

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Воронежский государственный технический университет»**

**Кафедра автоматизированного оборудования
машиностроительного производства**

**МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ НАУЧНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ**

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

**к лабораторным и практическим работам
для студентов направления 15.03.01 «Машиностроение»
(профиль «Технологии, оборудование, автоматизация
машиностроительных производств»)
всех форм обучения**

Воронеж 2021

УДК 621.01(07)
ББК 34.5я7

Составители: д-р техн. наук, проф. С. Ю. Жачкин

Методы обработки результатов научных исследований: методические указания к лабораторным и практическим работам для студентов направления подготовки 15.03.01. «Машиностроение» (профиль «Технологии, оборудование, автоматизация машиностроительных производств») всех форм обучения / ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет»; сост.: С. Ю. Жачкин. – Воронеж: Изд-во ВГТУ, 2021. – 39 с.

В методических указаниях изложены общие сведения по выполнению лабораторных работ, даны рекомендации по выполнению отдельных разделов, определен порядок выполнения, приведена рекомендуемая литература.

Методические указания предназначены для студентов направления 15.03.01 «Машиностроение» (профиль «Технологии, оборудование, автоматизация машиностроительных производств») всех форм обучения.

Методические указания подготовлены в электронном виде и содержатся в файле МУ_ЛР_МОРНИ.pdf

Ил. 4. Табл. 13. Библиогр.: 6 назв.

УДК 621.01(07)
ББК 34.5я7

Рецензент – С. Н. Яценко, канд. физ.-мат. наук, доц, кафедры
автоматизированного оборудования
машиностроительного производства ВГТУ

*Издается по решению редакционно-издательского совета
Воронежского государственного технического университета*

1. ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ

Лабораторная работа № 1 Сбор статистической информации. Использование Статистических функций в табличном процессоре MS EXCEL

Цель работы

1. Изучить основные положения и определения, классификацию, вид и тип показателей, используемых при статистических измерениях.
2. Освоить возможности применения электронных таблиц EXCEL для проведения статистического анализа данных на персональном компьютере.

Краткая теория

Статистическое наблюдение

Статистическое наблюдение - планомерный, научно-организованный, систематический сбор данных о явлениях и процессах общественной жизни путем регистрации заранее намеченных существенных признаков.

В задачи статистического наблюдения входят: получение достоверной исходной информации, обеспечение полноты информации, проведение стат. наблюдения в короткие сроки.

Объект статистического наблюдения - совокупность, о которой должны быть собраны сведения. Он состоит из отдельных *элементов, единиц*. Характеристика объекта может быть получена лишь посредством характеристики его единиц.

Единица наблюдения - составной элемент объекта наблюдения, который является носителем признаков, подлежащих регистрации. Неточное определение единицы наблюдения влечет за собой погрешности, которые отрицательно сказываются на всем статистическом исследовании. Единицы наблюдения обладают множеством различных свойств, качеств, которые называются **признаками**.

Признак - характерная черта, свойство объекта или явления, которое может быть наблюдаемо или измерено.

Программа статистического наблюдения - перечень признаков, регистрируемых в процессе наблюдения.

Для записи ответов на вопросы программы наблюдения используется *формуляр наблюдения*, который представляет собой разграфленный лист бумаги, содержащий перечень вопросов программы, свободные места для записи ответов на них. Формуляр статистического наблюдения называют *формуляром, бланком, формой, опросным листом, анкетой*. То или иное название дается в зависимости от специфики организуемого наблюдения. К формуляру наблюдения обычно дается инструкция.

Инструкция - совокупность разъяснений и указаний по программе статистического наблюдения. Она может быть представлена в виде отдельного документа или изложена на формуляре наблюдения.

Таблица 1

Классификация признаков

По характеру выражения	По способу измерения	По отношению к характеризованному объекту	По характеру вариации	По отношению ко времени
Описательные (качественные), количественные	Первичные или учитываемые, вторичные или расчетные	Прямые (непосредственные), косвенные	Альтернативные, дискретные, непрерывные	Моментные, интервальные

Организация статистических работ

При организации статистических работ необходимо решить ряд вопросов: время проведения, продолжительность наблюдения, место наблюдения, установить критический момент наблюдения.

Критический момент - момент времени, по состоянию на который регистрируются данные.

Кроме того, при организации статистических работ необходим оргплан наблюдения.

Оргплан - документ, в котором зафиксированы все важные организационные мероприятия при проведении статистического наблюдения. В оргплане наблюдения указываются цель, объект, место, время, орган наблюдения, программа наблюдения, подготовительные мероприятия - подбор и обучение кадров, подготовка формуляров и пр. В ряде случаев, например, при переписях населения, проводится работа по разъяснению целей, задач, порядка проведения переписи.

Организационные формы

В отечественной статистике выделяют следующие формы:

- *отчетность* - форма, при которой сведения поступают в статистические органы от учреждений в виде отчетов об их деятельности; представляется в строго установленные сроки и является основным источником статистических сведений о народнохозяйственном и социальном развитии страны;

- *специально организованное* наблюдение - наблюдение, организованное со специальной целью на определенную дату для получения данных, которые не вошли в отчетность, или для уточнения данных отчетности;

- *регистры* - такая форма наблюдения, при которой факты состояния отдельных единиц совокупности непрерывно регистрируются. В регистре каждая единица наблюдения характеризуется совокупностью показателей.

Виды статистического наблюдения

Виды статистического наблюдения классифицируются по трем признакам:

- а) охват наблюдением единиц совокупности, подлежащей статистическому исследованию;
- б) систематичность наблюдения;
- в) источник сведений, на основании которого устанавливаются факты, подлежащие регистрации.

В зависимости от степени охвата изучаемого объекта статистическое наблюдение делится на:

- *сплошное* наблюдение, при котором обследованию подвергаются все без исключения единицы наблюдения;
- *несплошное* наблюдение, при котором обследованию подвергается только часть единиц наблюдения; основными видами такого наблюдения являются;
- *выборочное* наблюдение, при котором исследуется не вся совокупность, а лишь часть ее, отобранная по определенным правилам выборки и обеспечивающая получение данных, характеризующих всю совокупность в целом.

Применение выборочного наблюдения в статистической практике обусловлено рядом причин:

- 1) выборочное наблюдение проводится быстрее сплошного;
- 2) при выборочном наблюдении можно провести более глубокое и всестороннее исследование по более обширной программе;
- 3) к выборочному наблюдению прибегают в тех случаях, когда сплошное наблюдение не может быть осуществлено или нет смысла его проводить (например, если это связано с уничтожением объекта: испытание ткани на разрыв).

- *монографическое* обследование - детальное изучение и описание характерных в каком-либо отношении отдельных единиц наблюдения; проводится для выявления тенденций в развитии явления или для изучения и распространения передового опыта отдельных предприятий;

- *метод основного массива*, при котором исследуются наиболее крупные единицы наблюдения.

По признаку систематичности наблюдение может быть:

- *текущим*, которое ведется систематически, непрерывно;
- *прерывным*, которое подразделяется на:
- *периодическое* наблюдение, которое повторяется через определенные равные промежутки времени;
- *единовременное* наблюдение, которое проводится по мере надобности, без соблюдения строгой последовательности.

По источнику сведений наблюдение может быть:

- *непосредственное*, когда факты, подлежащие регистрации, устанавливаются лицами, проводящими наблюдение;
- *документированное*, при котором необходимые сведения берутся из соответствующих документов;
- *опрос*, при котором сведения фиксируются со слов опрашиваемого.

Способы статистического наблюдения

В статистике применяют следующие способы наблюдения - опроса:

- *отчетный*, когда организации представляют статистические отчеты

о своей деятельности в строго обязательном порядке;

- *экспедиционный*, когда специально обученные работники (счетчики) посещают каждую единицу наблюдения и сами заполняют формуляр наблюдения;

- *саморегистрация*, когда формуляр наблюдения заполняют сами опрашиваемые, но счетчики инструктируют их, проверяют правильность заполнения формуляра;

- *анкетный*, когда сбор статистических данных осуществляется с помощью анкет;

- *корреспондентский*, когда определенные лица ведут наблюдение за процессами и в установленные сроки сообщают результаты наблюдений статистическим органам.

Перечисленные виды, формы и способы статистического наблюдения применяются в зависимости от социально-экономических условий, существующих в стране; от особенностей объекта, который исследуется; от целей и задач, поставленных перед наблюдением; от программы наблюдения; от наличия кадров и средств, которыми располагают статистические органы; от срочности потребности в конкретных статистических данных.

Методические указания по работе со статистическими функциями в табличном процессоре Microsoft Excel [4]

Для проведения статистической обработки информации табличный процессор **Microsoft Excel** включает в себя программную надстройку «Пакет анализа» и библиотеку из 78 статистических функций.

Для вставки какой-либо функции, находясь в нужной ячейке, нажмите на пиктограмму f_x (рис. 1) в строке формул или ленте Формулы. Тем самым запускается 1 шаг **Мастера функций**. В нижней части окна появляется краткая справка о данной функции.

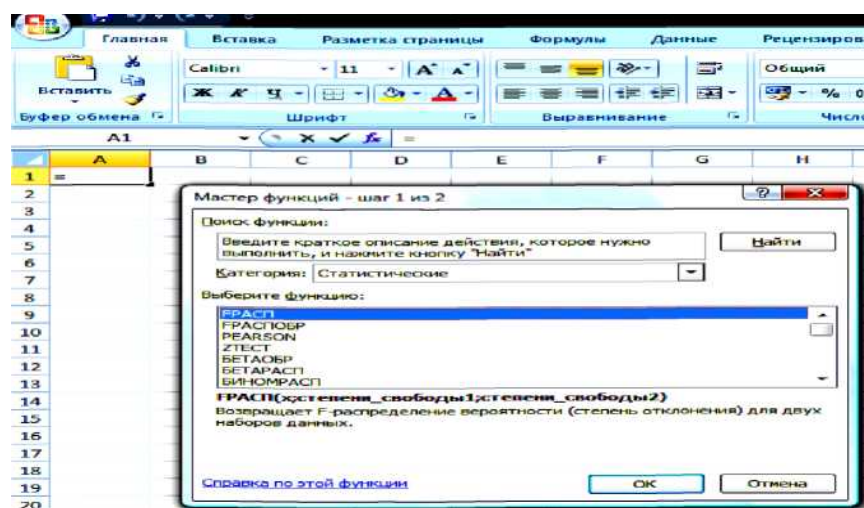


Рис. 1. Первый шаг Мастера функций

После выбора функции на 2-ом шаге появляется окно для заполнения аргументов функции (рис. 2). Если требуется дополнительная информация по этой функции с примерами ее использования, выберите в этом окне пункт

Справка по этой функции.

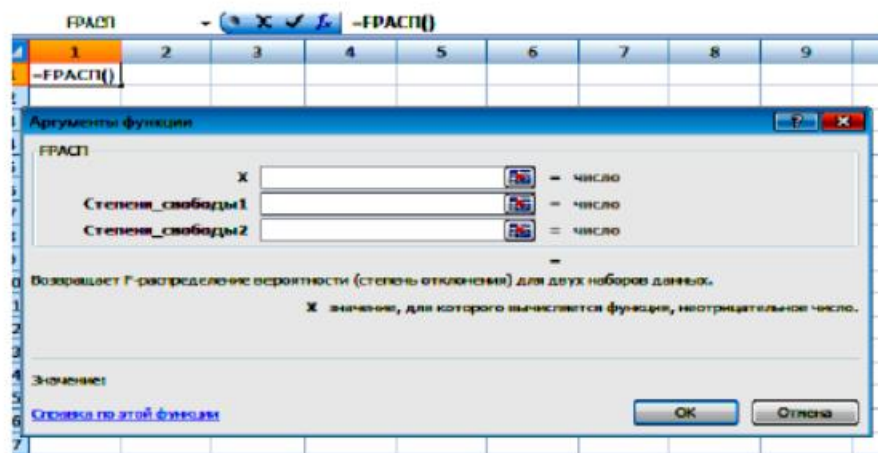


Рис. 2. Окно справки Мастера функций

В Excel существуют следующие Статистические функции:

- | | |
|-------------|---|
| СРОТКЛ | - Возвращает среднее абсолютных значений отклонений |
| СРЗНАЧ | - Возвращает среднее арифметическое аргументов. |
| СРЗНАЧА | - Возвращает среднее арифметическое аргументов, включая числа, текст и логические значения. |
| БЕТАРАСП | - Возвращает интегральную функцию плотности бета-вероятности. |
| ХИ2РАСП | - Возвращает одностороннюю вероятность распределения хи-квадрат. |
| ХИ2ОБР | - Возвращает обратное значение односторонней вероятности распределения хи-квадрат. |
| ХИ2ТЕСТ | - Возвращает тест на независимость. |
| ДОВЕРИТ | - Возвращает доверительный интервал для среднего значения по генеральной совокупности. |
| КОРРЕЛ | - Возвращает коэффициент корреляции между двумя множествами данных. |
| КОВАР | - Возвращает ковариацию, то есть среднее произведений отклонений для каждой пары точек. |
| КВАДРОТКЛ | - Возвращает сумму квадратов отклонений. |
| ЭКСПРАСП | - Возвращает экспоненциальное распределение. |
| БРАСП | - Возвращает /'-распределение вероятности. |
| ФИШЕР | - Возвращает преобразование Фишера. |
| ПРЕДСКАЗ | - Возвращает значение линейного тренда. |
| ЧАСТОТА | - Возвращает распределение частот в виде вертикального массива. |
| ЕАММАРАСП | - Возвращает гамма-распределение. |
| СРГЕОМ | - Возвращает среднее геометрическое. |
| РОСТ | - Возвращает значения в соответствии с экспоненциальным трендом. |
| СРГАРМ | - Возвращает среднее гармоническое. |
| ГИПЕРГЕОМЕТ | - Возвращает гипергеометрическое распределение |

ОТРЕЗОК	- Возвращает отрезок, отсекаемый на оси линией линейной регрессии.
ЭКСЦЕСС	- Возвращает эксцесс множества данных.
НАИБОЛЬШИЙ	- Возвращает k -ое наибольшее значение из множества данных.
ЛИНЕЙН	- Возвращает параметры линейного тренда.
ЛГРФПРИБЛ	- Возвращает параметры экспоненциального тренда.
ЛОЕНОРМОБР	- Возвращает обратное логарифмическое нормальное распределение.
ЛОЕНОРМРАСП	- Возвращает интегральное логарифмическое нормальное распределение.
МАКС	- Возвращает максимальное значение из списка аргументов.
МАКСА	- Возвращает максимальное значение из списка аргументов, включая числа, текст и логические значения.
МЕДИАНА	- Возвращает медиану заданных чисел.
МИН	- Возвращает минимальное значение из списка аргументов.
МИНА ментов,	- Возвращает минимальное значение из списка аргументов, включая числа, текст и логические значения.
МОДА	- Возвращает значение моды множества данных.
НОРМРАСП	- Возвращает нормальную функцию распределения.
НОРМСТРАСП	- Возвращает стандартное нормальное интегральное распределение.
ПИРСОН	- Возвращает коэффициент корреляции Пирсона.
ПЕРСЕНТИЛЬ	- Возвращает k -ую персентиль для значений из интервала.
ПУАССОН	- Возвращает распределение Пуассона.
ВЕРОЯТНОСТЬ	- Возвращает вероятность того, что значение из диапазона находится внутри заданных пределов.
КВАРТИЛЬ	- Возвращает квартиль множества данных.
РАНЕ	- Возвращает ранг числа в списке чисел.
КВПИРСОН	- Возвращает квадрат коэффициента корреляции Пирсона.
СКОС	- Возвращает асимметрию распределения.
НАКЛОН	- Возвращает наклон линии линейной регрессии.
НОРМАЛИЗАЦИЯ	- Возвращает нормализованное значение.
СТАНДОТКЛОН	- Оценивает стандартное отклонение по выборке.
СТАНДОТКЛОНА	- Оценивает стандартное отклонение по выборке, включая числа, текст и логические значения.
СТАНДОТКЛОНП	- Вычисляет стандартное отклонение по генеральной совокупности.
СТАНДОТКЛОНПА	- Вычисляет стандартное отклонение по генеральной совокупности, включая числа, текст и логические значения.
СТОШУХ	- Возвращает стандартную ошибку предсказанных значений y для каждого значения x в регрессии.
СТЮДРАСП	- Возвращает t -распределение Стьюдента.

ТЕНДЕНЦИЯ	- Возвращает значения в соответствии с линейным трендом.
ТТЕСТ	- Возвращает вероятность, соответствующую критерию Стьюдента.
ДИСП	- Оценивает дисперсию по выборке.
ДИСПР	- Вычисляет дисперсию для генеральной совокупности.
ВЕЙБУЛЛ	- Возвращает распределение Вейбулла.

Пример использования функции ЧАСТОТА

Простейший способ создания распределения частот - использование функции ЧАСТОТА. Эта функция всегда возвращает массив, поэтому она используется в формулах массива, заполняющих диапазон ячеек.

Она вычисляет частоту появления значений в интервале значений и возвращает массив чисел. Функцией ЧАСТОТА можно воспользоваться, например, для подсчета количества результатов тестирования, попадающих в интервалы результатов. Поскольку данная функция возвращает массив, она должна задаваться в качестве формулы массива.

Синтаксис

ЧАСТОТА(массив_данных;массив_интервалов)

Массив_данных - массив или ссылка на множество данных, для которых вычисляются частоты. Если аргумент «массив_данных» не содержит значений, функция ЧАСТОТА возвращает массив нулей.

Массив_интервалов - массив или ссылка на множество интервалов, в которые группируются значения аргумента «массив_данных».

Если аргумент «массив_интервалов» не содержит значений, функция ЧАСТОТА возвращает количество элементов в аргументе «массив_данных».

Замечания

- Функция ЧАСТОТА вводится как формула массива после выделения интервала смежных ячеек, в которые требуется вернуть полученный массив распределения.

- Количество элементов в возвращаемом массиве на единицу больше числа элементов в массиве «массив_интервалов». Дополнительный элемент в возвращаемом массиве содержит количество значений, превышающих верхнюю границу интервала, содержащего наибольшие значения. Например, при подсчете трех диапазонов значений (интервалов), введенных в три ячейки, убедитесь в том, что функция ЧАСТОТА возвращает значения в четырех ячейках. Дополнительная ячейка возвращает число значений в аргументе «массив_данных», превышающих значение верхней границы третьего интервала.

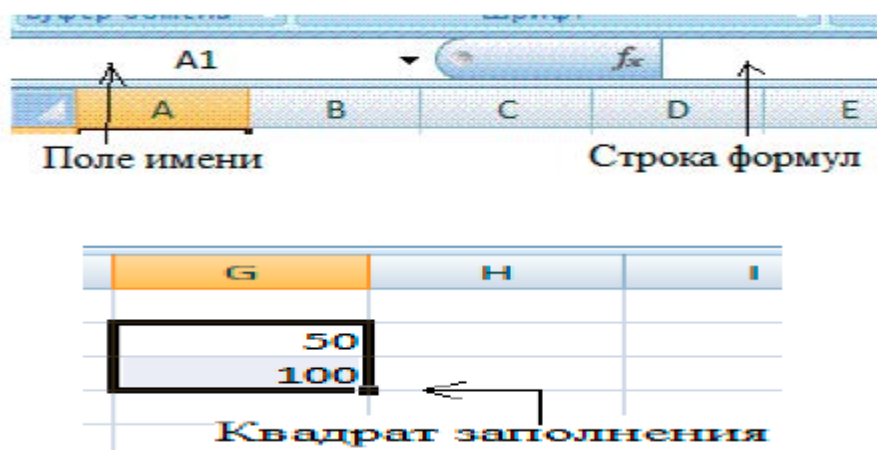
- Функция ЧАСТОТА игнорирует пустые ячейки и текст.
- Формулы, возвращающие массивы, должны быть введены как формулы массива.

В интервал ячеек A1:E25 введите следующие данные:

55	316	223	185	124
124	93	163	213	314
211	41	231	241	212
118	113	400	205	254
262	1	201	12	101
167	479	205	337	118
489	15	89	362	148
179	248	125	197	177
456	153	269	49	127
289	500	198	317	300
126	114	303	314	270
151	279	347	314	170
250	175	93	209	61
166	113	356	124	242
152	384	157	233	99
277	195	436	6	240
147	80	173	211	244
386	93	330	400	141
332	173	129	323	188
338	263	444	84	220
221	402	498	98	2
201	400	3	190	105
35	225	12	265	329
43	302	125	301	444
56	9	135	500	398

Интервалу ячеек A1:E25 присваивается имя «ДАННЫЕ». Для этого выделите этот интервал и в поле ИМЕНИ (крайняя левая часть строки формул) введите это имя.

В интервал ячеек G2:G11 в режиме Автозаполнения вводятся верхние границы интервалов. Для этого в ячейку G2 введите 50, а в ячейку G3-100. Эти ячейки выделяются и за квадратик заполнения протягиваются до ячейки G11.



Выделите интервал ячеек H2:H11 и в строке формул введите формулу:
=ЧАСТОТА(ДАННЫЕ;G2:G11).

Так как эта формула является формулой массива, то ее ввод заканчивается одновременным нажатием трех клавиш Ctrl+Shift+Enter. В результате эта формула будет иметь следующий вид:
(=ЧАСТОТА(ДАННЫЕ;C2:G11)).

Аналогично в интервале ячеек I2:I11 введите формулу массива для получения распределения частот в процентном формате:
(=ЧАСТОТА(ДАННЫЕ;G2:G11)/СЧЁТ(ДАННЫЕ)).

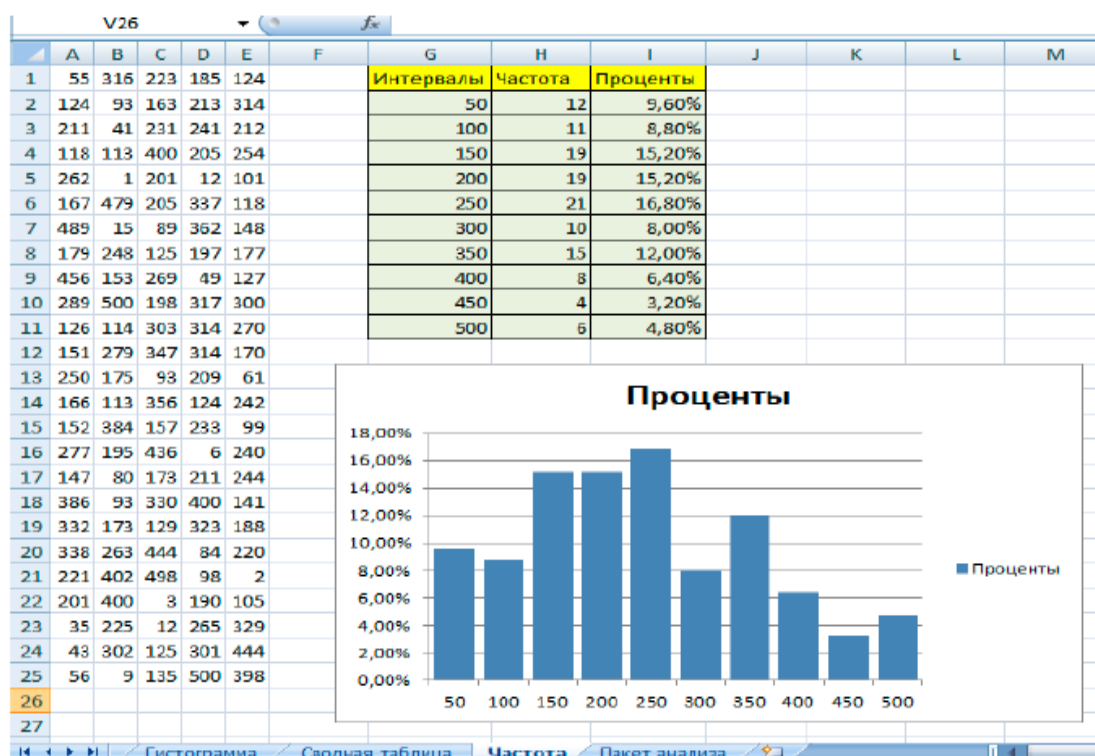
Функция СЧЁТ подсчитывает количество ячеек, содержащих числа, и количество чисел в списке аргументов. Функция используется для получения количества числовых ячеек в диапазонах или массивах ячеек.

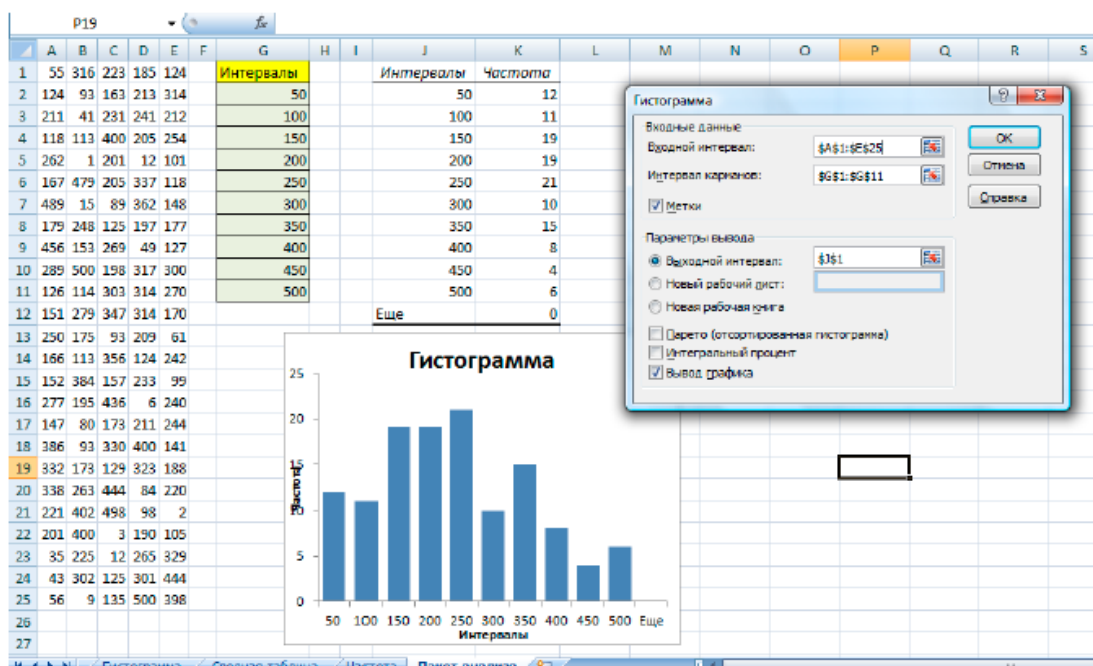
И, наконец, строится гистограмма распределения частот в процентном формате.

Для построения диаграммы выполните следующую последовательность шагов:

1. Выделите интервал ячеек I1:I11;
2. В ленте «Вставка» выберите «Гистограмма»;
3. Из предложенного набора выберите, например, левую из верхнего ряда;
4. Для того, чтобы уменьшить зазор между столбцами диаграммы щелкните правой кнопкой по области построения (по любому столбику) и в появившемся меню выберите «Формат рядов данных»;
5. В появившемся окне, в пункте «Боковой зазор» переместите бегунок влево примерно до 10 %;
6. Для того, чтобы изменить подписи на оси «X», щелкните правой кнопкой по области построения, выберите пункт меню «Выбрать данные». В окне выберите в пункте (справа) «Подписи горизонтальной оси (категории)» «Изменить», и в появившемся окне укажите мышью интервал ячеек G2:G11;
7. Легенду (проценты, справа) следует также убрать. Щелкните по ней правой кнопкой мыши и выберите УДАЛИТЬ.

То же самое распределение частот получаем с помощью надстройки Пакет анализа. Это надстройка находится в ленте Данные.





Задание на выполнение работы

1. Проведите статистическое исследование, например, изучите мнение студентов об организации учебного процесса ВУЗа; проведите среди студентов контроль остаточных знаний по предметам, изучавшимся ими на предыдущих курсах (для студентов 2-го курса – за 1 год обучения, для студентов 3-го курса – за 1, 2 года и так далее). Для этого определите:

- 1) объект и единицу наблюдения;
- 2) признаки, подлежащие регистрации;
- 3) вид и способ наблюдения;
- 4) разработайте формуляр и напишите краткую инструкцию к его заполнению;
- 5) составьте оргплан обследования;
- 6) произведите наблюдение и результаты его представьте в виде статистических таблиц и графиков.

Оформление отчета

Отчет о лабораторной работе должен содержать:

- 1) постановку задачи;
- 2) результаты вычисления индивидуальных заданий;
- 3) анализ результатов с использованием статистической функции ЧАСТОТА табличного процессора MS EXCEL.

Контрольные вопросы

1. Дайте определение статистического наблюдения. В чем его сущность?

2. Какие вопросы входят в план наблюдения?
3. Что является целью наблюдения?
4. Что такое «объект наблюдения» и как он определяется?
5. Что представляет собой единица наблюдения?
6. Что представляет собой программа наблюдения и как она оформляется?
7. В каких формах осуществляется наблюдение?
8. На какие виды подразделяется наблюдение по времени регистрации и по степени охвата единиц наблюдения?
9. Каким правилам должны удовлетворять вопросы программы статистического наблюдения?
10. Какие статистические функции имеются в табличном процессоре MS EXCEL?

Лабораторная работа № 2

Измерение физической величины. Математическая обработка результатов измерений

Цель работы: приобретение практических навыков выполнения измерения физических величин и обработка результатов измерений.

Характер выполнения работы: каждый студент выполняет работу индивидуально.

Теоретическая часть

Измерение – это определение значения физической величины опытным путём с помощью специально предназначенных для этого технических средств. При измерениях получают количественную информацию об измеряемой величине. По способу получения числового значения измеряемой величины все измерения делят на прямые, косвенные, совокупные, совместные.

Совокупность приёмов использования, принципов и средств измерений называют *методом измерений*. Важнейшими являются следующие методы измерений: непосредственной оценки, сравнение с мерой, противопоставление, замещения, нулевой, дифференциальный, перестановки, дополнения, совпадений.

Для измерения физических величин используют технические средства. Технические средства, которые используют при измерениях и имеют нормированные метрологические характеристики, называют *средствами измерений*.

Все средства измерений подразделяют на меры, измерительные преобразователи, измерительные приборы, измерительные установки и системы.

К метрологическим характеристикам средств измерений относят: вид шкалы, цена деления, класс точности прибора.

Шкалы приборов характеризуются такими показателями: предел измерения по шкале прибора, цена деления шкалы.

Под *классом точности* средств измерения (ГОСТ 16263-70) понимается такая обобщённая характеристика, которая определяется пределами допус-

каемых основных и дополнительных погрешностей, а также другими свойствами средств измерений, влияющих на точность измерений.

Обозначение класса точности прибора наносится на циферблаты, щитки и корпуса средств измерений, приводятся в нормативных документах и могут быть представлены в различном виде.

Средствам измерений (ГОСТ 13600-80), пределы допускаемых погрешностей которых выражаются в виде приведённых погрешностей, должны присваиваться классы точности, выбираемые из ряда чисел (1; 1,5; 1,6; 2,5; 3; 4; 5; 6) $\times 10^p$, где $p = 1, 0, -1, -2$ и т.д. Это означает, что значение измеряемой величины не отличается от того, что показывает указатель отсчётного устройства, более, чем на соответствующее число процентов от верхнего предела измерений.

Обозначения могут иметь форму заглавных букв латинского алфавита (например, М, С и т.д.) или римских цифр (I, II, III, IV и т.д.) с добавлением условных знаков, обозначаться в виде дроби (0,02/0,01). Смысл таких обозначений раскрывается в нормативной документации. Существуют и другие обозначения классов точности средств измерений.

Класс точности является обобщённой характеристикой средств измерений. Знание его позволяет определить не точность конкретного измерения, а лишь указать пределы, в которых находится значение измеряемой величины. Ошибки измерений могут возникать по многим причинам.

Однако даже при соблюдении всех условий достаточно точно измерить значение физической величины при однократном измерении сложно, поэтому проводят многократные измерения физической величины.

При проведении в одинаковых условиях повторных измерений одной и той же величины получаются результаты наблюдений, которые в ряде случаев отличаются друг от друга, а в ряде совпадают. Такие расхождения в результате измерения говорят о наличии в них случайных погрешностей, а также присутствии промахов (грубых погрешностей). Целью обработки результатов измерений является установление значения измеряемой величины и погрешности полученного результата. Для получения оценки измеряемой величины максимально близкой к истинному значению необходимо по экспериментальным данным, выявить и исключить промахи, найти оценку математического ожидания отдельных результатов наблюдений, оценить систематическую погрешность и исключить её из оценки математического ожидания. Точность оценки математического ожидания ряда наблюдений зависит от количества выполненных измерений и от дисперсии случайной составляющей погрешности. Поэтому по экспериментальным данным приходится оценивать не только математическое ожидание, но и дисперсию.

Материальное обеспечение

Вертикальный оптиметр, калибры гладкие для отверстий, плоскопараллельные концевые меры длины.

Порядок выполнения работы

Работу выполняют в следующем порядке:

- определение вида и метода измерений, типа средств измерений;
- определение класса точности прибора, погрешности измерений;

- ознакомление с устройством прибора и порядком работы на нём;
- выполнение многократных измерений значений физической величины;
- обработка полученных экспериментальных данных и оценка погрешности измерения;
- оформление отчёта.

Методика эксперимента

Измерения выполняют на вертикальном оптиметре. Внешний вид прибора представлен на рис. 4.

По номинальному размеру детали набирают блок плоскопараллельных мер длины. Установив блок плиток на столик 6 оптиметра и убедившись, что кронштейн 4 опирается на кольцо 10, отвернуть винт 9 и, вращая кольцо 10, переместить кронштейн 4 вместе с трубкой 1 так, чтобы между измерительным наконечником и плоскостью меры блока остался зазор 0,5-1 мм. Закрепить кронштейн на стойке винтом 9. Освободить стопорный винт 11 столика и, наблюдая за показаниями шкалы оптиметра, вращать гайку 12 по часовой стрелке (подъем столика) до тех пор, пока нулевой штрих шкалы не совпадет с неподвижным штрихом. Закрепить в этом положении столик винтом 11.

Затем установить контролируемую деталь и измерить ее. При измерении необходимо следить за тем, чтобы образующая детали плотно прилегала к поверхности столика. В случае измерения цилиндрической детали ее необходимо перемещать по столику. При отсчете обратить внимание на знаки отклонений, которые указаны на шкале оптиметра. Измерение выполнить не менее трех раз (следует измерить диаметр проходной стороны калибра-пробки во взаимно перпендикулярных направлениях, по 4 раза в каждом направлении).

Обработка результатов с многократными измерениями

Полученные данные обрабатывают в следующей последовательности:

1. Исключают грубые погрешности (промахи).

Для этого располагают все измерения в порядке возрастания и определяют «выскакивающие» величины, наибольшие или наименьшие. Если величина имеет наибольшее крайнее значение, то составляют отношение

$$Q = \frac{x_n - x_{n-1}}{x_n - x_1}, \quad (1)$$

где числитель – разность между предполагаемыми крайним «выскакивающим» значением и значением, которое ему предшествует; знаменатель – разность между наибольшим и наименьшим значением измерений.

2. Вычисленную величину «Q» оценивают с помощью табличного значения, которое выбирают в соответствии с выбранным значением уровня значимости числа измерений «n».

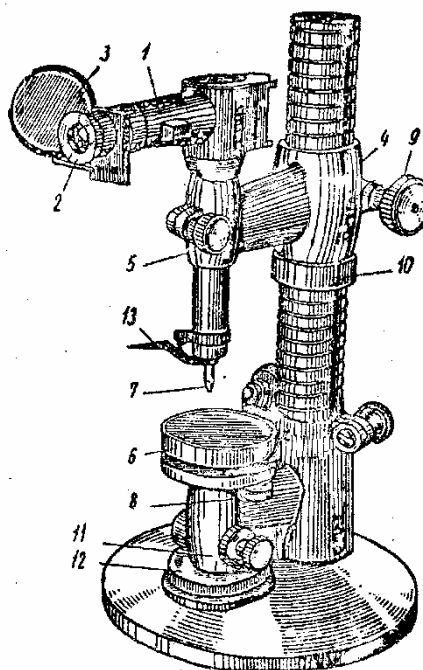


Рис. 4. Вертикальный оптиметр

Наличие «выскакивающего» значения будет доказано, если «Q» вычисленное будет больше, чем табличное значение «Q» (табл. 1).

Также можно провести и предположение о том, что «выскакивающей» величиной являются крайнее наименьшее значение. Рассчитывают аналогичное вышеописанному отношению

$$Q = \frac{x_2 - x_1}{x_n - x_1}, \quad (2)$$

и сравнивают с табличным значением.

Таблица 2
Значение критерия «Q» для определения грубых ошибок

Число измерений	q = 0,05	q = 0,01
3	0,941	0,988
4	0,765	0,889
5	0,642	0,780
6	0,560	0,698
7	0,507	0,637
8	0,468	0,590
9	0,437	0,555
10	0,412	0,527
11	0,392	0,502
12	0,376	0,482
15	0,338	0,438
20	0,300	0,391

3. Определяют среднее арифметическое значение $\bar{x}$ результатов наблюдений x_i

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}, \quad (3)$$

где x_i - значение параметра в отдельном опыте;
 n – число измерений.

4. Определяют отклонение для среднего значения для каждого результата ($x_i - \bar{x}$) и полученное отклонение возводят в квадрат. Полученные результаты заносят в табл. 3.

Таблица 3

Определение суммы квадрата отклонения

Число измерений	Результаты отдельных измерений	Отклонения от среднего арифметического	Квадрат отклонения
	x_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
1			
2			
3			
и т.д.			
	$\sum x_i$	$\sum (x_i - \bar{x})$	$\sum (x_i - \bar{x})^2$

5. Вычисляют экспериментальную оценку дисперсии воспроизводимости $S^2(x_i)$

$$S^2(x_i) = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}, \quad (4)$$

6. Вычисляют экспериментальную оценку стандартного отклонения отдельного определения $S(x_i)$

$$S(x_i) = \sqrt{S^2(x_i)}, \quad (5)$$

7. Вычисляют экспериментальную оценку стандартного отклонения среднего результата $S(\bar{x})$

$$S(\bar{x}) = \frac{S(x_i)}{\sqrt{n}}, \quad (6)$$

8. Получают надёжность полученных результатов по критерию Стьюдента t α при избранной доверительной вероятности α (0,95 или 0,99). Критерий Стьюдента находят по табл. 3, в зависимости от уровня значимости q , который при заданной вероятности равен 0,05 или 0,01 соответственно, и числа степеней свободы f , которое зависит от количества опытов n

$$f = n - 1. \quad (7)$$

Найдя t_α , зная стандартное отклонение среднего результата, рассчитывают ошибку полученного среднего результата ξ_α

$$\xi_{\alpha} = t_{\alpha} \cdot s(\bar{x}), \quad (8)$$

9. Устанавливают интервал, в котором с выбранной доверительной вероятностью α находится средний результат

$$\bar{x} \pm \xi_{\alpha}, \quad (9)$$

Таблица 4

Значение критерия Стьюдента при различных уровнях значимости

Число степеней свободы, f	Уровень значимости, q	
	при 0,05	при 0,01
1	12,71	63,66
2	4,30	9,93
3	3,18	5,84
4	2,78	4,60
5	2,57	4,03
6	2,45	3,71
7	2,37	3,50
8	2,31	3,36
9	2,26	3,25
10	2,23	3,17
11	2,20	3,11
12	2,18	3,06
13	2,16	2,01
14	2,15	2,98
30	2,04	2,75

10. Определяют относительную ошибку Δx_i , %

$$\Delta x_i = \frac{\xi_{\alpha} \cdot 100}{x}, \quad (10)$$

Если относительная ошибка оказывается больше 10 %, это указывает на то, что грубые ошибки полностью не были исключены. Тогда выявляют вновь грубые ошибки и производят повторную обработку экспериментальных данных.

Оформление отчёта

При оформлении отчёта указывается название, цель работы, вид и метод измерения. Производится рисунок шкалы прибора и его характеристика: предел, цена деления, класс точности.

Приводятся полученные экспериментальные данные и математическая обработка результатов исследования.

Контрольные вопросы

1. Что такое измерение?

2. Классификация измерений по видам и методам.
3. Приведите классификацию средств измерений.
4. Что называется метрологическими характеристиками средств измерений?
5. Что понимается под классом точности средств измерений?
6. Как обозначается класс точности измерительных приборов?
7. Приведите последовательность обработки экспериментальных данных.
8. Что такое «промахи» и грубые погрешности?
9. Каков порядок исключения грубых погрешностей?
10. Что такое систематическая погрешность?
11. Как можно исключить систематические погрешности (до начала измерения, в процессе измерения)?
12. Какие методы измерений применяют при оценке качества сырья, полуфабрикатов и готовой продукции?
13. Какая доверительная вероятность считается достаточно надёжной?

2. ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ

Современные реалии таковы, что высококвалифицированный специалист должен обладать профессиональными компетенциями для использования методов количественного и качественного анализа данных при оценке состояния экономической, социальной, политической среды, деятельности органов государственной власти, предприятий и учреждений, политических партий, общественно-политических и некоммерческих организаций. Научные подходы, принципы и методы статистики дают возможность достичь данной цели. В процессе подготовки студенты получают знания о развитии статистического метода и месте статистики в системе наук об обществе; систематизируют представления о сущности статистического метода, природе и специфике статистических данных; ознакомятся с этапами и процедурами статистического исследования (наблюдение, группировка, анализ статистических данных); узнают об основных процедурах сбора, обработки и анализа массовых данных; научатся анализировать результаты статистического наблюдения, представленные в виде таблиц и графиков; получают представление о возможностях и границах применения основных статистических показателей; смогут рассчитывать статистические величины и делать аргументированные выводы; узнают о сущности, процедуре и назначении выборочного метода в социологическом исследовании; сформируют представления о необходимости комплексного подхода к анализу числовых и нечисловых данных.

Каждый раздел включает в себя: краткую теоретическую информацию, необходимую для выполнения практических заданий по данной теме (основные определения, классификации, формулы, обозначения); темы докладов и вопросы для обсуждения; практические задания (типовые задачи, статистический материал для анализа); рекомендуемую литературы по теме. В пособии имеются материалы четырех контрольных работ, которые помогут студентам в формировании навыков практического решения задач в процессе освоения курса (как самостоятельно, так и на учебных занятиях). В приложения включены статистические таблицы, которые чаще всего используются при решении задач.

Второе издание учебного пособия ориентировано на студентов более широкого спектра гуманитарных специальностей всех форм обучения математического и естественно-научного модулей и содержит практические задания и примеры в области социологии, политологии, социальной работы, муниципального и государственного управления. Представленный теоретический и практический материал позволит студентам в полной мере освоить знания по статистике, реализуемые в рамках таких учебных дисциплин, как «Общая теория статистики», «Статистика», «Методы прикладной статистики», «Прикладная статистика». Это обеспечит умение рассчитывать статистические показатели, анализировать их динамику, проводить и оценивать результаты исследований в государственных, муниципальных и частных организациях для выявления социальных проблем и поиска оптимальных путей их решения и будет способствовать достижению высокого и устойчивого уровня профессионализма студентов.

Практическое занятие № 1: Построение гистограммы частот

Пусть $x_1, x_2, \dots, x_n$ – наблюдаемые значения случайной величины X . Если n велико, то выборочные значения обычно подвергают группировке. Интервал, содержащий все n наблюдений, разбивают на k непересекающихся интервалов $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_k$. Для каждого интервала Δ_j подсчитывают частоту v_j наблюдений, попавших в этот интервал. Удобно, но не обязательно, брать интервалы одинаковой длины h .

Соответствие между интервалами Δ_j и частотами v_j (относительными частотами γ_j / n) называют *группированным статистическим рядом*.

$\Delta_1 \sim (d_0, d_1]$	$\Delta_2 \sim (d_1, d_2]$	...	$\Delta_k \sim (d_{k-1}, d_k]$	(11)
v_1	v_2	...	v_k	
γ_1 / n	γ_2 / n	...	γ_k / n	

Группированный статистический ряд можно графически изобразить в виде **гистограммы частот**, т.е. графика кусочно-постоянной функции со значениями v_j на интервале Δ_j .

Построение гистограммы частот по выборке $x_1, x_2, \dots, x_n$ с помощью инструмента АНАЛИЗ ДАННЫХ (пакет MS Excel).

1) Предварительно найти:

- x_{min} и x_{max} – наименьший и наибольший из элементов выборки $x_1, x_2, \dots, x_n$;
- размах выборки $R = x_{max} - x_{min}$ и при заданном количестве интервалов k длину интервала $h = \frac{R}{k}$;
- границы интервалов: $d_0 = x_{min}$, $d_k = x_{max}$, $d_j = x_{min} + jh$, $j = 1, \dots, k$;

2) Для определения частоты v_j и построения гистограммы частот обратиться к программе пакета MS Excel: ДАННЫЕ — АНАЛИЗ ДАННЫХ — ГИСТОГРАММА.

В качестве входных данных ввести: в поле ВХОДНОЙ ИНТЕРВАЛ – адреса ячеек, содержащих выборку $x_1, x_2, \dots, x_n$, в

поле ИНТЕРВАЛ КАРМАНОВ — адреса ячеек, содержащих границы интервалов $d_1, \dots, d_{k-1}$. Указать выходные параметры: необходимость ВЫВОДА ГРАФИКА и в поле ВЫХОДНОЙ ИНТЕРВАЛ — адреса ячеек для результатов, получаемых в виде группированного статистического ряда.

Замечание. Количество интервалов k выбирают в зависимости от объема выборки n . Рекомендуемое число интервалов может быть найдено по одной из формул: $k = [1 + 3,322 \cdot \lg n]$ (формула Старджесса) или $k = [1,72n^{\frac{1}{3}}]$, где $[a]$ — целая часть числа $a > 0$.

Пример 1. В табл. 5 приводятся затраты стран мира на охрану окружающей среды.

Таблица 5

Удельный вес расходов на охрану окружающей среды (в процентах к ВВП) - 2008

Россия	0.9	Испания	0.9	Франция	0.9
Австрия	0.4	Италия	0.8	Чехия	1.9
Беларусь	0.4	Люксембург	1.1	Швейцария	0.6
Бельгия	0.6	Молдова	0.1	Швеция	0.4
Болгария	2.1	Нидерланды	0.8	Израиль	0.7
Великобритания	1	Норвегия	0.6	Иран	0.5
Венгрия	0.7	Польша	0.6	Казахстан	0.1
Германия	0.5	Португалия	0.5	Япония	1.2
Греция	0.5	Румыния	0.4	Канада	0.7

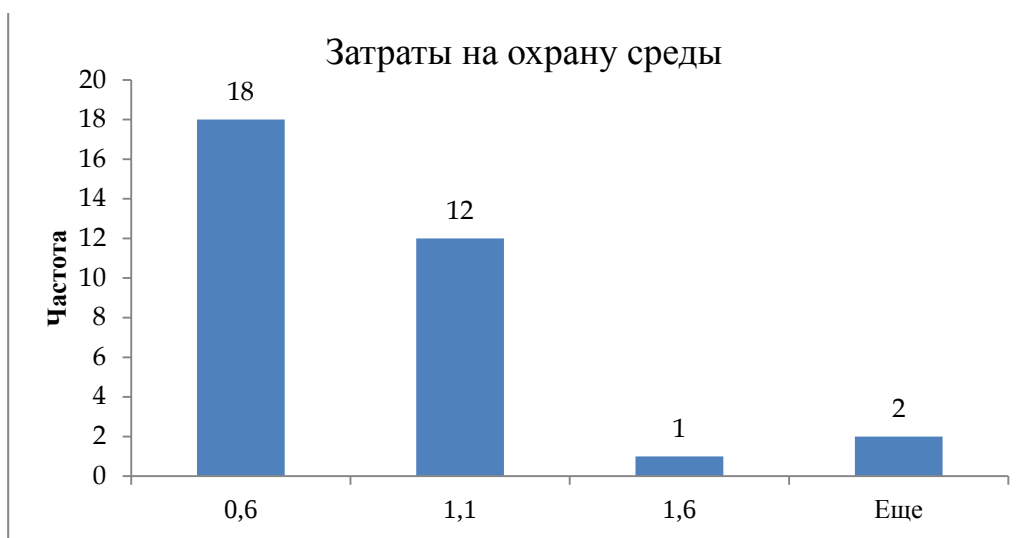
Окончание табл. 5

Дания	0.5	Украина	0.2	Австралия	0.5
Ирландия	0.7	Финляндия	1.1	Новая Зеландия	0.5

По данной выборке построить гистограмму частот для затрат стран мира с заданным числом интервалов $k = 4$.

В результате обращения к программе ДАННЫЕ — АНАЛИЗ ДАННЫХ — ГИСТОГРАММА получаем гистограмму и статистический ряд.

Из табл. следует, что в 18 странах затраты на охрану окружающей среды не превышают 0.6, затраты 12 стран находятся в промежутке $(0.6; 1.1]$, затраты одной страны лежат в промежутке $(1.1; 1.6]$ и затраты двух стран больше 1.6.



Карман	Частота
0,6	18
1,1	12
1,6	1
Еще	2

Задачи для самостоятельного решения

Задача 1. 1.

Рейтинг 100 стран мира по уровню безработицы составлен на основе подтвержденных данных **Всемирного банка** и Международной организации труда.

Уровень безработицы выражается в процентах и рассчитывается как отношение числа безработных к общей численности экономически активного населения страны. (2017 г.)

Таблица 6

№	Страна	% безра- ботных	№	Страна	% безра- ботных
1	Катар	0,2	51	Чили	7
2	Беларусь	0,5	52	Монголия	7
3	ОАЭ	1,7	53	Литва	7,1
4	Сингапур	2	54	Виргинские о-ва	7,1
5	Кувейт	2,1	55	Узбекистан	7,2
6	Вьетнам	2,1	56	Киргизия	7,3
7	Куба	2,6	57	Бельгия	7,4

Продолжение табл. 6

8	Япония	2,8	58	Словакия	7,9
9	Исландия	2,9	59	Уругвай	8,1
10	Чехия	3,1	60	Венесуэла	8,1
11	Гонконг	3,2	61	Ангола	8,2
12	Малайзия	3,4	62	Ирак	8,2
13	Туркмени- стан	3,4	63	Аргентина	8,7
14	Индия	3,5	64	Финляндия	8,7
15	Мексика	3,5	65	Афганистан	8,8
16	Германия	3,7	66	Колумбия	9
17	Перу	3,7	67	Португалия	9
18	Южная Ко- рея	3,8	68	Латвия	9,1
19	Пакистан	4	69	Марокко	9,3
20	Норвегия	4,2	70	Украина	9,5
21	Великобри- тания	4,3	71	Франция	9,7
22	Венгрия	4,3	72	Алжир	10
23	Индонезия	4,3	73	Таджикистан	10,3
24	Израиль	4,3	74	Кипр	10,8
25	США	4,4	75	Хорватия	10,8
26	Молдова	4,5	76	Италия	11,3
27	Китай	4,7	77	Турция	11,3
28	Швейцария	4,8	78	Грузия	11,5
29	Северная Корея	4,8	79	Египет	12,1
30	Казахстан	4,9	80	Ямайка	12,4

31	Нидерланды	4,9	81	Багамские о-ва	12,6
32	Новая Зеландия	4,9	82	Судан	12,8
33	Азербайджан	5	83	Бразилия	12,9
34	Мальдивы	5	84	Иран	13,1
35	Польша	5	85	Йемен	13,8
36	Эфиопия	5,2	86	Албания	13,9
37	Румыния	5,2	87	Сербия	14,1
38	Россия	5,2	88	Иордания	14,9
39	Австрия	5,5	89	Сирия	15,2
40	Панама	5,6	90	Тунис	15,2
41	Австралия	5,7	91	Черногория	16
42	Люксембург	5,7	92	Оман	16
43	Саудовская Аравия	5,7	93	Испания	17,4
44	Дания	5,8	94	Ливия	17,7
45	Болгария	6,3	95	Армения	18,2
46	Канада	6,4	96	Греция	21,4
47	Ирландия	6,4	97	Македония	22,9
48	Эстония	6,8	98	Босния и Герцеговина	25,6
49	Швеция	6,8	99	ЮАР	27,7
50	Словения	6,9	100	Палестина	27,9

По данным табл. 6 построить гистограмму частотного распределения уровня безработицы при числе интервалов $k = 8$.

Задача 1. 2.

В табл. 7 приведены данные о плотности населения по субъектам Российской Федерации.

Таблица 7

№ п/п	Субъект России	Плотность населения чел/ км ²	№ п/п	Субъект России	Плотность населения чел/ км ²
1	Московская область	163,06	41	Свердловская обл.	22,27
2	Республика Ингушетия	127,73	42	Ленинградская обл.	21,14
3	Северная Осетия	88,3	43	Астраханская обл.	20,85
4	Чеченская Республика	87,57	44	Смоленская обл.	19,37
5	Республика Крым	72,59	45	Пермский край	16,46
6	Краснодарский край	72,25	46	Оренбургская обл.	16,18
7	Кабардино-Балкарская Республика	69,03	47	Тверская область	15,62
8	Чувашская Республика	67,5	48	Новосибирская обл.	15,45
9	Калининградская обл.	64,02	49	Алтайский край	14,2
10	Самарская область	59,96	50	Омская область	14,02
11	Республика Дагестан	59,48	51	Курганская обл.	12,17
12	Тульская область	58,93	52	Псковская обл.	11,75
13	Республика Адыгея	57,64	53	Приморский край	11,74
14	Белгородская область	57,04	54	Новгородская обл.	11,35
15	Республика Татарстан	56,82	55	Костромская обл.	10,87
16	Ивановская область	48,38	56	Кировская область	10,84
17	Владимирская область	48,33	57	Тюменская обл.	8,93
18	Липецкая область	48,17	58	Вологодская обл.	8,24
19	Воронежская область	44,65	59	Сахалинская обл.	5,61
20	Нижегородская область	42,68	60	Мурманская обл.	5,29
21	Ставропольский край	42,32	61	Еврейская авт. обл.	4,64
22	Ростовская область	42,02	62	Республика Калмыкия	3,75

Окончание табл. 7

23	Челябинская область	39,49	63	Республика Карелия	3,5
24	Курская область	37,25	64	Томская область	3,42
25	Удмуртская Республика	36,07	65	Иркутская область	3,12
26	Брянская область	35,37	66	Ханты-Мансийский а. о.	3,02
27	Ярославская область	35,16	67	Республика Бурятия	2,79
28	Ульяновская область	33,96	68	Республика Алтай	2,3
29	Калужская область	33,91	69	Амурская область	2,24
30	Карачаево-Черкесская Республика	32,87	70	Республика Коми	2,07
31	Пензенская область	31,28	71	Республика Тыва	1,86
32	Орловская область	31,08	72	Хабаровский край	1,7
33	Республика Мордовия	30,98	73	Красноярский край	1,21
34	Тамбовская область	30,83	74	Ямало-Ненецкий а. о.	0,7
35	Республика Марий Эл	29,42	75	Камчатский край	0,68
36	Рязанская область	28,68	76	Магаданская обл.	0,32
37	Республика Башкортостан	28,48	77	Республика Саха	0,31
38	Кемеровская область	28,47	78	Ненецкий а. о.	0,25
39	Саратовская область	24,63	79	Чукотский а. о.	0,07
40	Волгоградская область	22,66			

По данной выборке построить гистограмму частотного распределения плотности населения при числе интервалов $k = 7$.

Задача 1. 3.

В табл. 8 приведены данные о среднедушевых денежных доходах населения по итогам 2017 года.

Реальные денежные доходы населения

Таблица 8

№	Субъект РФ	доходы населения (в тысячах руб.)	№	Субъект РФ	доходы населения (в тыс. руб.)
1	Республика Крым	28,586	43	Башкортостан	37,36
2	Республика Алтай	27,329	44	Краснодарский край	45,499
3	Республика Адыгея	35,152	45	Забайкальский край	33,384
4	Кабардино-Балкарская Респуб.	30,367	46	Воронежская обл.	41,161
5	Амурская область	44,048	47	Липецкая область	33,903
6	Ленинградская обл.	36,304	48	Респ. Северная Осетия	33,576
7	Республика Дагестан	49,92	49	Кировская область	29,848
8	Оренбургская обл.	29,95	50	Тульская область	34,709
9	Курская область	38,184	51	Удмуртская Респуб.	30,897
10	Псковская область	32,307	52	Респ. Марий Эл	24,151
11	Респ. Ингушетия	20,03	53	Республика Саха	65,252
12	Ивановская область	33,584	54	Камчатский край	59,698
13	Брянская область	33,904	55	Хабаровский кр.	54,954
14	Владимирская обл.	32,701	56	Красноярский край	41,939
15	Калининградская обл.	39,253	57	Чувашская Респ.	24,147
16	Волгоградская обл.	30,733	58	Новгородская обл.	35,088
17	Костромская обл.	30,755	59	г. Севастополь	35,763
18	Белгородская обл.	42,307	60	Новосибирская обл.	35,889
19	Кемеровская обл.	28,573	61	г. Санкт-Петербург	66,151
20	Смоленская область	34,187	62	Иркутская область	31,682
21	Мурманская обл.	67,251	63	Омская область	32,725
22	Республика Карелия	37,968	64	Самарская область	36,925
23	г. Москва	96,43	65	Свердловская обл.	46,201

24	Ставропольский кр.	32,101	66	Рязанская область	36,177
25	Респуб. Мордовия	24,069	67	Сахалинская область	68,306
26	Приморский край	45,087	68	Респ. Татарстан	42,96
27	Орловская область	33,162	69	Ханты-Мансийский авт. окр.	60,866
28	Тверская область	35,683	70	Челябинская область	30,866
29	Ненецкий авт. округ	97,238	71	Чеченская Респуб.	31,233
30	Карачаево-Черкесская Респ.	26,386	72	Нижегородская обл.	40,857
31	Республика Калмыкия	17,382	73	Ямало-Ненецкий авт. окр.	99,163
32	Саратовская область	28,278	74	Калужская область	38,553
33	Алтайский край	35,238	75	Тамбовская область	37,112
34	Московская область	59,932	76	Астраханская обл.	32,064
35	Курганская область	28,086	77	Республика Тыва	22,511
36	Архангельская обл.	42,204	78	Республика Бурятия	33,813
37	Ростовская область	39,859	79	Ярославская область	34,511
38	Пензенская область	29,193	80	Магаданская область	67,194
39	Ульяновская область	31,346	81	Республика Коми	42,578
40	Тюменская область	42,159	82	Еврейская авт. обл.	32,899
41	Республика Хакасия	25,81	83	Томская область	32,996
42	Пермский край	40,503	84	Вологодская область	32,308

По данной выборке построить гистограмму частотного распределения денежных доходов населения.

Задача 1.4. Импорт высокотехнологичных товаров (% от импорта товаров) 2016 г.

Импорт информационных и коммуникационных технологий товаров включает импорт телекоммуникаций, аудио и видео, компьютеров и компьютерной техники; электронных компонентов; и другие информационно-коммуникационные товары. Программное обеспечение исключается.

№	Страна	% ВВП	№	Страна	% ВВП
1	Китай	23,8	22	Австрия	7,4
2	Япония	16,2	23	Финляндия	7,3
3	Южная Корея	15,7	24	Румыния	7,3
4	Словакия	14,4	25	Канада	7,1
5	Чехия	14,2	26	Норвегия	6,9
6	США	14,1	27	Франция	6,7
7	Голландия	13,7	28	Турция	6,7
8	Венгрия	12,4	29	Португалия	5,6
9	Эстония	11,5	30	Литва	5,5
10	Израиль	10,9	31	Болгария	5,4
11	Латвия	10,1	32	Казахстан	5,2
12	Австралия	10	33	Казахстан	5,2
13	Швеция	9,8	34	Италия	5,1
14	Индия	9,3	35	Испания	5,1
15	Польша	9,2	36	Греция	4,7
16	Россия	8,9	37	Грузия	4,7
17	Ирландия	8,6	38	Египет	4,1
18	Германия	8,4	39	Словения	4,1
19	Бразилия	8,4	40	Швейцария	3,7
20	Дания	7,7	41	Беларусь	3,3
21	Великобритания	7,6	42	Бельгия	3

По данной выборке построить гистограммы частотного распределения.

Задача 1.5. В табл. 9 приводятся данные о вкладе туризма в экономику стран мира в 2017 г. (в % ВВП).

Таблица 9

№	Страна	Общий вклад туризма % ВВП	№	Страна	Общий вклад туризма % ВВП
1	Грузия	31	24	Венгрия	8
2	Греция	19,7	25	Бразилия	7,9
3	Португалия	17,3	26	Чехия	7,8
4	Мексика	16	27	Дания	7,7
5	Испания	14,9	28	США	7,7
6	Австрия	14,8	29	Япония	6,8
7	Италия	13	30	Сербия	6,7

8	Словения	11,9	31	Канада	6,5
9	Турция	11,6	32	Словакия	6,3
10	Болгария	11,5	33	Беларусь	6,2
11	Китай	11	34	Израиль	6
12	Египет	11	35	Казахстан	6
13	Австралия	11	36	Румыния	5,3
14	Германия	10,7	37	Голландия	5,2
15	Великобритания	10,5	38	Россия	4,8
16	Аргентина	10,3	39	Литва	4,8
17	Швеция	9,5	40	Южная Корея	4,7
18	Индия	9,4	41	Тайвань	4,3
19	Вьетнам	9,4	42	Польша	4,5
20	Швейцария	9,1	43	Люксембург	4,3
21	Норвегия	9	44	Киргизия	3,9
22	Франция	8,9	45	Молдавия	3,3
23	Финляндия	8,3	46	Узбекистан	2,8

По данной выборке построить гистограммы частотного распределения.

Задача 1.6. Затраты стран мира на фундаментальные и прикладные исследования и экспериментальные разработки (% ВВП) (2015 г.)

№	Страна	% ВВП	№	Страна	% ВВП
1	Израиль	4,3	21	Люксембург	1,3
2	Южная Корея	4,2	22	Португалия	1,3
3	Япония	3,3	23	Испания	1,2
4	Швеция	3,3	24	Словакия	1,2
5	Австрия Дания	3,1	25	Россия	1,1
6	Дания	3,0	26	Литва	1,0
7	Финляндия	2,9	27	Польша	1,0
8	Германия	2,9	28	Греция	1,0
9	США	2,8	29	Болгария	1,0
10	Бельгия	2,5	30	Сербия	0,9
11	Франция	2,2	31	Египет	0,7
12	Исландия	2,2	32	Индия	0,6
13	Китай	2,1	33	Латвия	0,6
14	Голландия	2,0	34	Украина	0,5
15	Чехия	1,9	35	Беларусь	0,5
16	Норвегия	1,9	36	Грузия	0,3
17	Великобрита-	1,7	37	Казахстан	0,2

	ния				
18	Эстония	1,5	38	Монголия	0,2
19	Венгрия	1,4	39	Киргизия	0,1
20	Италия	1,3			

По данной выборке построить гистограммы частотного распределения.

Практическое занятие № 2. Оценивание числовых характеристик случайной величины

Выборочные числовые характеристики

Пусть случайная величина X исследуется на основании случайной выборки $X_1, X_2, \dots, X_n$, реализация которой $x_1, x_2, \dots, x_n$. Пусть θ – некоторый параметр распределения случайной величины X , значение которого неизвестно. Например, предполагается, что X имеет показательный закон распределения $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}, x \geq 0$, но значение параметра $\theta = \lambda$ неизвестно. Задача оценивания параметра θ состоит в нахождении его приближенного значения по результатам наблюдений $X_1, X_2, \dots, X_n$.

Функцию от случайной выборки $\theta_n^* = \theta_n^*(X_1, X_2, \dots, X_n)$ называют *статистикой*. Очевидно, что для оценивания параметра θ следует рассматривать только те статистики θ_n^* , которые в определенном смысле близки к истинному значению параметра θ . Статистику θ_n^* , принимаемую в качестве приближенного значения θ , называют *оценкой* параметра θ . Например, для оценивания неизвестного математического ожидания $E(X) = m$ используется оценка $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$, называемая *выборочным средним*. Оценкой для дисперсии $D(X) = \sigma^2$ является *выборочная дисперсия* $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$. На реализации $x_1, x_2, \dots, x_n$ случайной выборки оценки $\bar{X}$ и S^2 принимают числовые значения $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ и $s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$. Согласно теории, когда n велико, с большой вероятностью $\bar{x}$ и s^2 будут близки к m и σ^2 соответственно.

Приведем основные числовые характеристики генеральной совокупности и соответствующие оценки.

1. Характеристики положения

Числовая характеристика случайной величины X	Оценка числовой характеристики
Математическое ожидание $E(X) = \sum_i x_i p_i$ – для дискретной случайной величины. $E(X) = \int x f(x) dx$ – для непрерывной случайной величины.	<i>Выборочное среднее</i> $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$
Медиана непрерывной случайной величины – это такое ее значение M_e , для которого $P\{X \leq M_e\} = P\{X > M_e\} = \frac{1}{2}$.	<i>Выборочная медиана</i> определяется как такое значение M_e^* , меньше и больше которого оказывается одинаковое число наблюдений. $M_e^* =$

	$\begin{cases} \frac{1}{2}(X_{(n/2)} + X_{((n+2)/2)}), & \text{если } n - \text{четное} \\ X_{((n+1)/2)}, & \text{если } n - \text{нечетное.} \end{cases}$ $X_{(k)}$ – k -й элемент вариационного ряда.
Мода M_o – значение случайной величины X , соответствующее локальному максимуму плотности $f(x)$ для непрерывной случайной величины или максимуму вероятности для дискретной случайной величины.	<i>Выборочная мода</i> – это наиболее часто встречающееся значение в выборке. Если данные сгруппированы и построено распределение частот, модой является значение, имеющее наибольшую частоту.

2. Основные характеристики разброса

Дисперсия $D(X) = E(X - EX)^2$, среднее квадратическое отклонение $\sigma(X) = \sqrt{D(X)}$	<i>Выборочная дисперсия</i> $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ S – выборочное стандартное отклонение (выборочное среднее квадратическое отклонение).
p - квантиль функции распределения $F(x)$ – это значение x_p случайной величины X , задаваемое уравнением $x_p = \inf \{x: F(x) > p\}$.	<i>Выборочная p- квантиль $\hat{x}_p$</i> определяется равенством $\hat{x}_p = \begin{cases} \frac{1}{2}(X_{(np)} + X_{(np+1)}), & \text{если } np - \text{целое} \\ X_{([np]+1)}, & \text{если } np - \text{не целое число.} \end{cases}$

3. Характеристики формы распределения

Мерой отклонения от симметрии плотности $f(x)$ являются 3-й момент $\mu_3 = \int (x - EX)^3 f(x) dx$ и коэффициент асимметрии $A = \mu_3 / \sigma^3$	<i>Выборочный коэффициент асимметрии a_s</i> $a_s = \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^3 / nS^3$
Мерой отклонения плотности $f(x)$ от нормального распределения является эксцесс $E = \mu_4 / \sigma^4 - 3;$	<i>Выборочный эксцесс E^*</i> $E^* = \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^4 / nS^4 - 3$ – мера отклонения эмпирического распределения от нормального.

Для нахождения выборочных характеристик могут быть использованы встроенные функции категории «статистические» из электронных таблиц Excel. Средство Excel ОПИСАТЕЛЬНАЯ СТАТИСТИКА позволяет вычислить важнейшие числовые характеристики выборки и представить их в виде таблицы.

Пример. Случайная величина X , характеризующая уровень воды в реке по отношению к номиналу, измерялась в течение 36 весенних паводков. Ре-

зультаты измерений приведены в табл. 10.

Таблица 10

№ измерения	Уровень (в см)	№ измерения	Уровень (в см)	№ измерения	Уровень (в см)	№ измерения	Уровень (в см)
1	47	10	164	19	93	28	115
2	151	11	158	20	121	29	171
3	52	12	243	21	118	30	205
4	163	13	190	22	110	31	61
5	77	14	85	23	173	32	174
6	156	15	139	24	243	33	148
7	205	16	179	25	254	34	217
8	181	17	257	26	307	35	149
9	311	18	143	27	99	36	187

а. Найдем оценки среднего значения, дисперсии и среднего квадратического отклонения случайной величины X по формулам:

$$\text{выборочное среднее } \bar{x} = \frac{1}{36} \sum_{i=1}^{36} x_i \approx 162,4;$$

$$\text{выборочная дисперсия } s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{n}{n-1} \bar{x}^2 = \frac{1}{35} \sum_{i=1}^{36} x_i^2 - \frac{36}{35} \bar{x}^2 \approx 4295,2;$$

$$\text{выборочное среднее квадратическое отклонение } s \approx 65,5.$$

б. Оценим эти же характеристики с помощью функций пакета Excel. Предположим, что элементы выборки $x_1, x_2, \dots, x_{36}$ находятся в ячейках с адресами A1:A36. В ячейки B1, B2, B3, предназначенные для результатов $\bar{x}$, s^2, s , нужно ввести формулы: =СРЗНАЧ(A1:A36), =ДИСП.В(A1:A36), =СТАНДОТКЛОН.В(A1:A36) соответственно.

с. Определим основные числовые характеристики выборки с помощью процедуры ДАННЫЕ – АНАЛИЗ ДАННЫХ – ОПИСАТЕЛЬНАЯ СТАТИСТИКА. В качестве ВХОДНОГО ИНТЕРВАЛА следует указать адреса ячеек, содержащих выборку $x_1, x_2, \dots, x_{36}$. Результат получим в виде табл. 11.

Таблица 11

Среднее	162,4
Стандартная ошибка	10,9
Медиана	160,5
Мода	205,0
Стандартное отклонение	65,5
Дисперсия выборки	4295,2
Эксцесс	0,02
Асимметричность	0,4

Интервал	264,0
Минимум	47,0
Максимум	311,0
Сумма	5846,0
Счет	36,0

Здесь *стандартная ошибка* – это оценка параметра $\sigma(\bar{X})$, равная $S/\sqrt{n}$.

Оценивание генеральных числовых характеристик по выборке, представленной в виде группированного статистического ряда

Если в группированной выборке (1) все выборочные элементы из интервала $(d_{i-1}, d_i]$ положить равными величине $x_i^* = \frac{d_{i-1} + d_i}{2}$, то распределение выборки принимает вид

x_1^*	x_2^*	...	x_k^*
v_1/n	v_2/n	...	v_k/n

(12)

С помощью группированного статистического ряда (12) приближенное вычисление выборочных моментов порядка l выполняется по формуле $\bar{a}_l = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k v_i (x_i^*)^l$. Формулы, определяющие выборочное среднее и выборочную дисперсию, принимают вид:

$$\bar{x} = \bar{a}_1 \approx \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k v_i x_i^*, \quad s^2 = \frac{n}{n-1} (\bar{a}_2 - \bar{a}_1^2) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^k (x_i^*)^2 v_i - \frac{n}{n-1} (\bar{x})^2. \quad (13)$$

Усреднение по интервалам вносит ошибку, особенно заметную при малом числе интервалов. Для уменьшения ошибок, вносимых подобной группировкой, применяют «поправки Шеппарда».

Пример. Распределение средних температур июня в Стокгольме в течение 100 лет дано в виде интервального статистического ряда в табл. 5 (столбцы 2-4). Найти оценки математического ожидания и дисперсии случайной величины X , характеризующей среднюю июньскую температуру. (Данные взяты из книги «Математические методы статистики», Г. Крамер.)

В примере по условию дано: объем выборки $n = 100$, наименьший и наибольший из элементов данной выборки равны: $x_{\min} = 12,07$ и $x_{\max} = 16,94$, $k = 10$. Отрезок $[12, 17]$, содержащий все выборочные значения, разбит на 10 интервалов $\Delta_i = (d_{i-1}, d_i]$ длины $h = 0.5$ с границами: $d_0 = 12$, $d_i = d_0 + ih$, $i = 1, 2, \dots, 10$.

Вычислим значения выборочного среднего и выборочной дисперсии, используя формулы (2.1).

Значения величин $x_i^* v_i$ и $(x_i^*)^2 v_i$, необходимых для нахождения оценок, получим в столбцах 6 и 7 табл. 12.

Таблица 12

Номер интервала Δ_i	Левая граница d_{i-1}	Правая граница d_i	Частота v_i	$x_i^* = \frac{d_{i-1} + d_i}{2}$	$x_i^* v_i$	$(x_i^*)^2 v_i$
1	12	12,5	10	12,25	122,5	1500,625
2	12,5	13	12	12,75	153	1950,75
3	13	13,5	9	13,25	119,25	1580,063
4	13,5	14	10	13,75	137,5	1890,625
5	14	14,5	19	14,25	270,75	3858,188
6	14,5	15	10	14,75	147,5	2175,625
7	15	15,5	9	15,25	137,25	2093,063
8	15,5	16	6	15,75	94,5	1488,375
9	16	16,5	7	16,25	113,75	1848,438
10	16,5	17	8	16,75	134	2244,500
			$\Sigma=100$		$\Sigma=1430$	$\Sigma=20630,252$

Выборочное среднее $\bar{x} = \frac{1}{100} \sum_{i=1}^{10} x_i^* v_i = 14,30$;

выборочная дисперсия $s^2 = \frac{1}{99} \sum_{i=1}^{10} (x_i^*)^2 v_i - \frac{100}{99} (\bar{x})^2 \approx 1,83$; $s \approx 1,35$.

Задачи для самостоятельного решения

Задача 2.1. В табл. 13 приводятся данные об ожидаемой продолжительности жизни (2017 г.)

Таблица 13

№	Субъект РФ	Ожидаемая продолжительность жизни при рождении, лет	№	Субъект РФ	Ожидаемая продолжительность жизни при рождении, лет
1	Алтайский край	71	43	Пермский край	71
2	Амурская область	69	44	Приморский край	70
3	Архангельская обл.	72	45	Псковская область	70
4	Астраханская обл.	73	46	Республика Адыгея	73
5	Белгородская обл.	74	47	Республика Алтай	71
6	Брянская обл.	71	48	Башкортостан	72
7	Владимирская обл.	71	49	Республика Бурятия	71

Продолжение табл. 13

8	Волгоградская обл.	74	50	Республика Дагестан	78
9	Вологодская обл.	71	51	Республика Ингушетия	82
10	Воронежская обл.	73	52	Республика Калмыкия	74
11	г. Москва	78	53	Республика Карелия	71
12	Санкт-Петербург	75	54	Республика Коми	71
13	г. Севастополь	73	55	Республика Крым	72
14	Еврейская авт. обл.	69	56	Республика Марий Эл	72
15	Забайкальский край	70	57	Республика Мордовия	73
16	Ивановская обл.	71	58	Республика Саха	72
17	Иркутская обл.	69	59	Республика Северная Осетия	76
18	Кабардино-Балкарская Респ.	76	60	Республика Татарстан	74
19	Калининградская обл.	73	61	Республика Тыва	66
20	Калужская обл.	72	62	Республика Хакасия	70
21	Камчатский край	70	63	Ростовская обл.	73
22	Карачаево-Черкесская Респ.	76	64	Рязанская область	73
23	Кемеровская обл.	69	65	Самарская обл.	72
24	Кировская обл.	73	66	Саратовская обл.	73
25	Костромская обл.	72	67	Сахалинская обл.	70
26	Краснодарский край	73	68	Свердловская область	71
27	Красноярский край	71	69	Смоленская область	71
28	Курганская обл.	71	70	Ставропольский край	74
29	Курская область	72	71	Тамбовская обл.	73

Окончание табл. 13

30	Ленинградская обл.	73	72	Тверская область	70
31	Липецкая обл.	72	73	Томская область	72
32	Магаданская область	69	74	Тульская область	71
33	Московская обл.	73	75	Тюменская обл.	72
34	Мурманская обл.	72	76	Удмуртская Республика	72
35	Ненецкий авт. окр.	72	77	Ульяновская область	72
36	Нижегородская обл.	72	78	Хабаровский край	70
37	Новгородская область	70	79	Ханты-Мансийский ао	74
38	Новосибирская обл.	72	80	Челябинская область	72
39	Омская область	71	81	Чеченская Республика	75
40	Оренбургская область	71	82	Чувашская Республика	73
41	Орловская обл.	72	83	Чукотский авт. округ	66
42	Пензенская обл.	73	84	Ямало-Ненецкий	74
			85	Ярославская обл.	72

Вычислить важнейшие числовые характеристики выборки с помощью процедуры ДАННЫЕ – АНАЛИЗ ДАННЫХ – ОПИСАТЕЛЬНАЯ СТАТИСТИКА.

Задача 2.2. По данным, приведенным в задаче 1.2, оценить важнейшие числовые характеристики случайной величины X , характеризующей денежные доходы населения.

Задача 2.3. Проведено исследование коммерческих фирм по затратам на рекламу в год. Для этого случайным образом выбраны 70 фирм. Результаты представлены в табл. 14

Таблица 14

Расходы на рекламу млн. руб.	0–20	20–40	40–60	60–80	80-100	120 и более
Количество фирм	2	8	12	27	16	5

Оценить среднее и дисперсию случайной величины X , выражающей за-

траты фирм на рекламу в год.

Задача 2.4. В воде мелководного озера в течение года были измерены концентрации общего фосфора (в мкг/л):

46	41	153	98	140	95	208	88	65	108
60	42	179	320	176	118	191	108	62	91
90	66	189	274	170	95	62	108	45	58
90	83	202	134	166	82	117	62	91	37
80	45	111	83	120	108	91	241	90	66
163	110	117	91	180	104	91	134	92	83

По полученной выборке оценить важнейшие числовые характеристики случайной величины X , выражающей концентрацию общего фосфора в озере.

Указание. Воспользоваться средством Excel ОПИСАТЕЛЬНАЯ СТАТИСТИКА.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. ГОСТ 8.009-84. ГСИ. Нормируемые метрологические характеристики средств измерений.
2. ГОСТ 8.513-84. ГСИ. Поверка средств измерений. Организация и порядок проведения.
3. ГОСТ 8.057-80. ГСИ. Эталоны единиц физических величин. Основные положения
4. ГОСТ 8.381-80. ГСИ. Эталоны. Способы выражения погрешностей.
5. ГОСТ 8.401-80. ГСИ. Классы точности средств измерений. Общие требования.
6. Радкевич Я.М. Метрология, стандартизация и сертификация [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/34757>.

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Лабораторные работы	3
Лабораторная работа № 1. Сбор статистической информации. Использование статистических функций в табличном процессоре MS EXCEL.....	3
Лабораторная работа № 2. Измерение физической величины. Математическая обработка результатов измерений.....	13
2. Практические занятия	19
Практическое занятие № 1. Построение гистограммы частот.	20
Практическое занятие № 2. Оценивание числовых характеристик случайной величины.	31
Библиографический список.....	38

МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к лабораторным и практическим работам
для студентов направления подготовки 15.03.01 «Машиностроение»
(профиль «Технологии, оборудование, автоматизация
машиностроительных производств»)
всех форм обучения

Составители:
Жачкин Сергей Юрьевич

Издается в авторской редакции

Подписано к изданию 15.11.2021.
Уч.-изд. л. 2,4.

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет»
394026 Воронеж, Московский просп., 14