Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Воронежский государственный технический университет»

Кафедра конструирования и производства радиоаппаратуры

ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ №3 И №4

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к выполнению лабораторных работ по дисциплине
«Электромагнитные процессы в электронных средствах»
для студентов направления
11.03.03 «Конструирование и технология электронных средств»
(профиль «Проектирование и технология радиоэлектронных средств»)
всех форм обучения

Воронеж 2021

УДК 621.3.049.7.002 (075)
ББК 38.54

Составитель:
д-ртехн. наук М.А. Ромащенко

Лабораторные работы №3 и №4:методические указания к выполнению лабораторных работ подисциплине «Электромагнитные процессы в электронных средствах» длястудентов направления 11.03.03 «Конструирование и технология электронных средств» (профиль«Проектирование и технология радиоэлектронных средств») всех форм обучения / ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет»; сост.: М.А. Ромащенко. Воронеж: Изд-воВГТУ, 2021. 11 с.

Методические указания предназначены для выполнения лабораторных работ №3 и №4 по дисциплине «Электромагнитные процессы в электронных средствах»студентами направления11.03.03 «Конструирование и технология электронных средств»всех форм обучения. Содержат основные требования к содержанию и оформлению отчета, а также варианты заданий.

Методические указания подготовлены в электронномвиде и содержатся в файле ЭМП_в_ЭС ЛР3-4.pdf

Ил. 2. Табл. 1. Библиогр.: 2 назв.

УДК 621.3.049.7.002 (075)
ББК 38.54

РецензентО. Ю. Макаров, д-р техн. наук, проф.
кафедры конструирования и производства
радиоаппаратуры ВГТУ

Издается по решению редакционно-издательского совета
Воронежского государственного технического университета

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3

ИНТЕРПОЛИРОВАНИЕ ФУНКЦИЙ В СИСТЕМЕ MATHCAD

Цель работы:получить представление об интерполировании функций в системе Mathcad с помощью различных способов.

Время работы:4 часа.

1.1. Задания для самостоятельного изучения и методические указания по их выполнению

Задание 1 – вспомнить основные способы интерполирования функций.

Пусть функция f(x) задана таблично, либо вычисление ее требуетгромоздких выкладок. Заменим приближенно функцию f (x) на какую-либофункцию F(x) , так, чтобы отклонение f (x) от F(x) было в заданнойобласти в некотором смысле минимальным. Подобная замена называетсяаппроксимацией функции f (x) , а функция F(x) – аппроксимирующей(приближающей) функцией.

Классический подход к решению задачи построения приближающейфункции основывается на требование строгого совпадения значений f(x) иF(x) в точках x_i (i = 0, 1, 2,...n), т. е.

$$F\left(x_0\right)=y_0,\ F\left(x_1\right)=y_1,\ \ldots,\ F\left(x_n\right)=y_n \qquad (1.1)$$

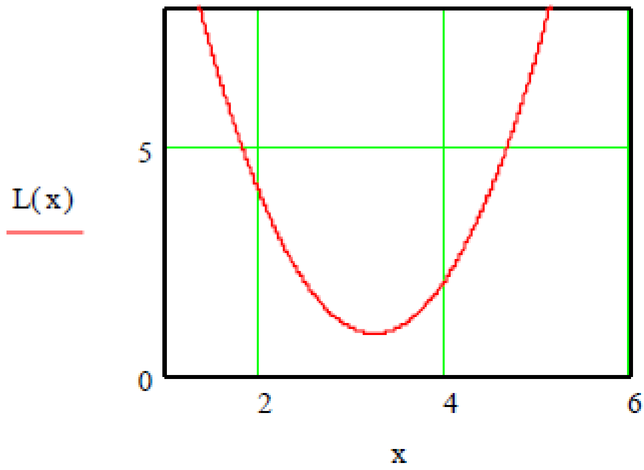
В этом случае нахождение приближенной функции называютинтерполяцией (или интерполированием), а точки $x_0,\ x_1,\ \ldots,\ x_n$ – узламиинтерполяции.

Часто интерполирование ведется для функций, заданных таблицами сравноотстоящими значениями аргумента x . В этом случае шаг таблицы $h=x_{i+1}-x_i\ \left(i=0,\ 1,\ 2,\ \ldots\right)$является величиной постоянной. Для таких таблицпостроение интерполяционных формул (как, впрочем, и вычисление по этимформулам) заметно упрощается.

Задание 2 – ознакомиться с примерной последовательностью действий в системеMathcad для выполнения лабораторных заданий.

$x0 := 2 \quad x1 := 3 \quad x2 := 5 \quad y0 := 4 \quad y1 := 1 \quad y2 := 7$

$$L(x) := \left[\frac{y0\cdot(x-x1)\cdot((x-x2))}{(x0-x1)\cdot(x0-x2)} + \frac{y1\cdot(x-x0)\cdot((x-x2))}{(x1-x0)\cdot(x1-x2)} + \frac{y2\cdot(x-x0)\cdot((x-x1))}{(x2-x0)\cdot(x2-x1)}\right]$$



$x0 := 2 \quad x1 := 3 \quad x2 := 5 \quad y0 := 4 \quad y1 := 1 \quad y2 := 7$

$$L(x) := \left[\frac{4\cdot(x-3)\cdot((x-5))}{(2-3)\cdot(2-5)} + \frac{1\cdot(x-2)\cdot((x-5))}{(3-2)\cdot(3-5)} + \frac{7\cdot(x-2)\cdot((x-3))}{(5-2)\cdot(5-3)}\right]$$

$$2\cdot x^2 - 13\cdot x + 22$$

1.2. Лабораторные задания

Задание 1 – По заданной таблице значений функции составить формулуинтерполяционного многочлена Лагранжа (1.2) и построить график $L_2(x)$. Варианты индивидуальных заданий приведены в таблице 1.

$$L_2(x) = y_0\frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)} + y_1\frac{(x-x_0)(x-x_2)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)} + y_2\frac{(x-x_0)(x-x_1)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)} \qquad (1.2)$$

Таблица 1 - Варианты индивидуальных заданий

Вариант	x_0	x_1	x_2	y_0	y_1	y_2
1	2	3	5	4	1	7
2	4	2	3	5	2	8
3	0	2	3	-1	-4	2

4	7	9	13	2	-2	3
5	-3	-1	3	7	-1	4
6	1	2	4	-3	-7	2
7	-2	-1	2	4	9	1
8	2	4	5	9	-3	6
9	-4	-2	0	2	8	5
10	2	4	7	-1	-6	3

Задание 2 – Вычислить одно значение заданной функции для промежуточного значения аргумента (a) с помощью интерполяционного многочленаЛагранжа (1.3) и оценить погрешность интерполяции. Для выполнениязадания исходные данные берутся из таблиц 2, 3 или 4.

$$L_n(x)=\sum_{i=0}^{n} y_i \frac{(x-x_0)\ldots(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})\ldots(x-x_n)}{(x_i-x_0)\ldots(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})\ldots(x_i-x_n)} \quad (1.3)$$

Для погрешности $R_n(x)$ выполняется неравенство

$$|R_n(x)| \le \frac{M_{n+1}}{(n+1)!}\left|\prod\nolimits_{n+1}(x)\right|, \quad x\in[x_0,x_n] \quad (1.4)$$

где $M_{n+1}=\max\left|f^{(n+1)}(x)\right|$.

Таблица 2 - Варианты индивидуальных заданий

Вариант	значение а	доп. таблица
1	-2	3
2	3,77	4
3	0,55	3
4	4,83	4
5	3,5	3
6	5,1	4
7	1,75	3
8	4,2	4
9	-1,55	3
10	6,76	4

Таблица 3 - Варианты индивидуальных заданий

x	-3,2	-0,8	0,4	2,8	4,0	6,4	7,6
$f(x)=2{,}1\sin(0{,}37x)$	-1,94	-0,61	0,31	1,81	2,09	1,47	0,68

Таблица 4 - Варианты индивидуальных заданий

x	1,3	2,1	3,7	4,5	6,1	7,7	8,5
$f(x)=\lg(x)/x+x^2$	1,777	4,563	13,84	20,39	37,34	59,41	72,4

Задание 3 – Уплотнить часть таблицы заданной на отрезке [a,b] функции,используя интерполяционный многочлен Ньютона (1.5) и оценитьпогрешность интерполяции D (1.6). Таблицу 8 конечныхразностей просчитать вручную на отрезке [a,b] с шагом h . Для выполнениязадания исходные данные берутся из таблиц 5, 6 или 7.

$$P_2(x)=y_0+t\Delta y_0+\frac{t(t+1)}{2!}\Delta^2 y_0+\frac{t(t-1)(t-2)}{3!}\Delta^3 y_0 \qquad (1.5)$$

где $t=\dfrac{x-x_0}{h}$.

$$D\approx\frac{t(t-1)(t-2)}{3!}f'''(\xi) \qquad (1.6)$$

где ξ – некоторая внутренняя точка наименьшего промежутка, содержащего все узлы $x_i\left(i=\overline{0,n}\right)$ и x.

Формула (1.5) называется первой интерполяционной формулойНьютона. Если вычисляемое значение переменной ближе к концу отрезка[a;b], то применяют вторую формулу Ньютона – интерполирование назад

$$P_n(x)=y_n+t\Delta y_{n-1}+\frac{t(t+1)}{2!}\Delta^2 y_{n-2}+\frac{t(t-1)(t-2)}{3!}\Delta^3 y_{n-3} \qquad (1.7)$$

где $t=\dfrac{x-x_n}{h}$.

$$D\approx\frac{t(t+1)(t+2)}{3!}f'''(\xi)$$

Таблица 5 - Варианты индивидуальных заданий

Вариант	a	b	h_0	h	доп. таблица
1	0,65	0,80	0,05	0,01	
2	0,25	0,40	0,05	0,025	
3	0,75	0,90	0,05	0,01	
4	0,70	0,85	0,05	0,025	
5	0,80	0,95	0,05	0,025	
6	0,10	0,25	0,05	0,025	
7	0,15	0,30	0,05	0,025	

8	0,70	0,85	0,05	0,025	
9	0,20	0,35	0,05	0,01	
10	0,80	0,95	0,05	0,01	

Таблица 6 - Варианты индивидуальных заданий

x	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40
$f(x)=\cos(x)$	0,995	0,988	0,980	0,969	0,955	0,939	0,921

Таблица 7 - Варианты индивидуальных заданий

x	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95
$f(x)=\sin(x)$	0,605	0,644	0,681	0,71	0,75	0,783	0,813

Таблица 8 – Таблица конечных разностей

x	y	Δy	$\Delta^2 y$	$\Delta^3 y$
x_0	y_0	$\Delta y_0 = y_1 - y_0$	$\Delta^2 y_0 = \Delta y_1 - \Delta y_0$	$\Delta^3 y_0 = \Delta^2 y_1 - \Delta^2 y_0$
$x_1 = x_0 + h$	y_1	$\Delta y_1 = y_2 - y_1$	$\Delta^2 y_1 = \Delta y_2 - \Delta y_1$	
$x_2 = x_1 + h$	y_2	$\Delta y_2 = y_3 - y_2$		
$x_3 = x_2 + h$	y_3			

1.3. Контрольные вопросы для отчета работы

1. В чем особенность приближения таблично заданной функции методом интерполирования?
2. Как обосновывается существование и единственность интерполяционного многочлена?
3. Как связана степень интерполяционного многочлена с количеством узлов интерполяции?
4. Как строятся интерполяционные многочлены Лагранжа и Ньютона?
5. В чем особенности этих двух способов интерполяции?
6. Как производится оценка погрешности метода интерполяции многочленом Лагранжа?
7. Как используется метод интерполирования для уточнения таблиц функций?
8. В чем отличие между первой и второй интерполяционными формулами Ньютона?

1. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4

ЧИСЛЕННОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ В СИСТЕМЕ MATHCAD

Цель работы:получить представление очисленном интегрировании в системе Mathcadс помощью различных способов.

Время работы:4 часов.

2.1. Домашние задания и методические указания по их выполнению

Задание 1 – вспомнить основные способы численного интегрирования.

Формулы, используемые для приближенного вычисления однократныхинтегралов, называют квадратурными формулами. Простой приемпостроения квадратурных формул состоит в том, что подынтегральнаяфункция f(x) заменяется на отрезке [a,b] интерполяционным многочленом,например, многочленом Лагранжа $L_n(x)$; для интеграла имеем приближенноеравенство (2.1). Предполагается, что отрезок [a,b] разбит на n частейточками (узлами) x_i, наличие которых подразумевается при построении многочлена $L_n(x)$. Для равноотстоящих узлов $x_i = x_0 + ih,\ h = \dfrac{b-a}{n},\ x_0 = a,\ x_n = b$

$$\int_a^b f(x)dx \approx \int_a^b L_n(x)dx \tag{2.1}$$

При определенных допущениях получаем формулу трапеций

$$\int_a^b f(x)dx \approx h\left(\frac{y_0 + y_n}{2} + y_1 + y_2 + \ldots + y_{n-1}\right) \tag{2.2}$$

где y_i – значения функции в узлах интерполяции.

Имеем следующую оценку погрешности метода интегрирования по формуле трапеций (2.2)

$$|R_n| \le M\frac{|b-a|\cdot h^2}{12},\ \text{где } M = \max\left|f^{(2)}(x)\right|,\ x \in [a,b] \tag{2.3}$$

Во многих случаях более точной оказывается формула Симпсона (формула парабол)

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{2h}{3}\left(\frac{y_0 + y_{2m}}{2} + 2y_1 + y_2 + \ldots + 2y_{2m-1}\right) \tag{2.4}$$

Для формулы Симпсона имеем следующую оценку погрешности

$$|R_n| \le M\frac{|b-a|\cdot h^4}{180},\ \text{где } M = \max\left|f^{(4)}(x)\right|,\ x\in[a,b].$$

Задание 2 – освоить символьное решение систем уравнений в системе Mathcad.

Вычислить интеграл от заданной функции на отрезке [a,b] по формуле трапеций и прямым способом/ Ниже приведен фрагмент рабочего документа с соответствующими вычислениями.

$$a := 0 \qquad b := 1 \qquad n := 10 \qquad h := \frac{(b-a)}{n}$$

$$i := 0..10 \qquad x_0 := a \qquad x_i := x_0 + i\cdot h$$

$$y := 0.37\cdot e^{\sin(x)}$$

$$s := h\cdot\left(\sum_{i=1}^{n-1} y_i + \frac{y_0 + y_n}{2}\right)$$

$$s = 0.604$$

$$\int_0^1 0.37\, e^{\sin(x)}\,dx = 0.604$$

2.2. Лабораторные задания

Задание 1 – Составить программу вычисления интеграла от заданной функции на отрезке [a,b] по формуле трапеций с шагом h=0,1и h=0,05. Сравнить результаты. Оценить точность по формуле (2.3). Сравнить результаты. Варианты индивидуальных заданий приведены в таблице 9.

Таблица 9 - Варианты индивидуальных заданий

Вариант	Функция	*a*	*b*
1	$0{,}37e^{\sin x}$	0	1
2	$0{,}5x + x\ln x$	1	2

3	$(x+1,9)\sin(x/3)$	1	2
4	$\frac{1}{x}\ln(x+2)$	2	3
5	$\frac{3\cos x}{2x+1,7}$	0	1
6	$(2x+0,6)\cos(x/2)$	1	2
7	$2,6x^2\ln x$	1,2	2,2
8	$(x^2+1)\sin(x-0,5)$	1	2
9	$x^2\cos(x/4)$	2	3
10	$\frac{\sin(0,2x-3)}{x^2+1}$	3	4

Задание 2 – Составить программу вычисления интеграла от заданной функции на отрезке [a,b] по формуле Симпсона методом повторного счета с точностью $\varepsilon = 10^{-6}$. Варианты индивидуальных заданий приведены в таблице 9.

2.3. Контрольные вопросы для отчета работы

1. Каковы преимущества формулы парабол по сравнению с формулой трапеций и следствием чего являются эти преимущества?
2. Верны ли формулы (1.2), (1.4) для неравноотстоящих узлов?
3. В каких случаях приближенные формулы трапеций и парабол оказываются точными?
4. Как влияет на точность численного интегрирования величина шага?
5. Каким способом можно прогнозировать примерную величину шага для достижения заданной точности интегрирования?
6. Можно ли добиться неограниченного уменьшения погрешности интегрирования путем последовательного уменьшения шага?

СОДЕРЖАНИЕ

ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ №3 И №4

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к выполнению лабораторных работ по дисциплине
«Электромагнитные процессы в электронных средствах»
для студентов направления
11.03.03 «Конструирование и технология электронных средств»
(профиль «Проектирование и технология радиоэлектронных средств»)
всех форм обучения

Составитель:
Ромащенко Михаил Александрович

Компьютерный набор М.А. Ромащенко

Подписано к изданию _________.
Уч.-изд. л. _____.

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет»

394026 Воронеж, Московский просп., 14