

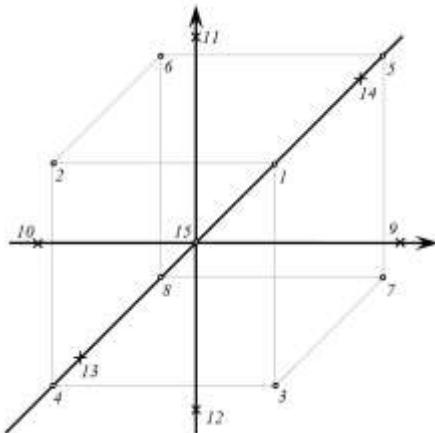
Министерство науки и высшего образования  
Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Воронежский государственный технический университет»

Кафедра конструирования и производства радиоаппаратуры

## **ОСНОВЫ САПР МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

к выполнению лабораторных работ по дисциплине «Основы САПР» для студентов направления 11.03.03 «Конструирование и технология электронных средств» профиль («Проектирование и технология радиоэлектронных средств») всех форм обучения



Воронеж 2021

УДК 621.3.049.7.002 (075)  
ББК 38.54

**Составители:**

ст. преподаватель О.Н. Чирков

Методические указания к выполнению лабораторных работ по дисциплине «Основы САПР» для студентов направления 11.03.03 «Конструирование и технология электронных средств» профиль («Проектирование и технология радиоэлектронных средств») всех форм обучения / ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет»; сост.: О.Н. Чирков. Воронеж: Изд-во ВГТУ, 2021. 41 с.

Основной целью указаний является овладение теоретическими знаниями, практическими навыками и умениями выполнения задач деятельности специалиста конструктора-технолога РЭС по экспериментально-статистическому исследованию, моделированию и оптимизации, обеспечению качества и надежности.

Предназначены для проведения лабораторных работ по дисциплине «Основы САПР» для студентов 3 курса.

Методические указания подготовлены в электронном виде и содержатся в файле LR\_SAPR.pdf.

Ил. 8. Табл. 9. Библиогр.: 7 назв.

**УДК 621.3.049.7.002 (075)**  
**ББК 38.54**

**Рецензент - О. Ю. Макаров, д-р техн. наук, проф.**  
кафедры конструирования и производства  
радиоаппаратуры ВГТУ

*Издается по решению редакционно-издательского совета  
Воронежского государственного технического университета*

# ОСНОВЫ САПР

## МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к выполнению лабораторных работ по дисциплине  
«Основы САПР» для студентов направления 11.03.03  
«Конструирование и технология электронных средств»  
профиль («Проектирование и технология  
радиоэлектронных средств») всех форм обучения

Составители:  
Чирков Олег Николаевич

Компьютерный набор О. Н. Чирков

Подписано к изданию \_\_\_\_\_.

Уч.-изд. л. \_\_\_\_\_. \_\_\_\_\_.

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический  
университет»  
394026 Воронеж, Московский просп., 14

# ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1

## ПРОВЕРКА ГИПОТЕЗЫ О СООТВЕТСТВИИ ДАННЫХ ЭКСПЕРИМЕНТА НОРМАЛЬНОМУ ЗАКОНУ

### 1. Общие указания по выполнению лабораторной работы

Целью лабораторной работы является углубление и закрепление знаний студентов по оценке параметров распределения случайных величин на основе данных эксперимента, а также получение навыков численного анализа соответствия данных нормальному закону распределения, что имеет практическое значение при проверке выполнения условий применения различных методов проектирования РЭС, в том числе и методов регрессионного анализа. В процессе выполнения лабораторной работы студент должен уметь практически применять полученные знания и навыки для:

- подготовки исходных данных и решения на ЭВМ задач по оценке параметров распределения случайных величин на основе данных эксперимента;
- численного расчета статистических характеристик и коэффициентов корреляции в случае нормального закона распределения, построения гистограммы и полигона частот по данным эксперимента;
- проверки гипотезы о нормальном законе распределения по критерию Пирсона;
- составления и отладки прикладных программ;
- исследования и оценки эффективности методов решения поставленной задачи.

На выполнение лабораторной работы отводится восемь часов.

Перед выполнением лабораторной работы студент должен самостоятельно выполнить домашнее задание в соответствии санными методическими указаниями.

Студент, явившийся на занятия, должен иметь методические указания по данной лабораторной работе, полученные в библиотеке. В начале занятия преподаватель

проверяет выполнение студентом домашнего задания и наличие заготовки отчета по данной лабораторной работе в его рабочей тетради.

К выполненной работе прилагаются необходимые схемы, эскизы, тексты и результаты расчета программ, протоколы работы с программным комплексом (для студентов заочного обучения) и другие материалы согласно указаниям по оформлению отчета.

## 2. Домашнее задание и методические указания по его выполнению

При выполнении домашнего задания студент должен ознакомиться с постановкой и методами решения задач оценки параметров распределения случайных величин и корреляционного анализа. Для этого необходимо воспользоваться литературой [1, С. 39-54].

Величина, которая в результате некоторого эксперимента с заранее непредсказуемым исходом каждый раз принимает одно из возможных значений, называется **случайной**.

Пусть исход эксперимента (опыта, наблюдения) представляется некоторой случайной величиной  $u$ . При  $N$ -кратном повторении получают конкретный ряд значений  $u_1, \dots, u_N$ , который называется **конечной выборкой** объема  $N$  (выборочной совокупностью) из генеральной совокупности, содержащей все возможные значения случайной величины  $u$  ( $N \rightarrow \infty$ ). На практике вид и параметры дифференциальной функции распределения точно неизвестны и информация о характеристиках случайной величины может быть получена с помощью эксперимента.

Для построения эмпирического графика распределения случайной величины  $u$  по результатам наблюдений в порядке их возрастания формируется ряд распределения, который оформляется в виде таблицы, где перечислены и указаны границы  $j$ -х интервалов возможных значений случайной

величины  $y$  и соответствующим вероятностям  $p_j$  появления  $y$  в соответствующих  $j$ -х интервалах.

Для каждого интервала  $(y_{j-1}, y_j)$  определяются число попавших в него элементов  $N_j$ , относительная частота  $n_j = \frac{N_j}{N}$ , и строится график  $N(y)$ , который может быть представлен в виде либо гистограммы, либо полигона частот.

**Коэффициент парной корреляции** является показателем тесноты и направления корреляционной связи двух случайных переменных, и его значение находится в пределах  $1 \leq R_{xy} \leq +1$ . При отсутствии корреляционной связи между двумя случайными переменными коэффициент парной корреляции  $R_{xy} = 0$ , в этом случае корреляционная связь между переменными  $x$  и  $y$  отсутствует. Если связь между двумя переменными линейная и функциональная, тогда  $R_{xy} = +1$  или  $R_{xy} = -1$ .

Проверка гипотезы о нормальном законе распределения по критерию Пирсона

Критерий Пирсона рассчитывается по формуле

$$x_{расч}^2 = \sum_{i=1}^m \frac{(N_i - N \cdot p_i)^2}{N \cdot p_i}$$

где

$$p_i = \Phi\left(\frac{(y_i^{\max} - M(y))}{\sigma(y)}\right) - \Phi\left(\frac{(y_i^{\min} - M(y))}{\sigma(y)}\right)$$

Распределение случайной величины  $y$  будет соответствовать нормальному закону, если выполняется следующее условие по критерию Пирсона  $x_{расч}^2 \leq x_{крит}^2$

Гистограммой называется графический способ представления табличных данных. Полигон частот – один из способов графического представления плотности вероятности случайной величины.

Отрезки разбиения должны быть равными по длине. Центр серединного отрезка должен находиться в центре всего диапазона значений, где находится математическое ожидание.

3. Лабораторное задание и методические указания по его выполнению

Провести проверку гипотезы о соответствии экспериментальных данных нормальному закону распределения и найти значения статистических характеристик и коэффициентов корреляции внутренних и выходных параметров в соответствии с данными варианта. Исходные данные вариантов приведены в приложении 1.

**Пример.** Даны выборка значений выходного параметра  $y_i (i=1, \dots, N)$  объемом  $N=130$ :  $y_1=y_{\min}=8$ ;  $y_2=9,2$ ; ...;  $y_N=y_{\max}=56$ . Требуется построить эмпирическую плотность вероятности случайной величины  $y$ .

**Решение:**

Определяем приближенное число интервалов  $K$  и округляем до ближайшего целого:  $K = 1.0 + 3.2 \lg 130 \approx 8$

Ширину интервалов  $\Delta y$  выбираем одинаковой

$$\Delta y = \frac{(y_{\max} - y_{\min})}{K} = \frac{54 - 8}{8} = 6$$

Принимаем  $\Delta y = 6$ . Находим математическое ожидание параметра  $y$  из выборки

$$M(y) = \frac{\sum_{i=1}^N y_i}{N} = \frac{3640}{130} = 28$$

Строим числовую ось  $y$ , на которой отмечаем мат. ожидание  $M(y)$ - (рис.1). От среднего значения  $M(y)$  откладываем по обе стороны  $0,5 \Delta y$ , а затем — по целому интервалу  $\Delta y$ , пока крайние интервалы не перекроют  $y_{\max}=56$  и  $y_{\min}=8$ .

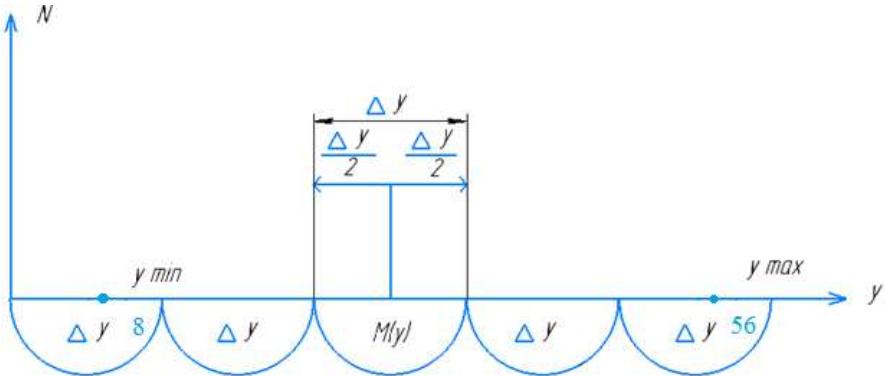


Рис 1 Числовая ось распределения случайной величины

По числовой оси определяем число  $N_j$  элементов выборки, попавших в интервал  $(y_{j-1}, y_j)$ .

Строим график эмпирической плотности распределения случайной величины  $y$ .

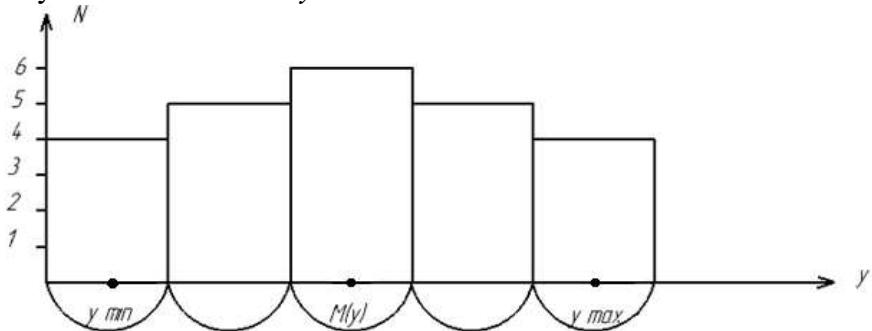


Рис 2 Гистограмма случайной величины  $y$

Правильность расчетов следует проверять по условию:

$$\sum_{j=1}^K N_j = N$$

В ряде случаев при исследовании конструкций и технологических процессов РЭА приходится прибегать к регрессионному анализу, одной из предпосылок которого является распределение случайной величины по нормальному

закону распределения. Для этого, используя данные таблицы, проведем проверку гипотезы о гауссовом распределении случайной величины  $y$ . Для проверки гипотезы будем использовать  $\chi^2$ -критерий Пирсона, значение которого вычисляется по формуле:

$$\chi_{расч}^2 = \sum_{i=1}^K \frac{(N_j - Np_j)^2}{(Np_j)},$$

где

$$p_i = \Phi\left(\frac{(y_i^{\max} - M(y))}{\sigma(y)}\right) - \Phi\left(\frac{(y_i^{\min} - M(y))}{\sigma(y)}\right)$$

вероятность попадания

выборочного значения  $y_j$  в интервал разбиения  $[y_j^{\max}, y_j^{\min}]$ .

После расчета вероятности попадания значений случайной величины  $y$  в каждый  $j$ -й интервал и вычисления вспомогательных данных  $Np_j$ ,  $(N_j-Np_j)$ ,  $(N_j-Np_j)^2$  получаем расчетное значение  $\chi^2$ -критерия 0,11875.

По таблице находим границу  $\chi^2$  - критической области для заданного уровня значимости критерия  $q=5\%$ ,  $\chi^2_{cr}=7.815$  т.е. вероятности, для которой событие можно считать практически невозможны, и числа степеней свободы  $f=K^*-l=6-2=4$ , где число оцениваемых параметров для данного закона распределения (дисперсия и математическое ожидание)  $l=2$ . Так как  $\chi^2_{расч}=0,11875 < \chi^2_{cr}$ , то выборочный материал не противоречит гипотезе о гауссовском распределении случайной величины  $y$ .

При этом следует иметь ввиду, что при использовании  $\chi^2$ -критерия необходимо учитывать, что интервалы с числом элементов, меньшим 10, необходимо объединить с соседними (кроме внутренних). Общее число элементов должно быть  $N>50$ , число элементов, попавших в любой  $j$ -й интервал,  $N>5$  ( $j=1, K$ ), общее число интервалов  $K^*$ , оставшихся после объединения, должно удовлетворять условию  $K^*>4$ .

Таблица 1. функция Лапласа

$x$	$\Phi(x)$	$x$	$\Phi(x)$								
0.00	0.0000	0.43	0.1664	0.86	0.3051	1.29	0.4015	1.72	0.4573	2.30	0.4893
0.01	0.0040	0.44	0.1700	0.87	0.3078	1.30	0.4032	1.73	0.4582	2.32	0.4898
0.02	0.0080	0.45	0.1736	0.88	0.3106	1.31	0.4049	1.74	0.4591	2.34	0.4904
0.03	0.0120	0.46	0.1772	0.89	0.3133	1.32	0.4066	1.75	0.4599	2.36	0.4909
0.04	0.0160	0.47	0.1808	0.90	0.3159	1.33	0.4082	1.76	0.4608	2.38	0.4913
0.05	0.0199	0.48	0.1844	0.91	0.3186	1.34	0.4099	1.77	0.4616	2.40	0.4918
0.06	0.0239	0.49	0.1879	0.92	0.3212	1.35	0.4115	1.78	0.4625	2.42	0.4922
0.07	0.0279	0.50	0.1915	0.93	0.3238	1.36	0.4131	1.79	0.4633	2.44	0.4927
0.08	0.0319	0.51	0.1950	0.94	0.3264	1.37	0.4147	1.80	0.4641	2.46	0.4931
0.09	0.0359	0.52	0.1985	0.95	0.3289	1.38	0.4162	1.81	0.4649	2.48	0.4934
0.10	0.0398	0.53	0.2019	0.96	0.3315	1.39	0.4177	1.82	0.4656	2.50	0.4938
0.11	0.0438	0.54	0.2054	0.97	0.3340	1.40	0.4192	1.83	0.4664	2.52	0.4941
0.12	0.0478	0.55	0.2088	0.98	0.3365	1.41	0.4207	1.84	0.4671	2.54	0.4945
0.13	0.0517	0.56	0.2123	0.99	0.3389	1.42	0.4222	1.85	0.4678	2.56	0.4948
0.14	0.0557	0.57	0.2157	1.00	0.3413	1.43	0.4236	1.86	0.4686	2.58	0.4951
0.15	0.0596	0.58	0.2190	1.01	0.3438	1.44	0.4251	1.87	0.4693	2.60	0.4953
0.16	0.0636	0.59	0.2224	1.02	0.3461	1.45	0.4265	1.88	0.4699	2.62	0.4956
0.17	0.0675	0.60	0.2257	1.03	0.3485	1.46	0.4279	1.89	0.4706	2.64	0.4959
0.18	0.0714	0.61	0.2291	1.04	0.3508	1.47	0.4292	1.90	0.4713	2.66	0.4961
0.19	0.0753	0.62	0.2324	1.05	0.3531	1.48	0.4306	1.91	0.4719	2.68	0.4963
0.20	0.0793	0.63	0.2357	1.06	0.3554	1.49	0.4319	1.92	0.4726	2.70	0.4965
0.21	0.0832	0.64	0.2389	1.07	0.3577	1.50	0.4332	1.93	0.4732	2.72	0.4967
0.22	0.0871	0.65	0.2422	1.08	0.3599	1.51	0.4345	1.94	0.4738	2.74	0.4969
0.23	0.0910	0.66	0.2454	1.09	0.3621	1.52	0.4357	1.95	0.4744	2.76	0.4971
0.24	0.0948	0.67	0.2486	1.10	0.3643	1.53	0.4370	1.96	0.4750	2.78	0.4973
0.25	0.0987	0.68	0.2517	1.11	0.3665	1.54	0.4382	1.97	0.4756	2.80	0.4974
0.26	0.1026	0.69	0.2549	1.12	0.3686	1.55	0.4394	1.98	0.4761	2.82	0.4976
0.27	0.1064	0.70	0.2580	1.13	0.3708.	1.56	0.4406	1.99	0.4767	2.84	0.4977
0.28	0.1103	0.71	0.2611	1.14	0.3729	1.57	0.4418	2.00	0.4772	2.86	0.4979
0.29	0.1141	0.72	0.2642	1.15	0.3749	1.58	0.4429	2.02	0.4783	2.88	0.4980
0.30	0.1179	0.73	0.2673	1.16	0.3770	1.59	0.4441	2.04	0.4793	2.90	0.4981
0.31	0.1217	0.74	0.2703	1.17	0.3790	1.60	0.4452	2.06	0.4803	2.92	0.4982
0.32	0.1255	0.75	0.2734	1.18	0.3810	1.61	0.4463	2.08	0.4812	2.94	0.4984
0.33	0.1293	0.76	0.2764	1.19	0.3830	1.62	0.4474	2.10	0.4821	2.96	0.4985
0.34	0.1331	0.77	0.2794	1.20	0.3849	1.63	0.4484	2.12	0.4830	2.98	0.4986
0.35	0.1368	0.78	0.2823	1.21	0.3869	1.64	0.4495	2.14	0.4838	3.00	0.49865
0.36	0.1406	0.79	0.2852	1.22	0.3883	1.65	0.4505	2.16	0.4846	3.20	0.49931
0.37	0.1443	0.80	0.2881	1.23	0.3907	1.66	0.4515	2.18	0.4854	3.40	0.49966
0.38	0.1480	0.81	0.2910	1.24	0.3925	1.67	0.4525	2.20	0.4861	3.60	0.49984
0.39	0.1517	0.82	0.2939	1.25	0.3944	1.68	0.4535	2.22	0.4868	3.80	0.49992
0.40	0.1554	0.83	0.2967	1.26	0.3962	1.69	0.4545	2.24	0.4875	4.00	0.49996
0.41	0.1591	0.84	0.2995	1.27	0.3980	1.70	0.4554	2.26	0.4881	4.50	0.49999
0.42	0.1628	0.85	0.3023	1.28	0.3997	1.71	0.4564	2.28	0.4887	> 5.00	0.49999

Таблица 2. 5%-ные пределы ( $q=5\%$ ) для  $\chi^2$  в зависимости от степеней свободы для распределения Пирсона

f	1	2	3	4	5	6	7	8
x2	3,841	5,991	7,815	9,488	10,070	12,592	14,067	15,507
f	9	10	11	12	13	14	15	16
x2	10,919	18,307	19,678	21,026	22,362	23,685	24,996	26,296
f	17	18	19	20	21	22	23	24
x2	27,587	28,869	30,144	31,410	32,671	33,924	35,172	36,415

### Исходные данные вариантов к лабораторной работе №1

№ опы-та	Вариант 1			Вариант 2			Вариант 3		
	X1	X2	Y	X1	X2	Y	X1	X2	Y
1	0.1	0.2	1.3	0.4	0.2	2.9	0.5	0.3	3.4
2	0.3	0.6	1.9	1.2	0.5	2.7	0.2	0.9	3.2
3	0.4	0.8	1.2	1.6	0.4	2.5	0.9	1.2	3.6
4	0.5	1.0	1.5	2.0	0.7	2.4	0.3	1.5	3.0
5	0.6	1.2	1.8	2.4	0.2	2.8	0.5	1.8	3.4
6	0.7	1.4	1.1	2.8	0.5	2.7	0.2	2.1	3.8
7	0.8	1.6	1.4	3.2	0.4	2.5	0.9	2.4	3.2
8	0.9	1.8	1.7	3.6	0.8	2.4	0.3	2.7	3.6
9	0.25	0.5	1.75	2.0	0.2	2.9	0.5	1.75	3.0
10	0.15	0.3	1.45	0.6	0.5	2.7	0.2	0.45	3.6
11	0.35	0.7	1.05	1.4	0.4	2.5	0.9	1.05	3.4
12	0.45	0.9	1.35	1.8	0.8	2.4	0.3	1.35	3.8
13	0.55	1.1	1.65	2.2	0.2	2.9	0.5	1.65	3.2
14	0.65	1.3	1.95	2.6	0.5	2.7	0.2	1.95	3.6
15	0.75	1.5	1.25	3.0	0.4	2.5	0.9	2.25	3.0
16	0.85	1.7	1.55	3.4	0.8	2.4	0.3	2.55	3.4
17	0.95	1.9	1.85	3.8	0.2	2.9	0.5	2.85	3.8
18	1.25	1.5	1.75	2.0	0.5	2.7	0.2	1.75	3.0
19	1.2	1.3	1.4	1.5	0.4	2.5	0.9	1.4	3.5
20	1.3	1.6	1.9	2.2	0.8	2.4	0.3	1.9	3.2
21	1.4	1.8	1.2	2.6	0.2	2.9	0.5	2.2	3.6
22	1.5	2.0	1.5	3.0	0.5	2.7	0.2	2.5	3.0
23	1.6	2.2	1.8	3.4	0.4	2.5	0.9	2.8	3.4
24	0.25	0.5	1.75	2.0	0.2	2.9	0.5	1.75	3.0

№ опы-та	Вариант 4			Вариант 5			Вариант 6		
	X1	X2	Y	X1	X2	Y	X1	X2	Y
1	0.1	0.2	5.3	0.4	0.2	6.9	0.5	0.3	7.4
2	0.3	0.6	5.9	1.2	0.5	6.7	0.2	0.9	7.2
3	0.4	0.8	5.2	1.6	0.4	6.5	0.9	1.2	7.6
4	0.5	1.0	5.5	2.0	0.7	6.4	0.3	1.5	7.0
5	0.6	1.2	5.8	2.4	0.2	6.8	0.5	1.8	7.4
6	0.7	1.4	5.1	2.8	0.5	6.7	0.2	2.1	7.8
7	0.8	1.6	5.4	3.2	0.4	6.5	0.9	2.4	7.2
8	0.9	1.8	5.7	3.6	0.8	6.4	0.3	2.7	7.6
9	0.25	0.5	5.75	2.0	0.2	6.9	0.5	1.75	7.0
10	0.15	0.3	5.45	0.6	0.5	6.7	0.2	0.45	7.6
11	0.35	0.7	5.05	1.4	0.4	6.5	0.9	1.05	7.4
12	0.45	0.9	5.35	1.8	0.8	6.4	0.3	1.35	7.8
13	0.55	1.1	5.65	2.2	0.2	6.9	0.5	1.65	7.2
14	0.65	1.3	5.95	2.6	0.5	6.7	0.2	1.95	7.6
15	0.75	1.5	5.25	3.0	0.4	6.5	0.9	2.25	7.0
16	0.85	1.7	5.55	3.4	0.8	6.4	0.3	2.55	7.4
17	0.95	1.9	5.85	3.8	0.2	6.9	0.5	2.85	7.8
18	1.25	1.5	5.75	2.0	0.5	6.7	0.2	1.75	7.0
19	1.2	1.3	5.4	1.5	0.4	6.5	0.9	1.4	7.5
20	1.3	1.6	5.9	2.2	0.8	6.4	0.3	1.9	7.2
21	1.4	1.8	5.2	2.6	0.2	6.9	0.5	2.2	7.6
22	1.5	2.0	5.5	3.0	0.5	6.7	0.2	2.5	7.0
23	1.6	2.2	5.8	3.4	0.4	6.5	0.9	2.8	7.4
24	0.25	0.5	5.75	2.0	0.2	6.9	0.5	1.75	7.0

№ опы- та	Вариант 7			Вариант 8			Вариант 9		
	X1	X2	Y	X1	X2	Y	X1	X2	Y
1	0.1	0.2	9.3	0.4	0.2	10.9	0.5	0.3	11.4
2	0.3	0.6	9.9	1.2	0.5	10.7	0.2	0.9	11.2
3	0.4	0.8	9.2	1.6	0.4	10.5	0.9	1.2	11.6
4	0.5	1.0	9.5	2.0	0.7	10.4	0.3	1.5	11.0
5	0.6	1.2	9.8	2.4	0.2	10.8	0.5	1.8	11.4
6	0.7	1.4	9.1	2.8	0.5	10.7	0.2	2.1	11.8
7	0.8	1.6	9.4	3.2	0.4	10.5	0.9	2.4	11.2
8	0.9	1.8	9.7	3.6	0.8	10.4	0.3	2.7	11.6
9	0.25	0.5	9.75	2.0	0.2	10.9	0.5	1.75	11.0
10	0.15	0.3	9.45	0.6	0.5	10.7	0.2	0.45	11.6
11	0.35	0.7	9.05	1.4	0.4	10.5	0.9	1.05	11.4
12	0.45	0.9	9.35	1.8	0.8	10.4	0.3	1.35	11.8
13	0.55	1.1	9.65	2.2	0.2	10.9	0.5	1.65	11.2
14	0.65	1.3	9.95	2.6	0.5	10.7	0.2	1.95	11.6
15	0.75	1.5	9.25	3.0	0.4	10.5	0.9	2.25	11.0
16	0.85	1.7	9.55	3.4	0.8	10.4	0.3	2.55	11.4
17	0.95	1.9	9.85	3.8	0.2	10.9	0.5	2.85	11.8
18	1.25	1.5	9.75	2.0	0.5	10.7	0.2	1.75	11.0
19	1.2	1.3	9.4	1.5	0.4	10.5	0.9	1.4	11.5
20	1.3	1.6	9.9	2.2	0.8	10.4	0.3	1.9	11.2
21	1.4	1.8	9.2	2.6	0.2	10.9	0.5	2.2	11.6
22	1.5	2.0	9.5	3.0	0.5	10.7	0.2	2.5	11.0
23	1.6	2.2	9.8	3.4	0.4	10.5	0.9	2.8	11.4
24	0.25	0.5	9.75	2.0	0.2	10.9	0.5	1.75	2.0

#### 4. Контрольные вопросы

1. Что такое случайная величина?
2. Что называют конечной выборкой и объемом выборки?
3. Дайте определение коэффициента корреляции.
4. Назовите основные этапы алгоритма проверки гипотезы по критерию Пирсона.
5. Почему разбиение начинают от среднего значения?
6. Что такое гистограмма и полигон частот?
7. Приведите формулы расчета вероятности попадания в интервал.
8. От чего зависит достоверность решения о соответствии данных нормальному закону?
9. Каким условиям должны удовлетворять отрезки разбиения?
10. Какова цель лабораторной работы?
11. В чем заключается лабораторное задание? Пояснить ход его выполнения.
12. Какие данные являлись исходными для Вашего варианта?
13. Поясните расчет границ отрезков разбиения.
14. По каким формулам Вы провели расчет статистических характеристик параметров?
15. Каким образом Вы получили коэффициенты корреляции?
16. Каким образом Вы проверили гипотезу о нормальном законе?
17. Оцените достоверность полученного решения.
18. Проведите анализ машинного решения.
19. Перечислите приобретенные при выполнении работы знания и навыки.
20. Сформулируйте выводы по данной лабораторной работе.

## **ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2** **ПОЛУЧЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ** **МЕТОДОМ ПОЛНОГО ФАКТОРНОГО** **ЭКСПЕРИМЕНТА**

### **2.1. Общие указания по выполнению лабораторной работы**

Целью лабораторной работы является углубление и закрепление знаний студентов по применению методов регрессионного анализа, а именно метода полного факторного эксперимента (ПФЭ) на основе данных эксперимента, а также получение навыков синтеза линейных и неполно квадратичных моделей.

В процессе выполнения лабораторной работы студент должен уметь практически применять полученные знания и навыки для:

подготовки исходных данных и решения на ЭВМ задач планирования эксперимента;

численной проверки воспроизводимости опытов, расчета и проверки значимости коэффициентов модели, проверки адекватности полученной модели;

- получения модели в реальных физических величинах;

исследования и оценки эффективности методов решения поставленной задачи.

На выполнение лабораторной работы отводится четыре часа. Перед выполнением лабораторной работы студент должен самостоятельно выполнить домашнее задание в соответствии с данными методическими указаниями.

### **2.2. Домашнее задание и методические указания по его выполнению**

При выполнении домашнего задания студент должен ознакомиться с методом полного факторного эксперимента. Для этого необходимо воспользоваться литературой [1, С. 72-74].

Полный факторный эксперимент (ПФЭ) — совокупность нескольких измерений, удовлетворяющих следующим условиям:

Количество измерений составляет  $2^n$ , где  $n$  — количество факторов;

Каждый фактор принимает только два значения — верхнее и нижнее;

В процессе измерения верхние и нижние значения факторов комбинируются во всех возможных сочетаниях.

Факторы — наиболее существенные входные величины, полученные в результате отсеивающих экспериментов, принимающие в некоторый момент времени определённое значение. Область определения фактора может быть непрерывной и дискретной. Фактор — это внутренний параметр

Любую функцию, если она не имеет бесконечных разрывов, можно разложить в степенной ряд Тейлора. Поэтому в теории эксперимента чаще всего математическое описание представляется в виде полинома путём разложения в ряд Тейлора (уравнение регрессии):

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) = b_0 + \sum_{j=1}^n b_j x_j + \sum_{j=1}^n b_{ij} x_i x_j + \sum_{j=1}^n b_{jj} x_j^2 + \dots$$

Где  $b_0, b_j, b_{ij}, b_{jj}$  — постоянные коэффициенты уравнения. Они рассчитываются по формуле:

$$b_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^n x_{iu} \bar{y}_u \quad (i = 1, 2, \dots, n), \text{ где } \bar{y}_u = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m u_{uk}$$

А среднее значение по параллельным опытам  $i$ -й строки матрицы планирования. Объединяя формулы выше получили:

$$b_i = \frac{1}{nm} \sum_{u=1}^n \sum_{k=1}^m x_{iu} \bar{y}_{uk}$$

$n$  — число наиболее существенных входных величин, полученных в результате отсеивающего эксперимента.

Условием воспроизводимости опыта является однородность дисперсии.

Ошибка опыта оценивается по параллельным опытам. Перед расчётом ошибки опыта необходимо убедиться, что рассеяние опытов в каждой точке факторного пространства не превышает некоторой величины. Для этого рассчитываются построчные дисперсии  $s_u^2$  и проверяется их однородность.

Расчёт проводиться по формуле:

$$s_u^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{k=1}^m (y_{uk} - \bar{y}_u)^2$$

Проверить однородность дисперсии  $s_u^2$  можно по критерию Кохрена -  $G_p < G_T$  если это условие выполняется, то опыты считаются воспроизводимыми.

Его расчётное значение определяют, как:

$$G_p = \frac{s_{u \max}^2}{\sum_{u=1}^N s_u^2} \text{ где } s_{u \max}^2 \text{ — максимальная из рассчитанных}$$

дисперсий;

$$\sum_{u=1}^N s_u^2 \text{ сумма всех дисперсий по } N \text{ строкам матрицы}$$

планирования

$G_T$  определяется по таблице и зависит от доверительной вероятности  $P$ , от  $N$  и от  $f=k-1$ .

Матрица планирования — это матрица которая задаёт условия проведения эксперимента, и она имеет следующий вид:

Матрица ПФЭ  $2^2$  с параллельными опытами

опыты	$x_0$	планирование		Переменная состояния				
		$x_1$	$x_2$	$y_{u1}$	$y_{u2}$	$\dots$	$y_{um}$	$\bar{y}_u$
1	+1	+1	+1	$y_{11}$	$y_{12}$	$\dots$	$y_{1m}$	$\bar{y}_1$
2	+1	-1	+1	$y_{21}$	$y_{22}$	$\dots$	$y_{2m}$	$\bar{y}_2$
3	+1	+1	-1	$y_{31}$	$y_{32}$	$\dots$	$y_{3m}$	$\bar{y}_3$
4	+1	-1	-1	$y_{41}$	$y_{42}$	$\dots$	$y_{4m}$	$\bar{y}_4$

m — число параллельных опытов; Nm — общее число опытов;  
n — число факторов

В ПФЭ эксперименты проводятся при нижних и верхних значениях факторов. Они задаются в техническом задании. Отличаются они от базового уровня на значение шага варьирования  $\pm \Delta x_j$ .

Верхнее значение фактора:  $x_i^B = x_i^\delta + \Delta i$

Нижнее значение фактора:  $x_i^L = x_i^\delta - \Delta i$

Формулы нормирования используются для того, чтобы перейти к безразмерным величинам, т.к. базовые значения различных факторов могут отличаться друг от друга на порядки.

Нормированная модель, которую позволяет получить метод ПФЭ имеет вид:

$$y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_{12} X_1 X_2 + \beta_{23} X_2 X_3 + \beta_{13} X_1 X_3 + \beta_{11} X_1^2 + \beta_{22} X_2^2 + \beta_{33} X_3^2$$

$$\text{где } X_1 = \frac{x_1 - x_1^\delta}{\Delta x_1}, X_2 = \frac{x_2 - x_2^\delta}{\Delta x_2}, X_3 = \frac{x_3 - x_3^\delta}{\Delta x_3}$$

$X_1, X_2, X_3$  – нормированные значения фактора.

Линейные коэффициенты  $\beta_1, \beta_2, \beta_3$  находят по формуле:

$$\beta_j = C_1 \sum_{i=1}^{15} Z_{el} \times Y_i$$

$Z_{el}$  – элементы матрицы планирования экспериментов, при этом 1-й столбец матрицы планирования скалярно умножается на столбец средних значений.

Смешанные коэффициенты  $\beta_{12}, \beta_{13}, \beta_{23}$  находятся по формуле:

$$\beta_{ij} = C_2 \sum_{i=1}^{15} Z_{li} \times Y_{lj} \times Y_i$$

Квадратичные коэффициенты  $\beta_{11}, \beta_{22}, \beta_{33}$  находят по формуле:

$$\beta_{jj} = C_3 \sum_{i=1}^{15} (Z_{lj}^2 - j^2) Y_i$$

Проверка значимости коэффициента нормированной модели выполняется для того, чтобы исключить из модели незначимые коэффициенты, то есть упростить. Для оценки этого влияния используют проверку значимости каждого коэффициента двумя способами. В обоих случаях вначале находят дисперсию коэффициентов регрессии по формуле:

$$S_{b_i}^2 = \frac{S_O^2}{N}$$

т.е. дисперсии всех коэффициентов равны, поскольку зависят только от ошибки опыта и числа строк матрицы планирования.

По первому способу оценку значимости коэффициентов определяется по формуле  $t_{ip} = \frac{|b_i|}{S_{b_i}}$  и условию  $|t_{ip}| > t_T$  где  $|b_i|$  – абсолютное значение  $i$ -го коэффициента регрессии;  $t_T$  – табличное значение критерия Стьюдента, которое находят по числу степеней свободы  $f_0 = N(m - 1)$  и уровню значимости  $q$

$S_{b_i}$  – среднеквадратичное отклонение  $b_i$

По первому способу для проверки значимости коэффициентов регрессии используют доверительный интервал  $\Delta b_i$ , который, вследствие равенства  $S_{b_i}^2$  для всех коэффициентов, одинаков для всех  $b_i$ :

$$\Delta b_i = \pm t_T S_{b_i}$$

Тогда значимость оценивают, сравнивая абсолютные значения коэффициента и доверительного интервала:  $|b_i| > |\Delta b_i|$

Если выполняются условия, то  $i$ -й коэффициент признаётся значимым.

Адекватность модели проверяется по оценке отношения  $F_p = \frac{S_{AD}^2}{S_O^2}$  по критерию Фишера  $F_p < F_T$

$$S_{AD}^2 = \frac{m}{N - l} \sum_{u=1}^N (\bar{y}_u - \tilde{y}_u)^2$$

Для того чтобы получить модель в реальных физических величинах нужно подставить коэффициенты в нормированную модель.

### 3. Лабораторное задание и методические указания по его выполнению

На основе экспериментальных данных получить линейную и неполноквадратичную модель в соответствии с данными варианта. Исходные данные вариантов приведены в приложении 2. Расчеты проводятся с помощью программного комплекса лабораторного практикума, программа matmodel.exe. При установке программного комплекса с дискеты предварительно необходимо запустить программу установки matmodel.bat.

После тестирования на допуск к лабораторной работе студент должен зарегистрироваться в системе (указать фамилию, группу, номер варианта) и ввести исходные данные варианта (число дублирующих опытов, базовые значения факторов и шаг варьирования по каждому фактору), затем выбрать пошаговый режим работы.

При работе с программным комплексом лабораторного практикума следует внимательно изучать содержание каждого экрана и по требованию программы вводить табличные данные. Протокол расчета необходимо вывести на печать.

Исходные данные к лабораторной работе №2

№ вар -та	Число дубл. опытов	Базовые значения факторов			Шаги варьирования Факторов		
		X1	X2	X3	ΔX1	ΔX2	ΔX3
1	3	2	3	4	0.8	0.4	0.3
2	2	3	4	5	0.2	0.9	0.5
3	3	4	5	6	0.5	0.7	0.2
4	4	5	6	7	0.4	0.5	0.9
5	5	6	7	8	0.7	0.4	0.3
6	3	7	8	9	0.2	0.8	0.4
7	2	8	9	10	0.5	0.2	0.9
8	4	3	5	7	0.4	0.5	0.7
9	5	4	6	8	0.8	0.4	0.5
10	3	5	7	9	0.2	0.7	0.4
11	3	4	1	2	0.5	0.2	0.2
12	4	5	2	3	0.4	0.5	0.5
13	5	6	3	4	0.8	0.4	0.4
14	6	7	4	5	0.2	0.2	0.9
15	3	8	5	6	0.5	0.5	0.7
16	4	9	6	7	0.4	0.4	0.5
17	5	10	7	8	0.8	0.2	0.2
18	6	7	1	3	0.2	0.5	0.5
19	5	8	2	4	0.5	0.4	0.4
20	4	9	3	5	0.4	0.4	0.5
21	3	2	4	7	0.8	0.7	0.4
22	4	3	5	1	0.2	0.9	0.5
23	5	3	6	2	0.5	0.7	0.2
24	4	4	7	3	0.4	0.5	0.9

4. Контрольные вопросы

1. Что такое фактор?
2. Что называют уравнением регрессии?
3. Что понимают под воспроизводимостью опытов?
4. Что называют матрицей планирования эксперимента?
5. Дайте понятия базового, верхнего и нижнего уровней факторов.
6. По каким формулам находят коэффициенты нормированной модели?
  7. Как оценить значимость коэффициента?
  8. Как проверить модель на адекватность?
  9. Как получить модель в реальных физических величинах?
  10. Какие модели можно получить методом ПФЭ?
  11. Какова цель лабораторной работы?
  12. В чем заключается лабораторное задание? Пояснить ход его выполнения.
  13. Какие данные являлись исходными для Вашего варианта?
  14. Что означает невыполнение условия воспроизводимости опытов?
  15. Почему из модели исключают незначимые коэффициенты?
  16. Что делать, если полученная модель не является адекватной?
  17. Каким образом Вы находили граничные значения критерииев?
  18. Оцените достоверность полученного решения.
  19. Проведите анализ машинного решения.
  20. Перечислите приобретенные при выполнении работы знания и навыки.
  21. Сформулируйте выводы по данной лабораторной работе.

## **ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3**

### **МЕТОДЫ АНАЛИЗА ТОЧНОСТИ ПРИ КОНСТРУИРОВАНИИ И РАЗРАБОТКЕ ТЕХНОЛОГИИ РЭС**

#### **1.1      Общие указания по выполнению лабораторной работы**

Целью лабораторной работы является углубление и закрепление знаний по вопросу анализа разброса параметров РЭС, получение навыков численного решения задач анализа точности и стабильности РЭС вероятностным методом и методом статистических испытаний (Монте-Карло) с применением персональных ЭВМ. В процессе выполнения лабораторной работы студент должен уметь практически применять полученные знания и навыки для:

- подготовки исходных данных и решения на ЭВМ задач анализа разброса параметров РЭС;
- решения задачи анализа точности с помощью вероятностного метода;
- решения задачи анализа точности с помощью метода Монте-Карло;
- исследования и оценки эффективности методов решения поставленной задачи.

На выполнение лабораторной работы отводится восемь часов.

Перед выполнением лабораторной работы студент должен самостоятельно выполнить домашнее задание в соответствии с данными методическими указаниями.

Студент, явившийся на занятия, должен иметь методические указания по данной лабораторной работе, полученные в библиотеке.

В начале занятия преподаватель проверяет выполнение студентом домашнего задания и наличие заготовки отчета по данной лабораторной работе в его рабочей тетради.

К выполненной работе прилагаются необходимые схемы, эскизы, тексты и результаты расчета программ, протоколы работы с программным комплексом (для студентов заочного обучения) и другие материалы согласно указаниям по оформлению отчета. При проведении лабораторных занятий в дисплейном классе студенты должны предварительно изучить инструкцию по технике безопасности по эксплуатации ЭВМ.

## 1.2 Домашнее задание и методические указания по его выполнению

При выполнении домашнего задания студент должен ознакомиться с постановкой и методами решения задач анализа разброса параметров РЭС, а именно задачи анализа точности. Для этого необходимо воспользоваться литературой [1, С. 3-20].

Постановка и решение задач анализа разброса параметров РЭС основаны на использовании математической модели объекта проектирования

$$Y = F(X) \quad (1.1)$$

где  $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  – набор внутренних параметров, а  $Y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$  - набор выходных параметров.

Точность РЭС характеризует степень приближения реального значения выходного параметра к его номинальному значению при отклонениях входных параметров, соответствующих производственным погрешностям. Под производственными погрешностями параметров РЭА понимают разного рода отклонения от номинальных значений, указанных в схемах, чертежах и другой технической документации, которые возникают за счет нестабильности технологических процессов и неоднородности исходных материалов.

С учетом производственных погрешностей входные (внутренние) параметры РЭА  $x_i$  ( $i=1,n$ ) являются случайными  $x_i$  ( $i=1,n$ ), которые в общем случае описываются совместной

плотностью распределения  $\varphi(x_1, \dots, x_n)$ . В результате преобразования имеем случайную величину  $y$  с плотностью распределения  $\varphi(y)$ .

Анализ точности, основанный на аналитическом переходе от  $\varphi(x_1, \dots, x_n)$  с использованием преобразования  $F$  к  $\varphi(Y)$ , распространения не получил. Основными методами анализа точности являются вероятностный метод, основанный на разложении функции математической модели (1.1) в ряд Тейлора, и метод статистических испытаний.

**Вероятностный метод.** Исходной информацией для анализа являются математическая модель (1.1) и статистические характеристики внутренних параметров: математическое ожидание  $M(x_j)$ , дисперсия  $D(x_j)$ , коэффициенты парной корреляции  $R_{ij}$  ( $i=1, \dots, n$ ;  $j=1, \dots, n$ ). Необходимо математически описать статистические свойства каждого выходного параметра  $y_j; j=1, \dots, m$ .

Из центральной предельной теоремы следует, что если некоторый параметр зависит от достаточно большого числа случайных величин, подчиненных любым законам распределения, то он приближенно подчиняется нормальному закону распределения. Это выполняется тем точнее, чем больше случайных величин. При наличии 5—10 случайных величин с достаточной для практики точностью закон распределения выходного параметра  $y$  может считаться нормальным (для простоты изложения будем рассматривать единственный выходной параметр  $y=f(x_1, \dots, x_n)$ ).

Для описания случайных величин, подчиняющихся нормальному закону распределения, достаточно определить

математическое ожидание  $M(y)$  и дисперсию  $D(y)$  по формулам:

$$M(y) = f(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0) + 0.5 \cdot \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n A_{jk} \cdot R_{jk} \cdot \sigma(x_j) \cdot \sigma(x_k) + \sum_{j=1}^n A_{jj} \cdot \sigma^2(x_j) \quad (1.2)$$

$$\begin{aligned} T(x_j) &= k \cdot M(x_j) \\ k &= 0.1 \times N \end{aligned} \quad (1.3)$$

$$D(y) = \sum_{j=1}^n (A_j \cdot \sigma(x_j))^2 + 0.5 \cdot \sum_{j=1}^n \sum_{\substack{k=1 \\ j \neq k}}^n A_j \cdot A_k \cdot R_{jk} \cdot \sigma(x_j) \cdot \sigma(x_k)$$

(1.4)

Данные соотношения получены в результате разложения функции  $y=f(x_1, \dots, x_n)$  в ряд Тейлора в окрестности  $\Delta x = (\Delta x_1, \dots, \Delta x_n)$  средних значений входных параметров  $x^o_1, \dots, x^o_n$ , где  $x^o_j = M(x_j)$ ,  $\Delta x = x_j - M(x_j)$ ,  $i=1, n$ .

Реальный уровень производственных погрешностей входных параметров позволяет ограничиться членами разложения второго порядка. Коэффициенты разложения в ряд Тейлора при анализе погрешностей называют коэффициентами чувствительности:

$$\begin{aligned} A_j &= \frac{\partial f(x)}{\partial x_j} \Bigg|_{x=(M(x_1), \dots, M(x_n))} \\ A_{jk} &= \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_j \partial x_k} \Bigg|_{x=(M(x_1), \dots, M(x_n))} \\ A_{jj} &= \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_j^2} \Bigg|_{x=(M(x_1), \dots, M(x_n))} \end{aligned} \quad (1.5)$$

Математическое ожидание  $M(y)$  (номинал) и дисперсия  $D(y)$  (разброс) являются количественными оценками точности. На их основе можно рассчитать и показатель серийноПригодности как вероятность того, что выходной параметр укладывается в заданные пределы  $[y^{\min}, y^{\max}]$  (поле допуска):

$$P(y^{\min} \leq y \leq y^{\max}) = \Phi\left(\frac{(y^{\max} - M(y))}{\sigma(y)}\right) - \Phi\left(\frac{(y^{\min} - M(y))}{\sigma(y)}\right) \quad (1.6)$$

Достоинства вероятностного метода при оценке точности это высокая точность получаемого решения (порядка  $(\Delta x)^3$ ) и простота расчета, при условии, что удалось получить формулы первой и второй производных. Ограничением метода

является сложность вычисления производных от функции математической модели (1.1), что не всегда возможно ввиду её сложности.

**Метод статистических испытаний (Монте-Карло).**

Этот метод основан на возможности генерирования с использованием ЭВМ псевдослучайных последовательностей значений  $x_j$ , в частоте появления которых отражается плотность распределения случайной величины  $x_j$ . Основой генерирования является последовательность случайных чисел  $\xi$  с равномерным законом распределения на интервале (0, 1). Для преобразования этой последовательности в последовательность случайных чисел с функцией распределения  $F(x)$  такие преобразования получены для большинства встречающихся на практике законов распределения.

Случайные числа  $\xi$ , распределенные по равномерному закону, преобразуются в значения параметров  $x = (x_1, \dots, x_n)$ , распределенных по нормальному закону распределения с заданными математическими ожиданиями  $M(x_i)$  и среднеквадратическими отклонениями  $\sigma(x_i)$ ,  $i=1, \dots, n$  по формулам:

$$x_i = M(x_i) + \sigma(x_i) \cdot \left( \sum_{k=1}^{12} \xi_k - 6 \right) \quad (1.7)$$

$$x_i = [R_{ij} \cdot x_i + \sqrt{1 - R_{ij}^2} \cdot \left( \sum_{k=1}^{12} \xi_k - 6 \right)] \cdot \sigma(x_j) + M(x_j) \quad (1.8)$$

Формула (1.7) используется для получения независимых случайных величин, а формула (1.8) – для получения величины  $x_j$ , зависящей от величины  $x_i$  с коэффициентом корреляции  $R_{ij}$ .

На основании этих значений вычисляется значение выходного параметра  $y$  по известной математической модели  $y=f(x_1, \dots, x_n)$ . Такие вычисления проводятся  $N$  раз. В результате получаем выборку из  $N$  значений  $y_1, y_2, \dots, y_N$  случайной величины  $y$ , по которой находим оценки математического ожидания, дисперсии и вероятность нахождения выходного параметра в заданных пределах поля допуска:

$$M(y) = \frac{1}{N} \cdot \sum_{k=1}^N y_k \quad (1.9)$$

$$D(y) = \frac{1}{(N-1)} \cdot \sum_{k=1}^N (y_k - M(y))^2 \quad (1.10)$$

$$p(y^{\min} \leq y \leq y^{\max}) = \frac{K}{N} \quad (1.11)$$

где К – это количество удачных испытаний в методе Монте-Карло, то есть количество таких значений  $y_1, y_2, \dots, y_N$ , которые находятся в поле допуска, то есть  $y^{\min} \leq y \leq y^{\max}$ . Достоинства метода статистических испытаний при оценке точности:

нет ограничений на рассеяние входных параметров;

имеется возможность восстановления плотности распределения;

имеется возможность вычислять оценки числовых характеристик случайных величин с большой точностью, так как число экспериментов N наращивается за счет увеличения машинного времени.

Ограничением метода является сложность генерирования совокупности зависимых случайных величин.

### 1.3 Лабораторное задания и методические указания по его выполнению

Задана математическая модель РЭУ в виде дробно-линейной зависимости коэффициента усиления  $u$  от параметров пленочных резисторов  $x_1, x_2, x_3, x_4$ :

$$u = f(x_1, x_2, x_3, x_4) \quad (1.12)$$

Внутренние параметры  $x_1, x_2, x_3, x_4$  – случайные величины, распределенные по нормальному закону с заданными статистическими характеристиками, попарно зависимые.

Исходные данные вариантов приведены в приложении 1. Провести анализ точности с помощью вероятностного метода и метода статистических испытаний. Составить и отладить

соответствующие программы. Правильность расчетов проверить с помощью программного комплекса лабораторного практикума.

### Исходные данные вариантов к лабораторной работе N 3

$$\sigma(x_i) = k \cdot M(x_i), i=1 \dots 4, K=0,1N$$

N	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$R_{13}$	$R_{24}$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$
1	0.2	0.4	0.6	0.8	0.8	0.4	1	2	3	4
2	0.1	0.2	0.3	0.4	0.2	0.9	2	3	4	5
3	0.3	0.6	0.9	1.2	0.5	0.7	3	4	5	6
4	0.4	0.8	1.2	1.6	0.4	0.5	4	5	6	7
5	0.5	1.0	1.5	2.0	0.7	0.4	5	6	7	8
6	0.6	1.2	1.8	2.4	0.8	0.2	6	7	8	9
7	0.7	1.4	2.1	2.8	0.5	0.7	7	8	9	10
8	0.8	1.6	2.4	3.2	0.4	0.5	1	3	5	7
9	0.9	1.8	2.7	3.6	0.8	0.4	2	4	6	8
10	0.25	0.5	1.75	2.0	0.2	0.9	3	5	7	9
11	0.15	0.3	0.45	0.6	0.5	0.7	3	4	1	2
12	0.35	0.7	1.05	1.4	0.4	0.5	4	5	2	3
13	0.45	0.9	1.35	1.8	0.8	0.4	5	6	3	4
14	0.55	1.1	1.65	2.2	0.2	0.9	6	7	4	5
15	0.65	1.3	1.95	2.6	0.5	0.7	7	8	5	6
16	0.75	1.5	2.25	3.0	0.4	0.5	8	9	6	7
17	0.85	1.7	2.55	3.4	0.8	0.4	9	9	7	8
18	0.95	1.8	2.85	3.8	0.2	0.9	5	7	1	3
19	1.25	1.5	1.75	2.0	0.5	0.7	6	8	2	4
20	1.2	1.3	1.4	1.5	0.4	0.5	7	9	3	5
21	1.3	1.6	1.9	2.1	0.8	0.4	9	2	4	7
22	1.4	1.8	2.2	2.6	0.2	0.9	5	3	5	1
23	1.5	2.0	2.5	3.0	0.5	0.7	6	3	6	2
24	1.6	2.2	2.8	3.4	0.4	0.5	7	4	7	3

## 1.4 Контрольные вопросы

1. Что такое анализ точности и анализ серийно пригодности РЭС?
2. Как получить случайные числа, распределенные по равномерному закону?
3. Как получить независимые случайные величины, распределенные по нормальному закону?
4. Как получить попарно зависимые случайные величины, распределенные поциальному закону?
5. Что такое коэффициент чувствительности?
6. Как найти статистические характеристики величины  $u$  в вероятностном методе анализа точности?
7. Как найти вероятность попадания величины  $u$  в поле допуска в вероятностном методе анализа точности?
8. Как найти статистические характеристики величины  $u$  в методе статистических испытаний?
9. Как найти вероятность попадания величины  $u$  в поле допуска в методе статистических испытаний?
10. Какова цель лабораторной работы?
11. В чем заключается лабораторное задание? Пояснить ход его выполнения.
12. Какие данные являлись исходными для Вашего варианта?
13. Каким образом Вы осуществили генерацию параметров  $x_1, x_2, x_3, x_4$ ? Поясните алгоритм получения попарно зависимых параметров.
14. По каким формулам проводился расчет статистических характеристик выходного параметра  $u$  в методе статистических испытаний?
15. Как определить погрешность полученного решения в задачах анализа точности?
16. Каким образом Вы провели расчет коэффициентов чувствительности?

17. По каким формулам проводился расчет статистических характеристик выходного параметра у в вероятностном методе?
18. Проведите анализ машинного решения.
19. Перечислите приобретенные при выполнении работы знания и навыки.
20. Сформулируйте выводы по данной лабораторной работе.

## **ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4**

### **МЕТОДЫ АНАЛИЗА ПОЛЕЙ В КОНСТРУКЦИЯХ РЭС**

#### **2.1. Общие указания по выполнению лабораторной работы**

Целью лабораторной работы является углубление и закрепление знаний по вопросу анализа электромагнитных и тепловых полей, а также полей механических нагрузок и деформаций, получение навыков численного решения полевых задач в конструкциях РЭС методом конечных разностей с применением персональных ЭВМ. В процессе выполнения лабораторной работы студент должен уметь практически применять полученные знания и навыки для:

- подготовки исходных данных и решения на ЭВМ полевых задач;
- решения задачи анализа полей в конструкциях РЭС с помощью метода конечных разностей;
- исследования и оценки эффективности метода решения поставленной задачи.

На выполнение лабораторной работы отводится четыре часа. Перед выполнением лабораторной работы студент должен самостоятельно выполнить домашнее задание в соответствии с данными методическими указаниями.

Студент, явившийся на занятия, должен иметь методические указания по данной лабораторной работе, полученные в библиотеке, а также учебное пособие [2]. В начале занятия преподаватель проверяет выполнение студентом домашнего задания и наличие заготовки отчета по данной лабораторной работе в его рабочей тетради.

К выполненной работе прилагаются необходимые схемы, эскизы, протоколы работы с программным комплексом (распечатка) и другие материалы согласно указаниям по оформлению отчета. При проведении лабораторных занятий в

дисплейном классе студенты должны предварительно изучить инструкцию по технике безопасности по эксплуатации ЭВМ.

## 2.2. Домашнее задание и методические указания по его выполнению

При выполнении домашнего задания студент должен ознакомиться с постановкой полевых задач в виде дифференциальной краевой задачи и численными методами анализа полей в конструкциях РЭС.

Для этого необходимо воспользоваться литературой [2, С. 16-37].

## 2.3. Лабораторное задание и методические указания по его выполнению

Функция поля  $U=U(x,y)$  в конструкции РЭС описывается дифференциальным уравнением

$$a_{11} \frac{\partial^2 U(x,y)}{\partial x^2} + a_{22} \frac{\partial^2 U(x,y)}{\partial y^2} + a_{12} \frac{\partial U(x,y)}{\partial x \partial y} + a_1 \frac{\partial U(x,y)}{\partial x} + a_2 \frac{\partial U(x,y)}{\partial y} + a_0 U(x,y) = b_1 \quad (2.1)$$

с граничными условиями

$$\frac{U(x,y)}{r} = b_2 \quad (2.2)$$

где  $\Gamma = \partial\Omega, \Omega = [a,b]x[c,d]$  – прямоугольная область.

Требуется найти значение функции поля  $U=U( x, y )$  на оси  $x=x_o$  и оси  $y=y_o$  (или на ближайших к ним осях, если значения  $x_o$  и  $y_o$  не совпадают с узлами сетки) с заданной точностью  $\varepsilon$  методом конечных разностей с применением программного комплекса лабораторного практикума.

Коэффициенты и правые части дифференциальной краевой задачи (2.1)- (2.2)  $a_{11}, a_{22}, a_{12}, a_1, a_2, a_0, b_1, b_2$ , требуемую точность  $\varepsilon$ , границы отрезков прямоугольной области  $a, b, c, d$  и

константы  $x_o$ ,  $y_o$  выбирают в соответствии с номером варианта из таблицы приложения 2.

По заданной точности метода конечных разностей  $\varepsilon$  необходимо выбрать величину шага разностной сетки, учитывая тот факт, что общее число узлов сетки не должно превышать 500.

В зависимости от коэффициентов дифференциального уравнения полевой задачи выбрать все возможные разностные схемы, соответствующие требуемой точности; нарисовать шаблон и оценить суммарную погрешность для каждой из выбранных схем: провести расчет методом конечных разностей с применением программного комплекса лабораторного практикума.

После запуска программного комплекса (файл project1) на экран выводится основное рабочее окно (рис. 1).

линейка ниспадающих меню;

панель дифференциального уравнения;

панель задания разностной сетки и граничных условий;  
окно разностной сетки.

Линейка меню изображена на рис. 2.

В меню “Файл” можно загрузить и скопировать параметры дифференциального уравнения и разностной сетки:

В меню “Опции”, можно сохранить результаты расчета значений дифференциального уравнения на разностной сетке, создать журнал записей и изменить направление интерполяции для подключения нужной формулы конечных разностей (левой, правой или центральной производной).

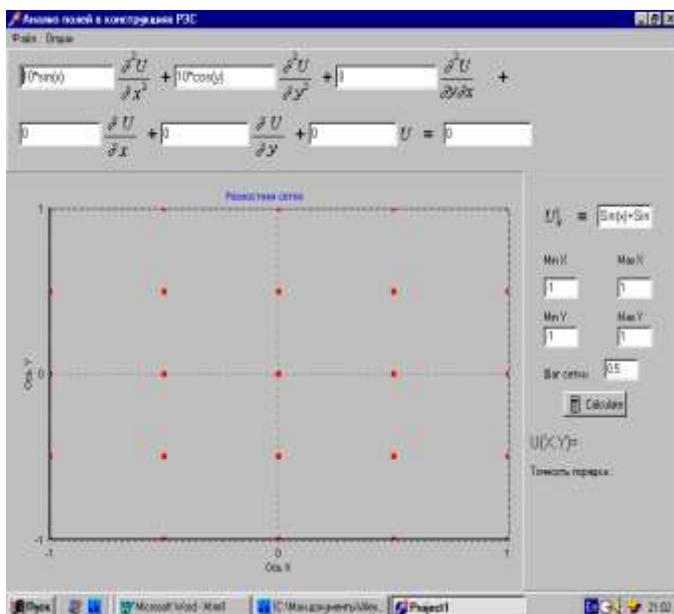


Рис. 1

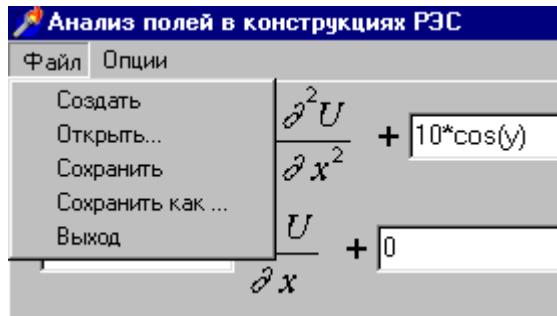


Рис. 2

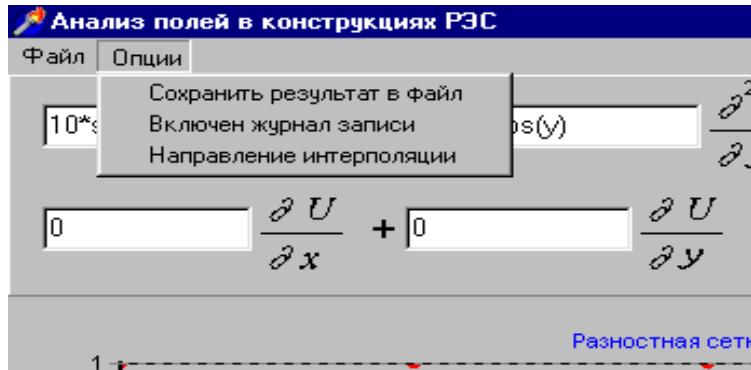


Рис. 3

После выбора в меню пункта “Направление интерполяции” на экране появится окно следующего вида:

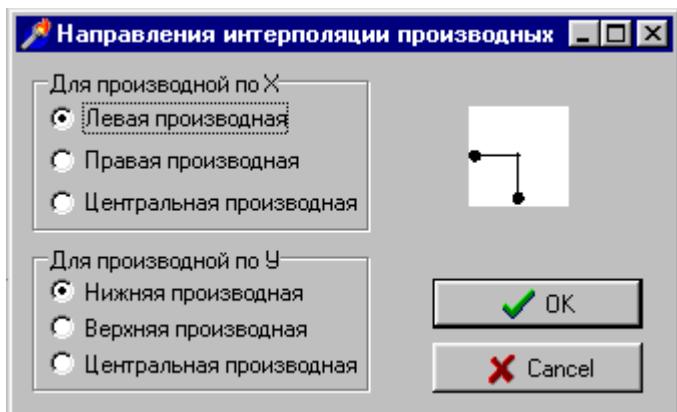


Рис. 4

В левой части окна выбирается направление интерполяции по оси X и по оси Y соответственно, а в правой части окна выводится визуальное отображение направления интерполяции.

В панели дифференциального уравнения непосредственно задаются коэффициенты при соответствующем порядке производной функции (рис. 5).

<input type="text"/> 0 <sup>*</sup> sin(x)	$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$	<input type="text"/> 10*cos(y)	$\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}$	<input type="text"/> 0	$\frac{\partial^2 U}{\partial y \partial x}$	+
0	$\frac{\partial U}{\partial x}$	0	$\frac{\partial U}{\partial y}$	0	$U =$	<input type="text"/> 0

Рис. 5

Вводимые коэффициенты представляют собой конечную суперпозицию элементарных функций двух переменных  $x$  и  $y$ . В программе реализованы следующие функции и операции:

операции сложения, вычитания, умножения, деления;

тригонометрические функции -  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\tg$ ,  $\ctg$ ,  $\arcsin$ ,  $\arccos$ ,  $\arctg$ ,  $\arcctg$ ;

натуральный логарифм -  $\ln$ , экспонента –  $\exp$ ;

модуль -  $\operatorname{abs}$ , знак числа –  $\operatorname{sgn}$ ;

степенная и показательные функции реализуются знаком  $^{\wedge}$ , например,  $x^{\alpha}$  - будет записываться в виде  $x^{\wedge} \alpha$ .

Замечание: для реализации степенной функции с целой степенью рекомендуется использовать знак умножения.

Панель задания граничных условий изображена на рис. 6. Задание значений функции на границе разностной сетки производится аналогично заданию коэффициентов при производных функции. В редакторах  $\min x$ ,  $\max x$ ,  $\min y$ ,  $\max y$  производится задание границ разностной сетки. Сохранение значений границ и значения шага сетки производится после

нажатия кнопки ENTER в соответствующем редакторе. После задания дифференциального уравнения значений на границе разностной сетки и шага разностной сетки можно произвести вычисление значений функции во внутренних точках разностной сетки посредством нажатия кнопки CALCULATE.

$U _r =$	<input type="text" value="Sin(x)+Sin"/>
Min X	Max X
<input type="text" value="-1"/>	<input type="text" value="1"/>
Min Y	Max Y
<input type="text" value="-1"/>	<input type="text" value="1"/>
Шаг сетки	<input type="text" value="0.5"/>
<input type="button" value="Calculate"/>	
$U(X,Y) = 0.4371509752$	
Точность порядка : 1.5	

Рис. 6

Окно разностной сетки обеспечивает пользователю следующие возможности. Значения функции после вычисления можно узнать посредством нажатия мышью на соответствующую точку в разностной сетке, а само значение будет отображено в нижней части панели задания граничных условий. Там же будет отображена точность вычислений.

Результатом работы с программным комплексом является протокол пользователя - файлимя.log, где “имя” задается студентом при сохранении данных в режиме включенного журнала записей. По результатам расчета следует оценить эффективность метода конечных разностей и качество полученных решений.

Исходные данные вариантов к лабораторной работе N4

$$X_0 = a + (b-a) / 2, Y_0 = c + (d-c) / 2$$

N	$a_{11}$	$a_{22}$	$a_{12}$	$a_1$	$a_2$	$a_0$	$b_1$	$b_2$	$\varepsilon$	a	b	c	d
1	1	1	0	x	y	2	$y^2$	5x	0.5	1	3	0	2
2	y	0	1	0	2	x	4	y	0.4	2	4	1	3
3	2	1	0	0	$x^2$	5	1	y	0.3	0	3	1	2
4	1	0	0	x	4	y	x	0	0.2	0	2	0	2
5	0	1	0	$e^y$	2	2	2	x	0.1	1	3	1	4
6	1	1	0	$x^2$	3	$2y$	1	y	0.2	2	4	0	3
7	x	0	0	$5x$	1	0	0	$4x$	0.3	1	3	0	2
8	x	0	1	y	1	1	0	x	0.4	0	2	1	3
9	5	0	0	y	x	0	1	0	0.5	1	3	2	4
10	1	x	0	1	2	1	0	0	0.4	1	2	0	3
11	0	5	0	x	y	$2x$	$y^2$	$5x$	0.3	0	2	0	2
12	1	1	0	$e^y$	y	X	4	y	0.3	1	4	1	3
13	y	x	0	$5x$	$x^2$	5	1	y	0.4	0	3	2	4
14	$2y$	x	0	y	x	$e^y$	2	x	0.1	0	2	1	3
15	$x^2$	5	0	y	$e^x$	$3x$	2	1	0.2	3	4	1	3
16	1	0	0	y	$y^2$	$5x$	1	0	0.3	1	3	0	2
17	0	1	1	x	4	y	1	1	0.4	1	2	0	3
18	1	0	0	5	1	y	x	0	0.5	2	3	0	4
19	0	0	1	y	x	0	2	1	0.4	3	4	0	2
20	1	0	0	2	2	x	y	$5x$	0.3	2	3	1	2
21	1	0	0	5	0	x	y	2	0.2	1	2	0	3
22	1	0	0	1	0	$e^y$	y	x	0.1	2	3	1	4
23	0	1	1	$2y$	0	$5x$	$x^2$	5	0.2	0	2	1	3
24	1	0	0	x	0	y	3	$e^y$	0.3	1	2	0	4

## 2.5. Контрольные вопросы

1. Какова цель лабораторной работы?
2. В чем заключается лабораторное задание? Пояснить ход его выполнения.
3. Какие данные являлись исходными для Вашего варианта?
4. Какую разностную сетку Вы построили? Поясните выбор шага сетки.
5. Какие разностные схемы Вы выбрали и почему?
6. Какие разностные схемы не обеспечивают требуемой точности для Вашего варианта?
7. Какие шаблоны имеют выбранные Вами разностные схемы?
8. Рассчитайте суммарную погрешность каждой схемы.
9. Проведите анализ машинного решения.
10. Перечислите приобретенные при выполнении работы знания и навыки.
11. Сформулируйте выводы по данной лабораторной работе.
12. Что такое дифференциальная краевая задача?
13. Почему не всегда можно найти аналитическое решение задачи анализа полей?
14. Сравните эффективность методов численного решения полевых задач.
15. Приведите пример полевой задачи со сложной конфигурацией границы.
16. Что такое разностная сетка? Как выбрать шаг сетки?
17. От чего зависит точность метода конечных разностей?
18. Приведите формулы конечных разностей первого порядка и их шаблоны.
19. Какова погрешность формулы конечных разностей второго порядка?
20. Как получить формулы конечных разностей более высоких порядков?
21. Как определить точность разностной схемы?

## **БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК**

1. Самойленко Н.Э. Теоретические основы САПР: учеб. пособие /Н.Э. Самойленко, В.С. Скоробогатов. Воронеж: ВГТУ, 2003. 157 с.
3. Норенков И.П. Основы автоматизированного проектирования: учебник для вузов / И.П. Норенков. М.: Высш. шк., 2002. 386 с.
4. Автоматизированное проектирование радиоэлектронных средств: учеб. пособие для вузов /О.В. Алексеев, А.А. Головков, И.Ю. Пивоваров и др.; под ред. О.В. Алексеева. М.: Высш. шк., 2000. 479 с.
5. Деньдобренько Б.Н. Автоматизация конструирования РЭА /Б.Н. Деньдобренько, А.С. Малика. М.: Высш. шк., 1980.
6. Кофанов Ю.Н. Теоретические основы конструирования, технологии и надежности радиоэлектронных средств: учебник для вузов /Ю.Н. Кофанов. М.: Радио и связь, 1991. 315 с.
7. Львович Я.Е. Теоретические основы конструирования, технологии и надежности РЭА: учеб. пособие для вузов. /Я.Е. Львович, В.Н. Фролов. М.: Радио и связь, 1986. 220 с.