курс физики: учеб. пособие для вузов / Т.И. Трофимова. – изд. 10-е, стер. – М.: Изд. центр «Академия», 2007. – 560 с.
2. Савельев, И.В. Курс физики: учеб. пособие для втузов в 5 кн. / И.В. Савельев. – изд. 4-е., перераб. – М.: Наука. Физматлит. 1998. – 1832 с.
3. Зисман, Г.А. Курс общей физики: учеб. пособие для вузов в 3 т. / Г.А. Зисман, О.М. Тодес. – СПб.: Изд-во Лань, 2007. – 1189 с.
4. Детлаф, А.А. Курс физики в 3 т. / А.А. Детлаф, Б.М. Яворский, А.В. Милковская – М.: Высшая школа, 1999. – 1979 с.
5. Волькенштейн, В.С. Сборник задач по общему курсу физики / В.С. Волькенштейн –, 2003. – 328 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.	3
1. Кинематика прямолинейного движения материальной точки.	4
1.1. Механическое движение.....	4
1.2. Скорость и ускорение материальной точки.....	5
1.3. Равномерное прямолинейное движение.....	8
1.4. Равнопеременное прямолинейное движение.....	8
2. Кинематика криволинейного движения материальной точки.	12
2.1. Криволинейное движение в плоскости.....	12
2.2. Кинематика вращательного движения.....	14
3. Динамика движения материальной точки.	18
3.1. Сила. Масса.....	18
3.2. Законы Ньютона.....	18
3.3. Силы в динамике.....	20
3.4. Работа силы, мощность, коэффициент полезного действия.....	24
4. Законы сохранения.	27
4.1. Импульс тела. Закон сохранения импульса.....	27
4.2. Механическая энергия. Закон сохранения механической энергии.....	27
4.3. Удар.....	29
5. Динамика вращательного движения.	32
5.1. Момент инерции.....	32
5.2. Кинетическая энергия вращения.....	34
5.3. Уравнение динамики вращательного движения.....	35
5.4. Момент импульса.....	38
6. Молекулярная физика.	39
6.1. Основные положения МКТ. Основные определения и формулы.....	39
6.2. Идеальный газ.....	41
6.3. Изопроцессы.....	43
6.4. Молекулярно-кинетическая теория идеального газа.....	44
6.5. Барометрическая формула. Распределение Больцмана.....	46
7. Основы термодинамики.	47
7.1. Полная и внутренняя энергия тела (системы тел).....	47
7.2. Работа.....	48
7.3. Теплота.....	49
7.4. Адиабатический процесс.....	50
7.5. Теплоемкость.....	51
7.6. Первый закон (начало) термодинамики.....	52
7.7. Обратимые и необратимые процессы.....	53
7.8. Второй и третий законы (начала) термодинамики.....	55
8. Электричество. Электростатика.	57
8.1. Основные понятия.....	57
8.2. Закон Кулона.....	58
8.3. Напряженность электрического поля.....	58
8.4. Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме.....	63
8.5. Работа сил электростатического поля. Потенциал.....	63
8.6. Конденсатор.....	69

8.7. Энергия.....	71
8.8. Диэлектрики.....	73
8.9. Проводники в электростатическом поле.....	75
9. Постоянный электрический ток.	76
9.1. Характеристики постоянного тока.....	76
9.2. Закон Ома.....	78
9.3. Работа и мощность тока. Закон Джоуля — Ленца.....	79
9.4. Разветвление токов. Соединения проводников.....	80
10. Магнетизм.	83
10.1. Магнитное поле постоянного тока.....	83
10.2. Сила Лоренца.....	87
10.3. Сила Ампера.....	89
10.4. Магнитный поток.....	90
11. Электромагнитная индукция.	91
11.1. Явление и закон электромагнитной индукции.....	91
11.2. Способы изменения магнитного потока.....	92
11.3. Самоиндукция.....	94
11.4. Взаимная индукция.....	95
12. Механические и электромагнитные колебания.	96
12.1. Характеристики свободных гармонических колебаний.....	97
12.2. Свободные механические колебания.....	98
12.3. Свободные колебания в электрическом колебательном контуре...	102
13. Свободные гармонические затухающие колебания.	105
13.1. Характеристики затухающих колебаний.....	105
13.2. Дифференциальное уравнение.....	108
14. Волновая оптика.	109
14.1. Характеристики волны.....	109
14.2. Интерференция света.....	110
14.3. Дифракция света.....	114
15. Поляризация и дисперсия света.	119
15.1. Поляризация света.....	119
15.2. Дисперсия света.....	122
16. Тепловое излучение.	124
17. Элементы квантовой оптики.	126
17.1. Характеристики фотона.....	126
17.2. Фотоэлектрический эффект.....	126
17.3. Давление света.....	129
17.4. Эффект Комптона.....	130
18. Элементы квантовой механики.	131
18.1. Волны де Бройля.....	131
18.2. Соотношения неопределенностей.....	131
18.3. Общее уравнение Шредингера.....	132
18.4. Постулаты Бора.....	133
18.5. Спектр атома водорода.....	133
Заключение.	135
Библиографический список.	135

Учебное пособие

Никишина Анна Игоревна,
Тарханов Андрей Константинович

ФИЗИКА:
***теоретический материал для подготовки
к лабораторным работам***

*Учебное пособие
для студентов, обучающихся по направлению подготовки 08.03.01
«Строительство», профиль «Промышленное и гражданское строительство»*

Редакторы:
Аграновская Н.Н.,
Акритова Е.В.

Подписано в печать 18.08.2016. Формат 60x84 1/16. Уч. - изд. л.8,6.Усл. - печ. л. 8,7.
Бумага писчая. Тираж 200 экз. Заказ № 1.

Отпечатано: отдел оперативной полиграфии издательства Воронежского ГАСУ
394006 Воронеж, ул. 20-летия Октября, 84